



**УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“
ВО СКОПЈЕ**

**ФАКУЛТЕТ ЗА ДИЗАЈН И ТЕХНОЛОГИИ НА
МЕБЕЛ И ЕНТЕРИЕР**



М-р Бујар Абдурахим Селими

**ВЛИЈАНИЕ НА АГОЛОТ НА РЕЖЕЊЕ КАЈ ЛЕНТОВИДНА ПИЛА
ВРЗ ОПЕРАЦИОНАЛНАТА МОЌНОСТ НА РЕЖЕЊЕ И
РАПАВОСТА НА РЕЗНАТА ПОВРШИНА**

Докторски труд

Скопје, 2026



УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“
ВО СКОПЈЕ

ФАКУЛТЕТ ЗА ДИЗАЈН И ТЕХНОЛОГИИ НА
МЕБЕЛ И ЕНТЕРИЕР



М-р Бујар Абдурахим Селими

ВЛИЈАНИЕ НА АГОЛОТ НА РЕЖЕЊЕ КАЈ ЛЕНТОВИДНА ПИЛА ВРЗ
ОПЕРАЦИОНАЛНАТА МОЌНОСТ НА РЕЖЕЊЕ И РАПАВОСТА НА
РЕЗНАТА ПОВРШИНА

Докторски труд

Скопје, 2026

Докторанд:

М-р БУЈАР АБДУРАХИМ СЕЛИМИ

Тема:

ВЛИЈАНИЕ НА АГОЛОТ НА РЕЖЕЊЕ КАЈ ЛЕНТОВИДНА ПИЛА ВРЗ
ОПЕРАЦИОНАЛНАТА МОЌНОСТ НА РЕЖЕЊЕ И РАПАВОСТА НА РЕЗНАТА
ПОВРШИНА

Ментор:

Проф. д-р ЗОРАН ТРПОСКИ,

Факултет за дизајн и технологии на мебел и ентериер – Скопје

Комисија за одбрана:

Проф. д-р _____(претседател)

Факултет за дизајн и технологии на мебел и ентериер – Скопје

Проф. д-р ЗОРАН ТРПОСКИ,

Факултет за дизајн и технологии на мебел и ентериер – Скопје

Проф. д-р _____,

Факултет за дизајн и технологии на мебел и ентериер – Скопје

Проф. д-р _____,

Факултет за дизајн и технологии на мебел и ентериер – Скопје

Проф. д-р _____,

Факултет за дизајн и технологии на мебел и ентериер – Скопје

Научна област:

Дрвна индустрија

Датум на одбрана:

ВЛИЈАНИЕ НА АГОЛОТ НА РЕЖЕЊЕ КАЈ ЛЕНТОВИДНА ПИЛА ВРЗ ОПЕРАЦИОНАЛНАТА МОЌНОСТ НА РЕЖЕЊЕ И РАПАВОСТА НА РЕЗНАТА ПОВРШИНА

– А п с т р а к т –

Оваа дисертација ја истражува врската меѓу контролирачките параметри на режење со лентовидна пила, оперативната моќност на режење и рапавоста на резната површина при обработка на европска бука. Оперативната моќност на режење се третира како конструкт на ниво на машински систем и се оценува преку електричните показатели на оптоварување EM1 и EM2, регистрирани кај главниот и помошниот мотор. Квалитетот на површината се претставува преку оперативниот индекс на рапавост R_{max} , а за моделирање и статистичка анализа преку средната вредност на овој индекс на ниво на конфигурација.

Средната конфигурациска рапавост се оценува како функција од аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x во рамките на испитаниот експериментален домен. За предвидување на конфигурацискиот одзив на рапавоста се развива интерпретабилен полиномски регресионски модел од трет степен, PRM-3, кој се оценува со валидација надвор од примерокот според аголот на режење. Регресијата со Гаусови процеси, GPR, се користи како споредбен предиктивен модел за истиот одзив. Диференцијалната еволуција, DE, се применува врз конечната одзивна површина на PRM-3 за идентификација на кандидатски конфигурации со ниска предвидена рапавост.

Резултатите покажуваат дека рапавоста на резната површина варира систематски меѓу тестираните конфигурации. PRM-3 обезбедува поповолна предиктивна изведба во неграничниот дел од доменот, додека неговата изведба се намалува во близина на горната граница на аголот на режење. Под истиот протокол на валидација, GPR покажува помало влошување во овој регион. Затоа, резултатите добиени со DE идентификуваат моделски условени кандидатски конфигурации и се толкуваат како излез од приспособената одзивна површина на PRM-3, а не како експериментално потврдени производствени оптимуми. EM1 и EM2 исто така варираат меѓу конфигурациите и обезбедуваат дополнително оперативна читање на оптоварувањето на машинскиот систем за време на режењето.

Дисертацијата придонесува со доменски ограничена рамка за емпириска карактеризација, предиктивна валидација и прелиминарно моделски засновано насочување на конфигурациите на режење со лентовидна пила. Интерпретацијата останува споредбена и ограничена на конкретниот испитан систем машина–алат–материјал–мерење. Практичното значење за технологиите на мебел и ентериер се состои во поддршка на интерпретацијата и прелиминарното насочување на конфигурациите на режење за елементи од европска бука, особено кога квалитетот на резната површина претставува технолошки релевантен критериум.

Клучни зборови: обработка на дрво; режење со лентовидна пила; рапавост на резната површина; оперативна моќност на режење; електрични показатели на оптоварувањето; валидација надвор од примерокот; кандидатски конфигурации.

Mr. Bujar Abdurahim Selimi

INFLUENCE OF THE CUTTING ANGLE OF A BAND SAW ON THE OPERATIONAL CUTTING POWER AND ROUGHNESS OF THE CUT SURFACE

– A b s t r a c t –

This dissertation investigates the relationship between controllable bandsaw-cutting parameters, operational cutting power response, and cut-surface roughness during the machining of European beech. Operational cutting power is treated as a machine-system-level construct and assessed through the electrical load indicators EM1 and EM2, recorded from the main and auxiliary motors. Surface quality is represented using the operational roughness index R_{max} and, for modelling and statistical analysis, by the configuration-level mean value of this index.

The mean configuration-level roughness is evaluated as a function of cutting angle α , cutting height H , and feed speed v_x within the investigated experimental domain. An interpretable third-degree polynomial regression model, PRM-3, is developed to predict the configuration-level roughness response and is evaluated using angle-wise out-of-sample validation. Gaussian Process Regression, GPR, is used as a comparative predictive model for the same response. Differential Evolution, DE, is applied to the final PRM-3 response surface to identify candidate configurations with low predicted roughness.

The results show that cut-surface roughness varies systematically across the tested configurations. PRM-3 provides more favorable predictive performance in the non-boundary part of the domain, whereas its performance decreases near the upper boundary of the cutting angle. Under the same validation protocol, GPR shows less degradation in this region. The DE-based results therefore identify model-conditioned candidate configurations and are interpreted as outputs of the fitted PRM-3 response surface rather than experimentally confirmed production optima. EM1 and EM2 also vary across configurations and provide an additional operational reading of machine-system loading during cutting.

The dissertation contributes a domain-bounded framework for empirical characterization, predictive validation, and preliminary model-based orientation of bandsaw-cutting configurations. The interpretation remains comparative and limited to the specific machine–tool–material–measurement system investigated. The practical relevance for furniture and interior technologies lies in supporting the interpretation and preliminary orientation of cutting configurations for European beech elements, particularly where cut-surface quality is a technologically relevant criterion.

Keywords: wood machining; bandsaw cutting; cut-surface roughness; operational cutting power; electrical load indicators; out-of-sample validation; candidate configurations.

Благодарност

Ја изразувам мојата искрена благодарност до проф. д-р Зоран Трпоски, мојот ментор на докторските студии, за академското водство, поддршката и стручните совети во текот на подготовката на оваа дисертација. Неговите забелешки и методолошки сугестии придонесоа за унапредување на научниот пристап и на структурата на овој труд. Му благодарам на мојот син, Редон Селими, за техничката поддршка при проверката на Python-пресметките во процесот на обработка на податоците. Исто така, изразувам благодарност до професорите, колегите и персоналот на Факултетот за дизајн и технологии на мебел и ентериер, Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, како и до персоналот на Лабораторијата за испитување на мебел при овој факултет, за укажаната поддршка и соработка.

Изјавувам дека докторскиот труд е оригинален труд што го имам
изработено самостојно.

Своерачен потпис на докторандот
(на електронската верзија потпис и скратеница с.р.)

(на електронската верзија на докторски труд)

Изјавувам дека електронската верзија на докторскиот труд е идентична со
отпечатениот докторски труд.

Потпис на авторот, с.р

СОДРЖИНА

1. ВОВЕД.....	12
1.1. Позиционирање на придонесот на дисертацијата.....	12
1.2. Истражувачки прашања, цели и хипотези.....	13
2. ДОСЕГАШНИ ИСТРАЖУВАЊА.....	15
2.1. Рапавост на површината и параметри на режењето.....	15
2.2. Емпириско моделирање и валидирање надвор од примерокот.....	16
2.3. Директен и индиректен мониторинг на процесот на режење.....	17
2.4. Празнина во литературата и позиционирање на истражувањето.....	17
3. МЕТОД НА РАБОТА.....	18
3.1. Работен материјал, примероци и содржина на влага.....	18
3.2. Експериментална опрема и услови на обработка.....	18
3.2.1. Оперативна дефиниција на системот машина–алат–материјал–мерење.....	19
3.3. Експериментален дизајн.....	20
3.4. Мерење на рапавоста на површината (варијабла на одговорот).....	22
3.5. Протокол на валидација надвор од примерокот (OOS тест-поделба според аголот).....	25
3.6. Редослед на изведување и контрола на квалитетот (QC).....	25
3.7. Работен тек за моделирање и оптимизација.....	26
3.7.1. Поделба на податоците и цел на моделирањето.....	28
3.8. Развој на моделот PRM-3 (ограничена кубна спецификација).....	28
3.8.1. Bootstrap-интервали со перцентили за метриците на перформансата надвор од примерокот.....	29
3.8.2. Описна дијагностика на јазот меѓу обучувањето и валидацијата надвор од примерокот.....	30
3.8.3. Визуелизација на одзивната површина на PRM-3 за толкување на оптимизацијата.....	30
3.9. Развој на моделот GPR како споредбена референца.....	30
3.10. Оптимизација со алгоритмот DE.....	31
3.11. Мерење на струјното оптоварување на главниот и помошниот мотор.....	32
3.12. Дополнителна описна повеќекритериумска анализа со CRITIC.....	33
3.13. Софтверска околина и регистар на репродукцибилност.....	34
4. РЕЗУЛТАТИ.....	35
4.1. Резиме на експерименталната одговорна површина.....	35
4.2. OOS-валидација на PRM-3 според аголот.....	36
4.2.1. OOS-перформанса на PRM-3 пред и во близина на горната граница на доменот (X2).....	37
4.3. Дијагностика на ниво на конфигурација: измерени наспроти предвидени вредности (PRM-3).....	38
4.4. GPR како споредбен модел: OOS-оценка според аголот.....	39
4.5. Дијагностика на ниво на конфигурација: измерени наспроти предвидени вредности (GPR).....	40
4.6. OOS-перформанса според аголот: PRM-3 наспроти GPR.....	41
4.7. Кандидат-конфигурации идентификувани со DE врз заменскиот модел PRM-3.....	43
4.8. Репродуцибилност на DE и чувствителност на контролните параметри.....	46
4.9. Операционална моќност на режење на ниво на машински систем.....	46

4.10. Оперативен компромис условен од моделот PRM-3	49
4.11. Дополнителна описна анализа на оперативниот компромис со CRITIC	50
4.11.1. Основна пресметка со EM1	50
4.11.2. Проверка на чувствителноста со EM2.....	51
5. ДИСКУСИЈА	53
5.1. Главни наоди.....	53
5.2. Предиктивната перформанса на PRM-3 и споредбата со GPR	53
5.3. Горната граница на доменот: поограничена предиктивна доверливост и внимателно толкување.....	53
5.4. Оптимизација со DE за идентификација на кандидат-конфигурации.....	54
5.5. Практично значење и граници на интерпретацијата.....	55
5.6. Придонесот на трудот во технологијата на дрвото и во анализата на квалитетот на површината.....	55
6. ЗАКЛУЧОЦИ.....	57
6.1. Главни заклучоци	57
6.2. Одговори на истражувачките прашања.....	57
6.3. Статус на хипотезите.....	58
6.4. Придонесот на студијата.....	58
6.5. Ограничувања и граници на инференцијата	59
6.6. Идна работа, тековни граници на валидацијата и следни чекори	60
7. ЛИТЕРАТУРА	62
ПРИЛОЗИ.....	67
АВТОРЕЗИМЕ НА ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА	222
AUTHOR'S SUMMARY OF DOCTORAL DISSERTATION.....	252

Листа на кратенки и акроними

Кратенка	Опис
ARD	Автоматско определување на релевантноста (Automatic Relevance Determination; посебна должина на скала за секоја димензија во kernel-от на GPR)
DE	Диференцијална еволуција (Differential Evolution; ограничена континуирана оптимизација врз заменскиот модел PRM-3)
EM1	Електричен показател на оптоварувањето на главниот мотор; се користи како дел од оценката на оперативната моќност на режење на ниво на машински систем
EM2	Електричен показател на оптоварувањето на помошниот мотор; се користи како дополнителен показател на системското оптоварување
GPR	Регресија со Гаусови процеси (Gaussian Process Regression)
L-BFGS-B	Квази-Њутнов алгоритам со ограничена меморија и граници; оптимизаторот употребен за хиперпараметрите на GPR
IQR	Интерквартилен распон (Q3–Q1)
MAE (μm)	Средна апсолутна грешка, прикажана во μm
MAPE (%)	Средна апсолутна процентуална грешка, прикажана во %
MC (%)	Содржина на влага (Moisture Content), прикажана во % врз основа на сушење во печка.
OOS	Надвор од примерокот (out-of-sample); во овој труд, holdout-евалуација според аголот на режење
PRM-3	Полиномски регресионски модел од трет степен; полиномски заменски модел со ограничен сет кубни членови
RBF	Радијален базисен kernel (Radial Basis Function; квадратно-експоненцијален kernel во GPR)
RMSE (μm)	Квадратен корен од средната квадратна грешка, прикажан во μm

Листа на симболи (номенклатура)

Симбол (Единица)	Опис
α (°)	Агол на режење
H (mm)	Висина на режење
v_x (m·min ⁻¹)	Брзина на подавање
x^*	Вектор на Min–Max нормализирани влезови (α^*, H^*, v_x^*)
α^*, H^*, v_x^*	Min–Max нормализирани влезови во интервалот [0,1]
R_{\max} (μm)	Операционална сегментна вредност на рапавоста на површината според протоколот на мерење употребен во ова истражување
\bar{R}_{\max} (μm)	Средна набљудувана вредност на R_{\max} на ниво на конфигурација; главен моделиран и валидиран одзив
\hat{R}_{\max} (μm)	Предвидена вредност на \bar{R}_{\max} од моделот
x	Генерички предиктор во постапката на скалирање
N (count)	Вкупен број набљудувања на ниво на конфигурација
n_{train} (count)	Број на тренинг-конфигурации за секоја тест-поделба
n_{test} (count)	Број на тест-конфигурации за секоја тест-поделба
α_{test} (°)	Агол на режење оставен надвор за тестирање
i	Индекс на конфигурацијата во тест-множеството
b	Индекс на bootstrap-репликацијата
$\beta_0, \dots, \beta_{12}$ (μm)	Коефициенти на PRM-3
R^2	Коефициент на определување
B (count)	Број на bootstrap-репликации за секоја тест-поделба
$\mu(x)$ (μm)	Предиктивна средна вредност на GPR
$\sigma(x)$ (μm)	Предиктивна стандардна девијација на GPR
l_d	ARD должина-скала за димензијата d
$\delta_{x,x'}$	Кронекерова делта
NP (count)	Големина на популацијата во DE
F	Диференцијална тежина во DE
CR	Стапка на вкрстување во DE
G_{\max} (count)	Максимален број генерации во DE
$(\alpha_{DE}, v_{x,DE})$ (°; m·min ⁻¹)	Моделски условен кандидатски пар пријавен од DE за фиксно ниво на H .

Стандардизирани методолошки термини

Термин	Форма што се користи во овој труд
benchmark	споредбен модел
bootstrap	bootstrap-ресемплирање (на пр.: bootstrap-интервали со перцентилен)
fold	поделба
holdout	тест-поделба
Min–Max scaling	Min–Max скалирање; линеарно скалирање на предикторите во интервалот $[0,1]$, приспособено врз обучувачкото подмножество и потоа применето на тест-подмножеството
percentile	перцентил
split	поделба (на пр.: train/test поделба)
surrogate model	заменски модел

1. ВОВЕД

1.1. Позиционирање на придонесот на дисертацијата

Оваа дисертација ја разгледува врската меѓу контролирачките параметри на режење со лентовидна пила, оперативната моќност на режење и рапавоста на резната површина при обработка на европска бука. Рапавоста на резната површина е избрана како централен одзив, додека оперативната моќност на режење се оценува преку електричните показатели EM1 и EM2 како релативни показатели на системското оптоварување во рамките на истиот експериментален систем, а не како директно механичко мерење на моќноста во зоната алат–материјал.

Во обработката на дрво, квалитетот на површината има непосредно техничко значење, бидејќи е поврзан со оценувањето на операцијата на режење и со барањата на последователните операции на доработка, обложување и лепење (Iskra & Hernández, 2009; Kilić et al., 2006). Сепак, техничката споредба на конфигурациите не е целосна ако се ограничи само на рапавоста. Од производствен аспект, изборот на параметрите на режење претставува компромис меѓу квалитетот на резната површина, производниот ритам и оптоварувањето на машинскиот систем (Yang et al., 2023; Yu et al., 2023).

Истражувањето го третира овој проблем преку три поврзани аналитички слоеви: емпириска карактеризација на одзивот на рапавоста, оценување на предиктивната изведба на моделите со валидација надвор од примерокот според аголот на режење и прелиминарна идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации. Во оваа рамка, PRM-3 се развива како експлицитен и технички читлив модел, GPR се користи како споредбена предиктивна референца, а Диференцијална еволуција се применува за насочување кон кандидатски конфигурации во рамките на испитаниот домен.

Во ова истражување, одзивот се операционализира преку оперативниот индекс на рапавост R_{max} , додека во статистичката анализа и предиктивното моделирање се третира преку средната вредност на ниво на конфигурација, \bar{R}_{max} . Конфигурацијата е аналитичката единица, бидејќи секоја комбинација на аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x претставува посебен процесен услов во испитаниот домен.

Целта на оваа дисертација е да развие и оцени доменски ограничена рамка за емпириска карактеризација, предиктивна валидација и прелиминарно моделски засновано насочување на конфигурациите на режење со лентовидна пила при обработка на европска бука.

Централната теза е дека, во рамките на испитаниот експериментален домен, комбинациите на аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x се поврзани со различни вредности на \bar{R}_{max} на ниво на конфигурација. Ова овозможува моделирање на средниот конфигурациски одзив и користење на PRM-3 како проверлива основа за релативна споредба и прелиминарна идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации, а не како експериментално потврдени производствени оптимуми. Интерпретацијата во близина на горната граница на аголот бара зголемена претпазливост, но обезбедува важен увид во границите на предиктивната преносливост на моделот. Сите заклучоци се однесуваат на конкретниот систем машина–алат–материјал–мерење и на испитаниот експериментален домен.

1.2. Истражувачки прашања, цели и хипотези

Во оваа студија, \bar{R}_{max} ја означува средната вредност на ниво на конфигурација на оперативниот индекс на рапавост R_{max} , како што е дефиниран во Дел 3.4. Конфигурацијата се третира како аналитичка единица, бидејќи секоја комбинација на аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x претставува посебен процесен услов во испитаниот домен.

Истражувачките прашања се организирани според три поврзани аналитички слоеви: емпириско-технолошка карактеризација на рапавоста, оценување на предиктивната преносливост на моделот и прелиминарно технолошко насочување на кандидатските конфигурации.

Истражувачки прашања

ИП1. Како се менува \bar{R}_{max} меѓу конфигурациите определени со α , H и v_x во испитаниот експериментален домен?

ИП2. Каква предиктивна преносливост покажува PRM-3 при валидација надвор од примерокот според аголот на режење, и како се споредува неговата изведба со GPR под истиот протокол?

ИП3. Кои моделски условени кандидатски конфигурации се идентификуваат преку оптимизација врз конечниот PRM-3, и како треба да се толкуваат во рамките на испитаниот домен?

Цели

Ц1. Емпириски да се карактеризира промената на \bar{R}_{max} меѓу конфигурациите определени со α , H и v_x .

Ц2. Да се приспособи и експлицитно да се прикаже PRM-3 како полиномски модел од трет степен за предвидување на \bar{R}_{max} на ниво на конфигурација.

Ц3. Да се оцени OOS-перформансата на PRM-3 со протокол на изоставување според аголот на режење, користејќи R^2 , MAE, RMSE и MAPE.

Ц4. Да се спореди PRM-3 со GPR како пофлексибилна предиктивна референца под истиот протокол на валидација.

Ц5. Да се примени Диференцијална еволуција врз конечниот PRM-3 за идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации со ниска предвидена вредност на \bar{R}_{max} .

Ц6. Да се вклучи операционалната моќност на режење, следена преку електричните показатели на системското оптоварување, како дополнителна техничка димензија за релативна споредба на конфигурациите.

Хипотези

За потребите на OOS-перформансата, тест-поделбите според аголот се групираат во негранични тест-поделби, $\alpha_{test} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ\}$, и тест-поделби во близина на горната граница, $\alpha_{test} \in \{80^\circ, 90^\circ\}$. Ова групирање се користи за да се оцени дали предиктивната изведба слабее во близина на горната граница на испитаниот домен.

GPR се користи како споредбена референца затоа што пофлексибилните модели можат подобро да ја следат локалната нелинеарност во гранични режими, додека PRM-3 обезбедува поголема транспарентност, проверливост и непосредна техничка читливост.

X1. Во рамките на испитаниот експериментален домен, \bar{R}_{max} се очекува да покаже систематски разлики меѓу конфигурациите определени со α , H и v_x , што ја оправдува употребата на конфигурацијата како аналитичка единица и моделирањето на средниот конфигурациски одзив.

X2. Под протоколот на валидација надвор од примерокот, се очекува PRM-3 да покаже поповолна предиктивна перформанса во останатите тест-поделби отколку во тест-поделбите во близина на горната граница.

X3. Под истиот протокол на валидација, се очекува GPR да послужи како постабилна споредбена предиктивна референца во близина на горната граница од PRM-3, додека PRM-3 ја задржува главната улога како транспарентен и технички читлив модел.

Истражувачките прашања, целите и хипотезите се поставени во рамките на јасно дефиниран експериментален домен, протокол на мерење, шема на валидација и конкретни услови на материјалот, машината, алатот и процесот.

2. ДОСЕГАШНИ ИСТРАЖУВАЊА

Ова поглавје ја разгледува релевантната литература во четири поврзани рамништа: рапавост на површината и процесни параметри при режење со лентовидна пила, емпириско моделирање и валидација надвор од примерокот, директен и индиректен мониторинг на процесот и празнината во литературата врз која се позиционира истражувањето.

2.1. Рапавост на површината и параметри на режењето

Рапавоста на површината при режење на дрво со лентовидна пила е поврзана со контролирачките параметри на процесот, особено со аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање. Претходните истражувања пријавуваат врски меѓу параметрите на режење, силата или моќноста и квалитетот на површината, зависно од конфигурацијата на системот и работните услови (Aguilera & Martin, 2001; Hernández et al., 2014). Зголемувањето на брзината на подавање најчесто се поврзува со влошување на површинскиот квалитет, додека поповолните режими и пониското работно оптоварување се поврзуваат со пониска рапавост (Pinkowski et al., 2018; Pakzad et al., 2023; Piernik et al., 2023; Zhu et al., 2022). Рапавоста е чувствителна и на ориентацијата на материјалот, начинот на обработка и видот на дрвото, што е важно за последователни операции како доработка и лепење (Iskra & Hernández, 2009; Kilic et al., 2006).

Кај бука режена со лентовидна пила, рапавоста е пријавена како процесна карактеристика, но поретко преку експлицитен предиктивен модел што директно ги поврзува контролирачките параметри со одзивот на рапавоста (Siklienka et al., 2015). Литературата ја нагласува улогата на системот машина–лента–материјал во стабилноста на режењето и квалитетот на површината (Trposki, 1996; Çakmak, 2022), како и ограничената преносливост на односите меѓу различни режими, особено во близина на работните граници (Jiang et al., 2022; Trposki, 1996). Локалната хетерогеност на дрвото дополнително ја зголемува варијацијата на површинскиот одзив и бара емпириска оценка во јасно определени услови (Huang et al., 2024). Во ова истражување се користи операционален индекс на рапавост, определен според протоколот опишан во Дел 3.4.

Квалитетот на површината е повеќедимензионален технички конструкт зависен од геометријата на површината, анатомската структура на дрвото, процесот и мерната постапка (Sandak & Negri, 2005; Sinn et al., 2009). Кај дрвото, мерењето на рапавоста е метролошки чувствително, бидејќи резултатите зависат од мерниот принцип, должината и резолуцијата на мерењето, референцирањето, филтрирањето, избраниот параметар и структурата на материјалот (Gurau & Irle, 2017; Sushil et al., 2025). Затоа, ова истражување го ограничува поширокиот поим на површински квалитет на рапавоста на резната површина, изразена преку операционалниот индекс и преку средната конфигурациска вредност употребена во моделирањето.

Покрај геометријата на алатот и процесните параметри, квалитетот на резната површина зависи од внатрешната варијабилност на дрвото. Механиката на режењето, формирањето на струготината, абењето на алатот и процесните сили зависат од заедничкото дејство на геометријата на алатот, параметрите и својствата на материјалот (Naylor & Naskney, 2013). Насоката на влакната, влажноста, годишните прстени и локалната нерамномерност на дрвото можат дополнително да влијаат врз стабилноста на процесот и состојбата на обработената површина (Naylor et al., 2012; Vitosytè et al.,

2015; Zhong, 2021). Оттука, резултатите треба да се читаат како доменски ограничени за конкретниот материјал, машинска поставеност, алат и мерен протокол.

2.2. Емпириско моделирање и валидирање надвор од примерокот

Во обработката на дрво, изборот на процесните параметри и редуцијата на рапавоста традиционално се разгледуваат преку структурирани експериментални планови, методологија на одзивна површина и емпириски регресиски модели (Pinar, 2013; Tlhabadira et al., 2019; Yaghoubi et al., 2023). Регресиски пристапи се применети и при режење со лентовидна пила, каде што рапавоста се поврзува со процесни и материјални големини, како сила на режење, акустични сигнали и густина на дрвото, а споредбата меѓу предвидените и експерименталните вредности се користи за оценка на доверливоста на моделот (Tanaka et al., 1994; Shi et al., 2017).

Покрај класичното моделирање, се користат и комбинирани пристапи што ги поврзуваат ортогоналните низи на Taguchi, методологијата на одзивна површина, робусната оптимизација и еволуциските алгоритми за минимизирање на рапавоста или балансирање на повеќе технолошки критериуми (Hazır & Koç, 2019; de Melo et al., 2019; Zolpakar et al., 2021). Во оваа логика, оптимизацијата со заменски модели претставува алатка за прелиминарна селекција на кандидатски решенија, а не конечна потврда на оптимумот; затоа примената на диференцијална еволуција врз PRM-3 се толкува како моделски поддржана селекција во испитаниот домен (Jin, 2011; Bhosekar & Ierapetritou, 2018; Jiang et al., 2020).

Современите пристапи вклучуваат и пофлексибилни модели за поврзување на процесните сигнали, работните услови и квалитетот на површината (Fertig et al., 2021). Гаусовата процесна регресија, вештачките невронски мрежи, моделите на вештачка интелигенција, ансамбл-моделите и невро-фази системите се применуваат за предиктивно оценување, мониторирање и регулирање на процесот (Zhang et al., 2014; Tiryaki et al., 2014; Gehring Junior et al., 2014; Wang et al., 2024; Sexton et al., 2024; Asiltürk & Ünüvar, 2009). Сепак, за споредба на конфигурации останува важна експлицитната врска меѓу контролирачките параметри и одзивот, па споредбата меѓу интерпретабилен и пофлексибилен модел има методолошко и практично значење (Chegdani & El Mansori, 2024; Hao et al., 2024).

Биолошката варијабилност и локалната хетерогеност на дрвото можат да ја зголемат распределбата на одзивите меѓу работните режими, па приспособувањето само во примерок не е доволно за технички употреблив модел (Aboussafy & Guilbault, 2021; Pfeiffer et al., 2015; Huang et al., 2024). За оценување на генерализацијата и контрола на пренавклопувањето, вкрстената валидација и валидацијата надвор од примерокот се користат како стандардни постапки (Arlot & Celisse, 2010), додека бутстрејп-постапките овозможуваат описно прикажување на чувствителноста на метриците на изведба (Efron & Tibshirani, 1993). Во ова истражување, OOS-валидацијата според аголот и бутстрејп-интервалите се опишани во Дел 3.5 и Дел 3.8.1.

Значајно ограничување при споредба со литературата е тоа што студиите не користат нужно исти параметри на рапавост, исти правила на оценување и исти мерни протоколи. Затоа, литературата овде се користи првенствено за позиционирање на односот меѓу параметрите на режење, одзивот на површината и пристапите на моделирање, додека директните нумерички споредби на рапавоста се толкуваат внимателно според конкретниот мерен протокол.

2.3. Директен и индиректен мониторинг на процесот на режење

Во литературата за механичка обработка на дрво, рапавоста на површината е централен показател на квалитетот, додека оптоварувањето на системот и потрошувачката на енергија претставуваат дополнителни димензии на техничката оценка на процесот (Nasir & Cool, 2018; Zhong, 2021). Мониторингот најчесто се дели на директен и индиректен: директните пристапи мерат сили на режење со динамометри или специјализирани сензори (Liang, Zhang, Coppola, et al., 2016), додека индиректните пристапи ја оценуваат состојбата преку системски сигнали како електрична струја, моќност, вибрации, акустична емисија или забрзување (Liang, Zhang, Wu, & Zou, 2016; Kuntoğlu et al., 2021; Mohamed et al., 2022).

Користењето на струјата и моќноста на моторот за индиректна оценка на силата или оптоварувањето на режењето е консолидирана методолошка линија. Kim и Kim (1996), Jeong и Cho (2002), Miura et al. (2018) и Schmucker et al. (2023) покажуваат дека електричните сигнали можат да се користат за мониторинг или индиректна оценка на процесот, додека директните мерења остануваат физички поблиска референтна точка. Во оваа дисертација, EM1 и EM2 се користат како релативни електрични показатели на оптоварувањето во конкретниот машински систем, а не како директно механичко мерење во зоната алат–материјал (Nasir & Cool, 2018; Kuntoğlu et al., 2021; Mohamed et al., 2022).

2.4. Празнина во литературата и позиционирање на истражувањето

Во разгледаната литература за режење на дрво со лентовидна пила, рапавоста најчесто се третира како резултат на процесот и на промената на работните услови, додека експлицитните модели што директно ги поврзуваат контролирачките параметри со рапавоста и се оценуваат преку однапред определена OOS-валидација остануваат ограничени. Истовремено, недостига јасно артикулирана рамка што ги поврзува измерениот одзив, границите на споредливост и употребата на моделот за релативна споредба на конфигурациите во определен експериментален домен.

Ова истражување се позиционира во тој простор преку ограничена, но технички употреблива и методолошки проверлива рамка што ги обединува емпириското мерење, конфигурациското агрегирање, интерпретабилното моделирање, OOS-валидацијата и прелиминарното моделски засновано насочување на конфигурациите. Поновите пристапи го потврдуваат значењето на предвидувањето на површинската состојба во современата анализа на процесите на обработка (Zhong, 2021), а GPR се издвојува како релевантен флексибилен модел за предвидување на рапавоста врз основа на процесни или сензорски податоци (Chen et al., 2024). Врз основа на прегледаната литература, постои јасна основа за истражување на врската меѓу параметрите на режење, рапавоста на резната површина, оперативните показатели и предвидувачкото моделирање на површинската состојба (Aguilera & Martin, 2001; Hernández et al., 2014; Sandak & Negri, 2005; Sinn et al., 2009; Zhong, 2021; Chen et al., 2024).

3. МЕТОД НА РАБОТА

3.1. Работен материјал, примероци и содржина на влага

Се користеше европска бука (*Fagus sylvatica* L.). Даските беа подготвени на четири нивоа на дебелина, кои во оваа конфигурација соодветствуваат на висината на режење, $H \in \{20, 30, 40, 50\}$ mm, при еднаква ширина и должина. Примероците беа ориентирани за надолжно режење, при што насоката на подавање беше паралелна со дрвните влакна. Во рамките на секоја група по дебелина беа избрани даски со споредлива распределба на годишните прстени, со цел да се ограничи структурната хетерогеност во рамките на групата, без да се гарантира целосна еквивалентност на материјалот меѓу сите нивоа на H .

Содржината на влага во дрвото (МС) беше определена со гравиметриски метод. По режењето беа земени примероци, кои веднаш беа херметички затворени. Примероците беа измерени во лабораторија на техничка вага и сушени во термостат на температура од $100 \pm 2^\circ\text{C}$ до целосно сува состојба. По кондиционирање во десикатор, примероците повторно беа измерени со точност од 0.01 g. МС беше пресметана како процент врз основа на влажната и сувата маса. Во оваа студија, определувањето на МС се користеше за карактеризација на материјалот и за документирање на влагосодржинската состојба на примероците. МС не беше третирана како независен фактор во моделот, па затоа нејзиното одделно влијание врз \bar{R}_{max} и врз електричните показатели не се проценува во оваа дисертација.

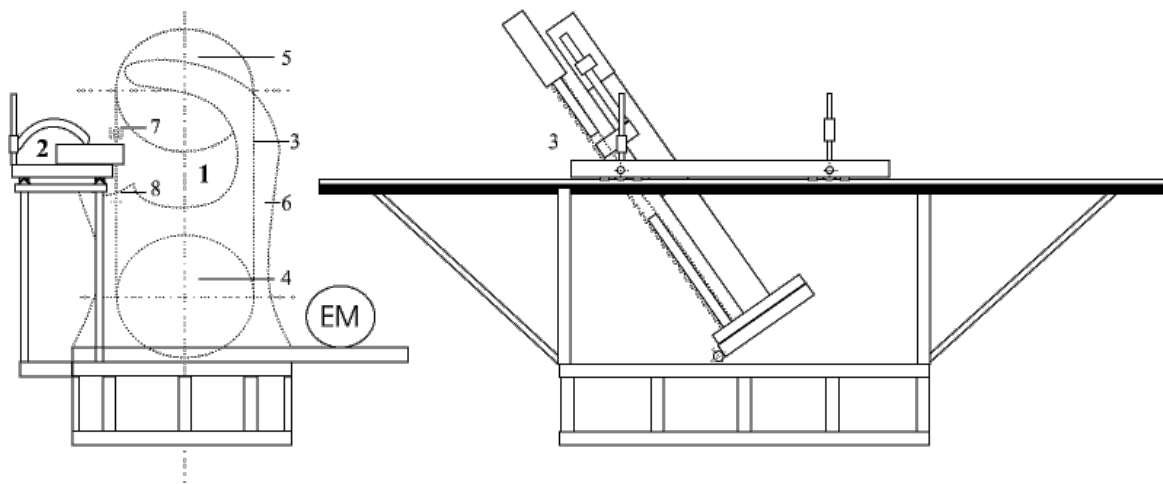
$$MC(\%) = \frac{m_{wet} - m_{dry}}{m_{dry}} \times 100.$$

3.2. Експериментална опрема и услови на обработка

Пробите на режење беа изведени во контролирана лабораториска конфигурација, со користење на унапредена лабораториска пила, опремена со прилагодлива накосена рамка за контрола на аголот на режење и со механизирани подвижна количка за контролирано подавање. Аголот на режење α беше поставуван со скалата на рамката и беше проверуван пред серијата проби и по секое механичко прилагодување.

Брзината на подавање v_x беше обезбедена преку количка управувана со мотор и пренос со тркало на триење, и беше поставувана на нивоата $v_x \in \{3, 6, 9\} \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. За секое целно ниво, брзината беше проверувана на фиксно растојание и се одржуваше константна за време на режењето. Оваа конфигурација овозможуваше практична контрола на влезните параметри во рамките на испитаниот домен.

Слика 1 ја прикажува шемата на лабораторискиот систем со лентовидна пила, опремен со подвижна количка и прилагодлив механизам за режење под агол, адаптиран според Trposki (1996).



Слика 1. Лабораториски систем со лентовидна пила, опремен со подвижна количка и механизам за прилагодување на аголот на режење (шематски приказ). Адаптирано според Trposki

Легенда: (1) основна машина; (2) подвижна количка; (3) лента на пилата; (4) долно тркало (погонско); (5) горно тркало; (6) тело/рамка на машината; (7) горен водич; (8) долен водич.

3.2.1. Оперативна дефиниција на системот машина–алат–материјал–мерење

За потребите на толкувањето на резултатите, експерименталната поставеност во ова истражување се дефинира како конкретен систем машина–алат–материјал–мерење. Оваа дефиниција овозможува резултатите, моделите и кандидатските конфигурации да се читаат во рамките на јасно определена експериментална конфигурација. Табела 1 ја сумира оперативната дефиниција на овој систем.

Табела 1. Оперативна дефиниција на експерименталниот систем машина–алат–материјал–мерење

Компонента	Опис во ова истражување	Улога во толкувањето
Машина	Лабораториски систем со лентовидна пила, прилагодлива накосена рамка за поставување на аголот на режење и механизизирана подвижна количка за контролирано подавање.	Ги определува условите на механичко водење, стабилноста на процесот и применливоста на резултатите во конкретната лабораториска конфигурација.
Алат	Лента на пилата применета во истата експериментална конфигурација во текот на испитувањето.	Го дефинира резниот контакт и ја поставува интерпретацијата на резултатите во рамките на употребената алатна конфигурација.
Материјал	Примероци од европска бука (<i>Fagus sylvatica</i> L.), подготвени според дефинираните нивоа на дебелина, односно висина на режење.	Ја определува применливоста на заклучоците во однос на испитаниот дрвен вид, ориентацијата на режење и материјалната подготовка.
Мерење	Мерење на рапавоста преку оперативниот индекс R_{max} , со агрегирање во \bar{R}_{max} на ниво на конфигурација; дополнително следење на електричните показатели на оптоварувањето на системот.	Ја дефинира одговорната варијабла и начинот на споредба, моделирање и валидација во рамките на испитаниот домен.
Експериментален домен	Комбинации на аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x , дефинирани во целосниот факторски план.	Ги поставува испитаните нивоа и моделските интерпретации во рамките на зададениот домен.

Опсег на интерпретација	Резултатите се толкуваат како важечки за конкретната конфигурација машина–алат–материјал–мерење.	Ја определува применливоста на споредбите, моделите и кандидатските конфигурации во рамките на наведениот експериментален систем.
-------------------------	--	---

Оваа оперативна дефиниција ја поставува основата за понатамошното толкување на резултатите. Поради тоа, сите споредби, предиктивни модели и кандидатски конфигурации идентификувани во ова истражување се однесуваат на наведениот експериментален систем и на испитаниот домен на параметри.

3.3. Експериментален дизајн

Беше применет целосен факторски план на ниво на конфигурации, со три контролирачки фактори: агол на режење α , висина на режење H и брзина на подавање v_x . Аголот на режење беше испитан на седум нивоа ($30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$), висината на режење на четири нивоа (20, 30, 40, 50)mm, а брзината на подавање на три нивоа ($3.0, 6.0, 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$). Со тоа беа добиени $7 \times 4 \times 3 = 84$ уникатни експериментални конфигурации.

Во оваа експериментална поставеност, висината на режење H соодветствува на дебелината на примерокот T , односно $H = T$. Затоа, H се третира како испитано ниво на материјално-процесната конфигурација, а не како целосно слободен оперативен параметар во истата смисла како аголот на режење α и брзината на подавање v_x . Разликите меѓу нивоата на H се толкуваат во рамките на конфигурацијата материјал–процес.

Примарната мерна единица беше локалниот сегмент на резната површина, додека аналитичката единица за статистичка анализа, моделирање и OOS-валидација беше експерименталната конфигурација. За секоја конфигурација, повеќе локални мерења на R_{max} беа агрегирани во средна конфигурациска вредност \bar{R}_{max} , според протоколот опишан во Дел 3.4. На тој начин, конечната база за моделирање содржи $N = 84$ конфигурациски записи, по еден агрегиран одзив за секоја комбинација на α , H и v_x .

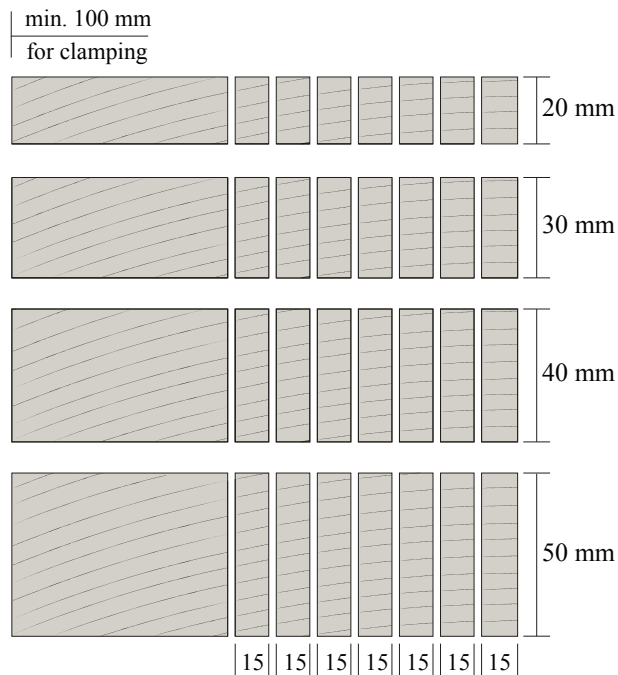
Бидејќи анализата се изведува на ниво на конфигурациска средна вредност, а не на независни повторувања на целата конфигурација, дизајнот не обезбедува класична процена на експерименталната грешка на ниво на конфигурација. Затоа, резултатите не се толкуваат како факторска анализа со тестирање на статистичка значајност на поединечни ефекти, туку како емпириско-предиктивна анализа на конфигурацискиот одзив во рамките на јасно ограничен експериментален домен.

За секое ниво на дебелина, резовите беа изведувани надолжно, паралелно со дрвните влакна, врз надолжни даски со должина од приближно 1 m. Првиот рез се изведуваше со латерално растојание од 15 mm од страничниот раб, а следните резови се изведуваа како паралелни траектории со константен латерален чекор од 15 mm. Слика 2 го прикажува изборот на надолжни даски според моделот на годишните прстени и распоредот на последователните паралелни резови.

Редоследот на изведување на конфигурациите не беше целосно рандомизиран преку документиран формален протокол. Поради тоа, не може целосно да се одвојат ефектите на параметрите од можни временски или секвенцијални влијанија, како што се загревање на системот, постепено абење на лентата или експериментален дрифт. За намалување на оперативната варијабилност беа применети исти постапки на поставување, проверка на аголот, контрола на подавањето, мерење по резот и чистење

меѓу сериите. Затоа, резултатите се толкуваат како доменски ограничена емпириско-предиктивна анализа под контролирани лабораториски услови, а не како целосна каузална факторска процена.

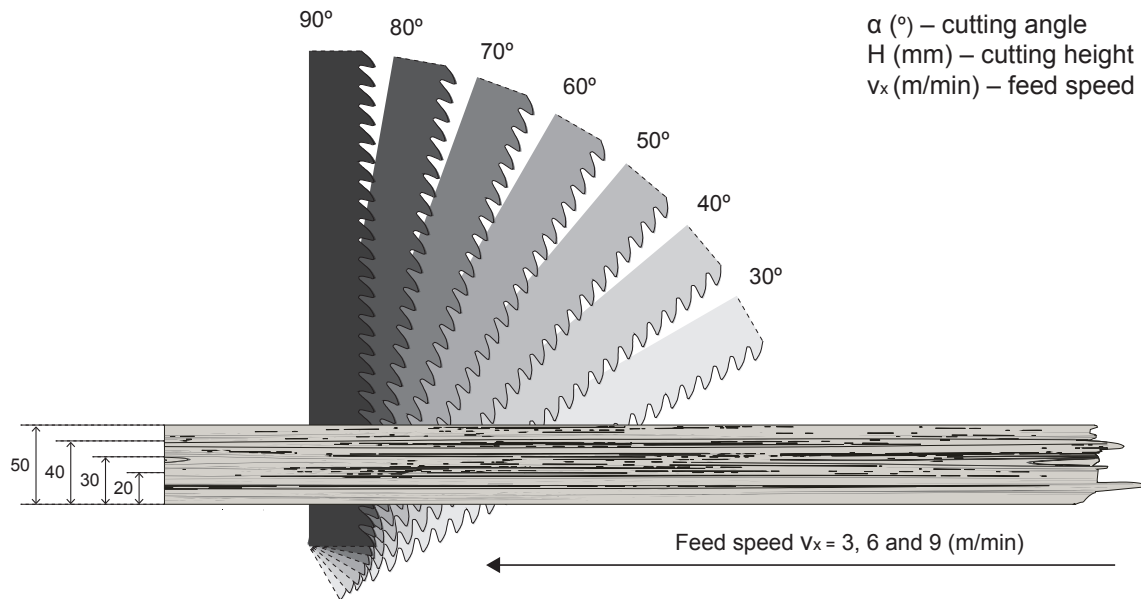
Табела 2 го сумира експерименталниот план, единиците на набљудување и агрегирањето на мерењата. Слика 3 го прикажува просторот на факторите и експерименталниот домен. Табела 3 ги систематизира главните параметри, ознаки, единици и аналитички статуси употребени во понатамошната анализа.



Слика 2. Селекција на надолжни даски според моделот на годишните прстени и шематски приказ на распоредот на последователните паралелни резови, изведени со латерален чекор од 15 mm

Табела 2. Резиме на експерименталниот дизајн, единиците на набљудување и агрегирањето на мерењата

Елемент	Опис / нивоа	Единица / N
Фактор 1: агол на режење α	{30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90°}	°; 7 нивоа
Фактор 2: висина на режење H	{20, 30, 40, 50}	mm; 4 нивоа (во оваа поставеност $H = T$, дебелина на примерокот)
Фактор 3: брзина на подавање v_x	3.0, 6.0, 9.0	$m \cdot \min^{-1}$; 3 нивоа
Дизајн	Целосен факторски план	$7 \times 4 \times 3 = 84$ уникатни конфигурации
Единица на набљудување за моделирање	Конфигурација (α, H, v_x)	1 набљудување = 1 конфигурациска средина
Примарна мерна единица	Мерен сегмент на резната површина	R_{max} , според Дел 3.4
Одговорна варијабла за моделирање	Средна конфигурациска рапавост \bar{R}_{max}	μm ; $N = 84$
Агрегација	Локалните мерења на R_{max} се агрегираат во \bar{R}_{max}	\bar{R}_{max} се користи за моделирање, валидација и оптимизација



Слика 3. Простор на експерименталниот дизајн за пилење со лентовидна пила: $\alpha \in [30^\circ, 90^\circ]$, $H \in [20, 50]$ mm и $v_x \in \{3, 6, 9\} m \cdot min^{-1}$. Илустративно; не е во размер

Табела 3. **Параметри, ознаки, единици и статус во анализата**

Параметар / показател	Ознака	Единица	Статус во анализата
Агол на режење	α	$^\circ$	Независна променлива / конфигурациски фактор
Висина на режење	H	mm	Независна променлива / конфигурациски фактор; во оваа поставеност $H = T$
Брзина на подавање	v_x	$m \cdot min^{-1}$	Независна променлива / конфигурациски фактор
Сегментна рапавост	R_{max}	μm	Основен мерен одзив на ниво на мерен сегмент
Средна конфигурациска рапавост	\bar{R}_{max}	μm	Главна одговорна варијабла за моделирање, валидација и оптимизација
Струјно оптоварување на главниот мотор	EM1	A	Дополнителен електричен показател на системското оптоварување
Струјно оптоварување на помошниот мотор	EM2	A	Дополнителен електричен показател на системското оптоварување
Произведен ритам / брзина на подавање	v_x	$m \cdot min^{-1}$	Конфигурациски фактор; дополнително показател на производниот ритам при релативна споредба на конфигурациите

3.4. Мерење на рапавоста на површината (варијабла на одговорот)

Во оваа студија, рапавоста на резната површина се операционализира преку индексот R_{max} , оценет со дигитален компаратор според применетиот компараторски протокол. R_{max} се користи како оперативен индекс на висинската нерамномерност на површината и како споредбен показател меѓу конфигурациите измерени во истиот експериментален систем. Неговата средна вредност на ниво на конфигурација, \bar{R}_{max} , претставува главен одзив за статистичкото моделирање, OOS-валидацијата и моделски условената оптимизација.

Мерењето беше изведено со дигитален компаратор поврзан со електронски процесор за автоматизирано регистрирање на податоците. Последователните резови создадоа посебни површини на кои беа извршени повеќе локални мерења на R_{max} . Во конечната

аналитичка база, локалните мерења беа агрегирани во една средна вредност на ниво на конфигурација, \bar{R}_{max} . Со тоа, конфигурацијата (α, H, v_x), се дефинира како единица на анализа, а моделите го опишуваат средниот конфигурациски одзив, а не варијацијата во рамките на поединечните конфигурации.

За да се подобри конзистентноста на поставувањето на мерната точка при рачно позиционирање, беше користено косо осветлување во комбинација со затемнет екран. Бидејќи страничното отстапување на лентата на пилата може да создаде локално закривен профил, беше употребена рамна референтна плочка со дебелина $t_p = 2.0 \text{ mm}$ за определување на локално референтно ниво, следејќи го пристапот на референтирање со компаратор пријавен кај Troski (1996). За секоја мерна точка, инструментот се нулираше врз референтната плочка, сондата се поместуваше до избраната точка на дрвото и се регистрираше вертикалното поместување. Ова отчитување служеше како основа за вредноста на R_{max} , изразена во μm .

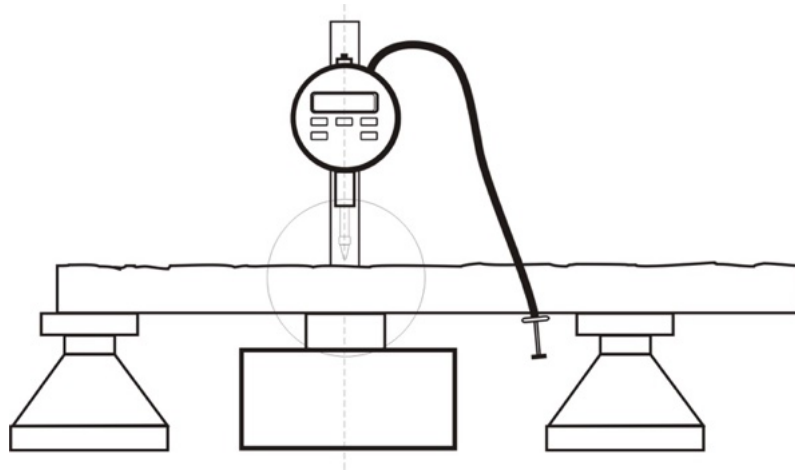
Методата со компаратор претставува оперативен протокол на мерење. Во рамките на ова истражување не беше спроведена независна метролошка калибрација на инструментот според посебен стандардизиран протокол. Поради тоа, апсолутните вредности на R_{max} треба да се читаат со претпазливост. Главниот акцент е ставен на релативните разлики и трендовите меѓу конфигурациите измерени со ист инструмент, иста поставеност, исто референцирање и ист начин на агрегирање.

Во оваа смисла, R_{max} не се третира како целосна метролошка карактеризација на површинската текстура во смисла на поширок сет стандардизирани параметри, како R_a, R_z, R_q, S_a или сродни показатели. Неговата аналитичка вредност во оваа дисертација е во внатрешно конзистентната споредба на конфигурациите, во статистичкото моделирање на \bar{R}_{max} и во проверката на предиктивната преносливост во рамките на испитаниот домен. Споредбата со студии што користат други мерни принципи или параметри на површинска текстура треба да се врши претпазливо, бидејќи резултатите зависат од инструментот, референцирањето, должината на оценување и применетиот протокол на мерење.

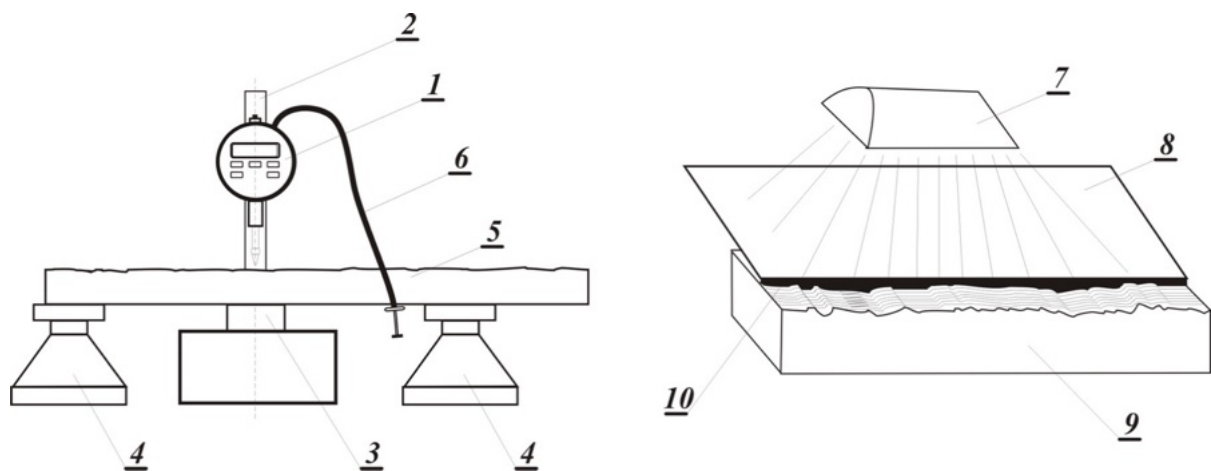
Бидејќи мерењето, агрегирањето и моделирањето се изведуваат на различни нивоа, Табела 4 ги прикажува мерните, агрегирачките и аналитичките единици употребени во ова истражување. Сликите 4, 5 и 6 ја прикажуваат поставеноста на мерењето, главните компоненти и текот на нултото референцирање.

Табела 4. *Мерни, агрегирачки и аналитички единици во истражувањето*

Ниво	Опис	Улога во истражувањето
Мерен сегмент	Локален сегмент на резната површина на кој се регистрира R_{max} .	Основна единица на мерење на рапавоста.
Мерен примерок / резана површина	Површина добиена со конкретен рез во зададена конфигурација.	Носител на локалните мерења на R_{max} .
Конфигурација	Единствена комбинација од α, H и v_x .	Основна единица на анализа.
\bar{R}_{max}	Средна вредност на R_{max} на ниво на конфигурација.	Главен одзив во PRM-3, GPR, OOS-валидацијата и DE.
OOS тест-поделба	Сите конфигурации со еден изоставен агол на режење.	Единица за проверка на предиктивната преносливост меѓу аглите.

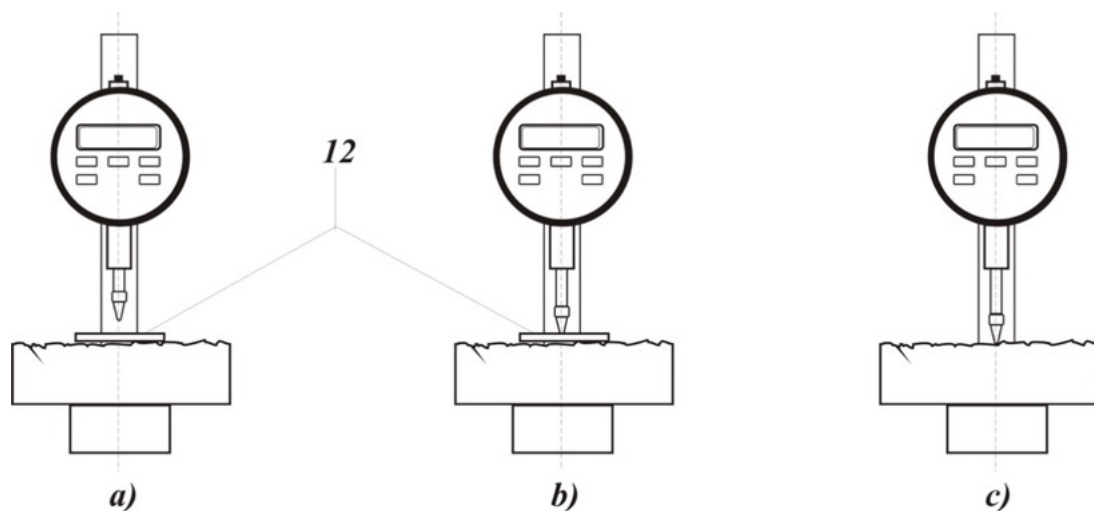


Слика 4. Поставка со дигитален компаратор за сегментно мерење на R_{max} (примерокот е потпрен на двата краја; автоматизирана обработка на податоците)



Слика 5. Принцип и компоненти на мерењето на рапавоста со компаратор, вклучувајќи ја идентификацијата на точката со помош на сенка

Легенда: (1) дигитален компаратор; (2) држач на компараторот; (3) работна површина; (4) крајни потпирачи; (5) примерок; (6) продолжеток за активирање; (7) активатор/прекинувач; (8) извор на светлина; (9) косо поставен темен екран; (10) површина/сегмент на примерокот.



Слика 6. Нулто референцирање со референтна плочка од 2 mm: (a) поставување и нулирање; (b) мерење на точката на дрвото; (c) отстранување на плочката и повторување на постапката

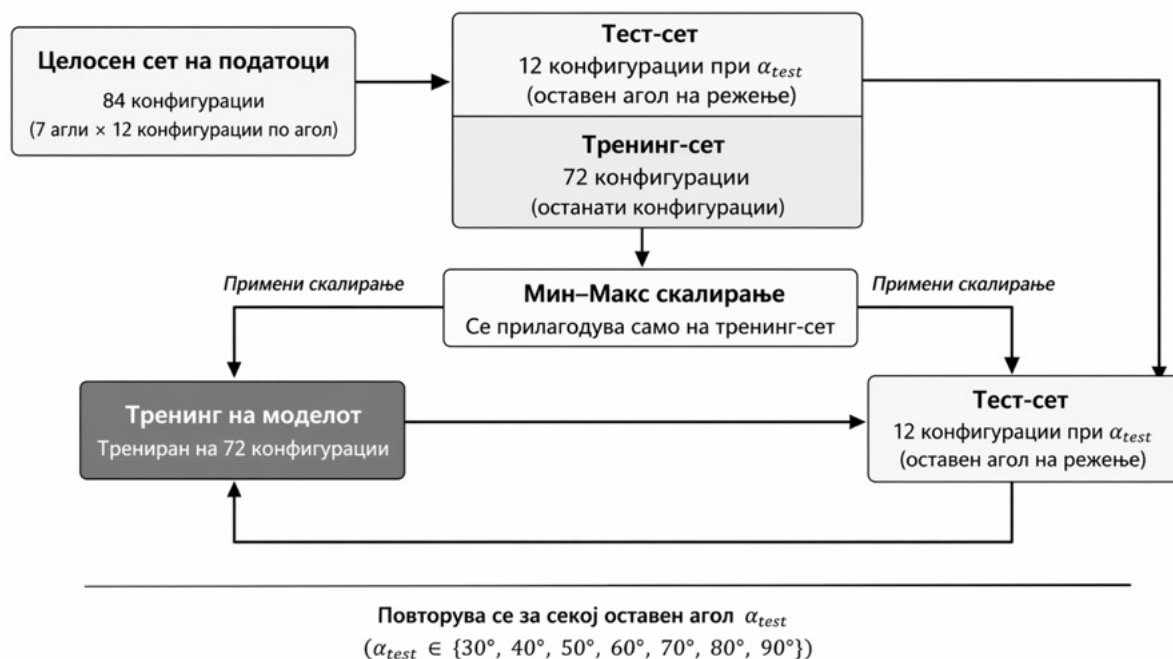
3.5. Протокол на валидација надвор од примерокот (OOS тест-поделба според аголот)

Перформансата надвор од примерокот (OOS) беше оценета со однапред определена тест-поделба според аголот на режење. Во секоја итерација, едно аголно ниво, означено како α_{test} , беше изоставено од обучувањето и користено исклучиво за тестирање, додека останатите аголни нивоа беа користени за обучување на моделот. Формално, $\alpha_{test} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}$. Во секоја тест-поделба се задржуваат $n_{test} = 12$ конфигурации, додека преостанатите 72 конфигурации се користат за обучување.

Овој протокол е соодветен затоа што аголот на режење е главниот параметар на интерес и овозможува проверка на предиктивната преносливост кон невидени аголни нивоа во рамките на испитаниот домен. OOS-перформансата за предвидување на средната конфигурациска рапавост \bar{R}_{max} беше сумирана со R^2 , MAE, RMSE и MAPE.

Протоколот ја оценува генерализацијата меѓу аголните нивоа, но не подразбира генерализација меѓу други нивоа на висина на режење, брзина на подавање, материјал, машина, алат или мерен протокол. Кај граничните поделби, $\alpha_{test} = 30^\circ$ и $\alpha_{test} = 90^\circ$, предвидувањето вклучува и компонента на гранична екстраполација, бидејќи Min–Max скалирањето беше приспособено само врз обучувачките податоци. Затоа, грешките во овие поделби се читаат како комбиниран резултат на генерализација меѓу аглите и екстраполација на границите на испитаниот домен.

Слика 7 ја прикажува шемата на OOS-тестирањето според изоставениот агол на режење.



Слика 7. Шематски приказ на валидацијата надвор од примерокот со тест-поделба според аголот на режење оставен надвор за тестирање

3.6. Редослед на изведување и контрола на квалитетот (QC)

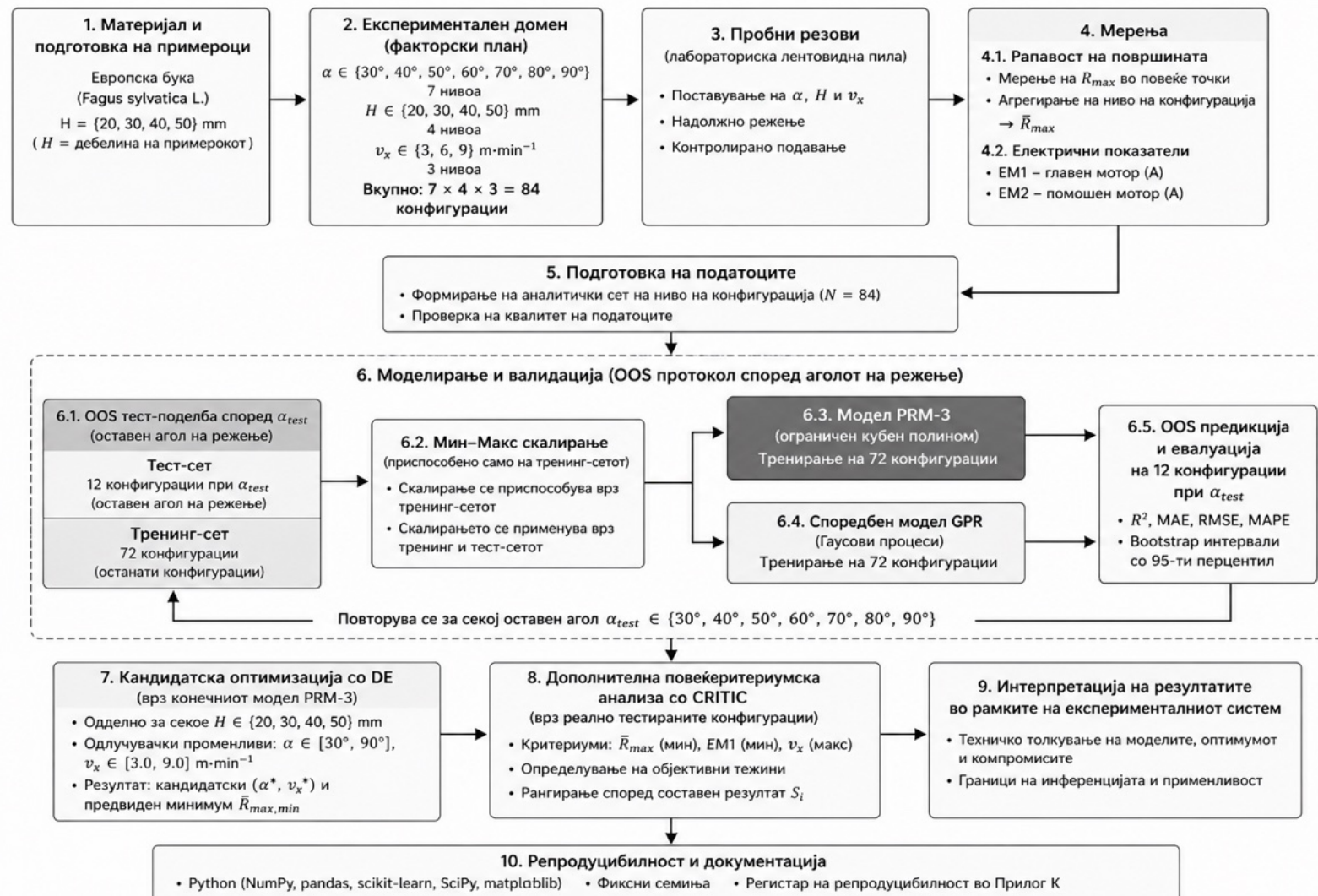
Редоследот на изведување на пробите не беше генериран преку документиран формален протокол на рандомизација. За да се зачува процедуралната конзистентност меѓу пробите, беа применети стандардизирани чекори на контрола на квалитетот: кондиционирање на примероците, контрола на влажноста, конфигурирање на

машината, проверка на аголот на режење α , поставување на H и v_x , изведување на резот со следење на видливи аномалии, непосредно мерење на рапавоста, чистење меѓу пробите и користење на ист инструмент, иста мерна метода и иста ориентација на примероците.

Експериментите беа изведени со нова лента и со релативно ограничена вкупна должина на режење, па постепено абее не беше однапред сметано за доминантен извор на варијација. Сепак, поради отсуство на формална рандомизација, можните влијанија од временскиот редослед, локалната варијабилност на материјалот, операторскиот фактор или постепено абее не можат целосно да се одвојат од конфигурациските разлики.

3.7. Работен тек за моделирање и оптимизација

Овој дел го опишува работниот тек на моделирањето, валидацијата и ограничената оптимизација во рамките на испитаниот домен. Слика 8 го прикажува преминот од подготовка, пробни резони, мерење и агрегирање на одзивот кон моделирање, OOS-валидација, споредба со GPR, кандидатска оптимизација со DE и дополнително описно рангирање со CRITIC.



Слика 8. Работен тек на мерењето, моделирањето, валидацијата и кандидатската оптимизација

3.7.1. Поделба на податоците и цел на моделирањето

Аналитичкиот збир на податоци содржи $N = 84$ набљудувања на ниво на конфигурација, каде што секое набљудување ја претставува средната рапавост \bar{R}_{max} за единствена комбинација од (α, H, v_x) . Ова ниво на анализа е избрано затоа што целта е предвидување и споредба на средниот одзив на процесните конфигурации во рамките на испитаниот експериментален домен.

Целите на моделирањето беа:

- (i) предвидување на \bar{R}_{max} во рамките на испитаниот домен; и
- (ii) обезбедување заменски модел за идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации со ниска предвидена рапавост. Во оптимизацискиот чекор, H се третира како фиксно ниво, додека α и v_x се третираат како континуирани одлучувачки променливи во рамките на испитаните граници. Кандидатите добиени со DE се толкуваат како излези од моделот, а не како експериментално потврдени производствени оптимуми.

Валидацијата го следеше однапред определениот OOS-протокол според аголот на режење, опишан во Дел 3.5. За да се избегне протекување на информации, Min–Max-скалирањето беше приспособено само врз обучувачкото подмножество и потоа без промена применето врз соодветното тест-подмножество. За секој предиктор $x \in \{\alpha, H, v_x\}$, нормализацијата беше определена како:

$$x^* = \frac{x - \min(x_{\text{train}})}{\max(x_{\text{train}}) - \min(x_{\text{train}})},$$

каде што $\min(\cdot)$ и $\max(\cdot)$ се пресметуваат само во обучувачката подгрупа на соодветната тест-поделба.

3.8. Развој на моделот PRM-3 (ограничена кубна спецификација)

Во согласност со целта на моделирањето, OOS-протоколот и постапката на скалирање опишани во Дел 3.7.1, PRM-3 беше специфициран како ограничен полиномски модел од трет степен. Моделот не претставува целосна кубна експанзија со сите можни интеракции, туку вклучува линеарни, квадратни и кубни членови на трите скалирани предиктори, како и двофакторски интеракции од прв ред. Со тоа се задржува експлицитна и технички читлива форма, доволна за опишување на нелинеарноста на \bar{R}_{max} во рамките на испитаниот домен.

Математички, моделот е дефиниран како:

$$\hat{R}_{max} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \alpha^* + \hat{\beta}_2 H^* + \hat{\beta}_3 v_x^* + \hat{\beta}_4 (\alpha^*)^2 + \hat{\beta}_5 (H^*)^2 + \hat{\beta}_6 (v_x^*)^2 + \hat{\beta}_7 (\alpha^*)^3 + \hat{\beta}_8 (H^*)^3 + \hat{\beta}_9 (v_x^*)^3 + \hat{\beta}_{10} (\alpha^* H^*) + \hat{\beta}_{11} (\alpha^* v_x^*) + \hat{\beta}_{12} (H^* v_x^*)$$

Тука α^* , H^* и v_x^* се предикторите скалирани со Min–Max, додека $\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_{12}$ се коефициенти проценети со методот на обични најмали квадрати (OLS). Истата спецификација се користи во секоја OOS тест-поделба, како и при приспособување на конечниот PRM-3 врз целата база, кој потоа служи како сурогат-модел за оптимизацијата со DE.

Конечната спецификација содржи 13 коефициенти и се применува врз 84 конфигурациски записи. Поради односот меѓу бројот на параметри и бројот на набљудувања, моделот се оценува првенствено преку OOS-перформансата, а не само преку приспособувањето врз целата база. Во оваа дисертација PRM-3 има предиктивно-

описна и технолошки ориентациона улога, а не улога на целосен механистички модел на процесот на режење.

Матрицата на дизајн беше генерирана во scikit-learn со полиномско проширување од трет степен, а потоа беше филтрирана за да се задржат термините прикажани погоре (Hastie et al., 2009; Pedregosa et al., 2011). Како описна проверка на нумеричката стабилност беше пресметан бројот на условеност на матрицата на дизајн на обучувачкото подмножество, прикажан во Прилог Ц, Табела Ц.3 (Belsley et al., 1980). Регулација не беше применета, бидејќи моделот е користен како експлицитна и проверлива равенка на одзивот.

PRM-3 се користи за споредба на конфигурациите и за идентификација на кандидатски конфигурации преку DE. Толкувањето на одзивната површина и на кандидатскиот минимум се ограничува на испитаниот домен, со посебно внимание во близина на неговите граници.

3.8.1. Bootstrap-интервали со перцентили за метриците на перформансата надвор од примерокот

За секоја OOS тест-поделба беа пресметани 95% bootstrap-интервали со перцентилна постапка за метриците R^2 , MAE, RMSE и MAPE. Интервалите беа добиени со повторно примеркување со враќање на паровите (y_i, \hat{y}_i) , во рамките на соодветното тест-множество, со $B = 10,000$ bootstrap-репликации. Целта на оваа постапка е да се опише чувствителноста на метриците на составот на малото тест-подмножество, а не да се проценуваат интервали за параметрите на моделот или целосна предиктивна несигурност.

За дадена тест-поделба, тест-множеството на ниво на конфигурација се определува како:

$$\mathcal{D}_{test} = \{(y_i, \hat{y}_i)\}_{i=1}^{n_{test}},$$

каде y_i е набљудуваната средна рапавост на ниво на конфигурација \bar{R}_{max} , а \hat{y}_i е соодветното предвидување на моделот.

Метриците беа пресметани како:

$$\begin{aligned} \text{MAE} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, & \text{RMSE} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \\ R^2 &= 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, & \text{MAPE} &= 100 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|. \end{aligned}$$

За секоја метрика θ , 95% bootstrap-интервалот со 95-ти перцентил беше определен како

$$[\theta_{0.025}, \theta_{0.975}],$$

каде што $\theta_{0.025}$ и $\theta_{0.975}$ се, соодветно, 2.5-тиот и 97.5-тиот перцентил на bootstrap-распределбата $\{\theta^{(b)}\}_{b=1}^B$ (Efron & Tibshirani, 1993).

Овие интервали имаат описен карактер и ја сумираат чувствителноста на OOS-метриките во рамките на фиксната тест-поделба. Особено кај R^2 , ваквото толкување бара претпазливост, бидејќи при OOS-евалуација вредностите можат да бидат и негативни кога моделот има послаба перформанса од базичниот модел на средната вредност во тест-подмножеството (Hawinkel et al., 2023). Интервалите не претставуваат интервали за параметрите на моделот, ниту предиктивни интервали за поединечни предвидувања.

3.8.2. Описна дијагностика на јазот меѓу обучувањето и валидацијата надвор од примерокот

За секоја тест-поделба според аголот, метриките беа пресметани и врз обучувачкото подмножество и врз соодветното OOS-тест-подмножество. Целта на оваа споредба е описно да се прикаже разликата меѓу приспособувањето на моделот и неговата предиктивна преносливост кон изоставеното аголно ниво, без да се воведува дополнителен критериум за избор на модел.

Разликата меѓу обучувачката и OOS-перформансата беше сумирана како:

$$\Delta MAE = MAE_{OOS} - MAE_{train}$$

а на аналоген начин и за RMSE и MAPE, таму каде што се пријавуваат.

Оваа споредба има исклучиво описен карактер и служи за контекстуализација на однесувањето на поединечните тест-поделби во рамките на однапред определениот OOS-протокол. Таа не се користи како основа за тврдење за поширока генерализација. Целосните сумирања се дадени во Прилог Ц, Табела Ц.1 и на Слика Ц.1.

3.8.3. Визуелизација на одзивната површина на PRM-3 за толкување на оптимизацијата

Визуелизациите на одзивната површина на конечниот модел PRM-3 се користат за поддршка на толкувањето на оптимизацијата заснована врз заменскиот модел во Дел 3.10.

За секоја фиксна висина на режење H во рамките на испитаниот домен, предикторот PRM-3, $\hat{R}_{max}(\alpha, H, v_x)$, беше оценет врз густа мрежа во рамките на границите $\alpha \in [30^\circ, 90^\circ]$ и $v_x \in [3.0, 9.0] \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. Предвидувањата беа пресметани со истата ограничена кубна спецификација и со истото Min–Max скалирање како и конечниот PRM-3 модел употребен за оптимизација. За секое фиксно H , кандидатскиот оптимум добиен со DE (Дел 3.10) беше означен на соодветниот график за референтно толкување.

Овие графици претставуваат описни визуелизации на заменскиот модел во рамките на испитаните граници. Тие не претставуваат валидација надвор од примерокот и не потврдуваат физички или производствено валидиран оптимум. Соодветните графици се дадени на Сликите 13–14, додека параметрите на мрежата и на визуелизацијата се документирани во Прилог И.

3.9. Развој на моделот GPR како споредбена референца

Регресијата со Гаусови процеси (GPR) беше употребена како пофлексибилен споредбен модел за контекстуализација на OOS-перформансата на интерпретабилниот заменски модел PRM-3. GPR беше оценет според истиот однапред определен OOS-протокол според аголот на режење како и PRM-3 (Дел 3.5), со што се обезбедуваат споредливи услови на оценување.

Во секоја тест-поделба, влезовите (α, H, v_x) беа скалирани со Min–Max само врз обучувачката подгрупа, според правилото од Дел 3.7.1. Одговорната варијабла беше средната рапавост на ниво на конфигурација, \bar{R}_{max} , зачувана во физички единици. Бидејќи GPR беше приспособен врз агрегирани конфигурациски вредности, членот за бел шум не се толкува како чиста проценка на мерната варијанса или на хетероскедастичноста во рамките на конфигурацијата, туку како агрегирана компонента што ги опфаќа несогласноста модел–процес и неквантифицираната варијација.

За секоја тест-поделба беше приспособен GPR-модел со ARD-RBF коваријанса и дополнителен член за бел шум, преку максимизација на логаритамската маргинална веројатност (Rasmussen & Williams, 2006). Функцијата на коваријанса беше:

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{d=1}^3 \frac{(x_d - x'_d)^2}{\ell_d^2}\right) + \sigma_n^2 \delta(x, x')$$

каде $x = (\alpha^*, H^*, v_x^*)$ ги претставува скалираните влезови, ℓ_d се ARD должините на скала по димензија, σ_f^2 е варијансата на сигналот, σ_n^2 е варијансата на шумот, а $\delta(x, x')$ е Кронекеровата делта.

Хиперпараметрите на јадрото беа приспособувани за време на обучувањето, со $n_{restarts} = 10$ повторни започнувања и случајни почетни вредности во рамките на дозволените граници. За репродукцибилност беше употребено фиксирано случајно семе, а параметрите на имплементацијата се дадени во Прилог Б.

Резултатите во Поглавје 4 ја прикажуваат предиктивната средина како точкеста проценка и, кога е релевантно, предиктивната стандардна девијација како локална несигурност условена од моделот. Оваа несигурност зависи од спецификацијата на GPR и може да биде погрешно интерпретирана при несоодветна спецификација на моделот; затоа се чита описно и со претпазливост (Papadopoulos, 2024). Таа не е директно споредлива со bootstrap-интервалите за агрегатните OOS-метрики.

3.10. Оптимизација со алгоритмот DE

За идентификација на кандидатски конфигурации со ниска предвидена рапавост, алгоритмот Диференцијална еволуција (DE) (Storn & Price, 1997) беше применет врз конечниот заменски модел PRM-3. Оптимизацијата се изведе одделно за секоја фиксна висина на режење $H \in \{20, 30, 40, 50\}$ mm, додека α и v_x беа третирали како континуирани одлучувачки променливи во рамките на испитаниот домен.

За секое фиксно H , ограничениот оптимизациски проблем беше:

$$\min_{\alpha, v_x} \hat{R}_{max}^{(PRM-3)}(\alpha, H, v_x)$$

под услов

$$\alpha \in [30^\circ, 90^\circ], \quad v_x \in [3.0, 9.0] \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$$

Овие граници ја задржуваат усогласеноста со експерименталниот план и избегнуваат екстраполација надвор од полето на важност на моделот. Целната функција го минимизира исклучиво одзивот предвиден од PRM-3; затоа резултатот се толкува како

технички кандидат условен од моделот и испитаниот домен, а не како физички или производствено потврден оптимум.

DE беше избран како популациски метод за глобално пребарување, погоден за реално-параметарски простори и за одзивни површини со можни рамни зони или локални минимуми (Das & Suganthan, 2011; Eiben & Smith, 2015). За оптимизацијата, PRM-3 беше повторно приспособен врз целиот збир податоци ($N = 84$), со цел да се добие еден конечен експлицитен модел за пребарување. GPR не беше користен во оптимизацискиот чекор, бидејќи во оваа дисертација има споредбена функција за оценување на предиктивната стабилност.

Кога DE враќа решение на границите на доменот, резултатот се чита како граничен минимум условен од моделот. Поради тоа, потребни се потврдни резони пред практична примена, особено затоа што граничните решенија зависат од локалната форма на приспособената одзивна површина.

Како помошна нумеричка проверка, конечниот PRM-3 беше оценет и на рамномерна мрежа за секое фиксно H , во рамките на истите граници. Споредбата со решението добиено од DE беше користена само за проверка дека идентификуваниот минимум не е артефакт на стохастичката оптимизација. Нумеричката споредба е прикажана во Прилог J.4.1.

Диференцијалната еволуција беше имплементирана со функцијата `scipy.optimize.differential_evolution` од SciPy 1.14.1, со стратегијата `rand1bin`, $F = 0.8$, $CR = 0.9$, ефективна големина на популацијата $NP = 40$, толеранција 10^{-7} и фиксно семе на случајност (`seed = 42`) (SciPy Community, 2024). Целосните параметри на извршувањето се дадени во Прилог K.

За секое фиксно ниво на H , решавачот враќа моделски условен кандидатски пар $(\alpha_{DE}, v_{x,DE})$ и соодветна минимална предвидена вредност на рапавоста, $\hat{R}_{max,min}$, прикажан во физички единици.

3.11. Мерење на струјното оптоварување на главниот и помошниот мотор

Покрај рапавоста на резната површина, за секоја експериментална конфигурација беа регистрирани и електричните показатели на системското оптоварување: EM1 за главниот мотор и EM2 за помошниот мотор за подавање. Мерењето беше извршено со амперметри вклучени во електричниот систем на двата мотора. Кај главниот мотор, мерењето беше реализирано во една фаза, во согласност со лабораториската конфигурација применета во ова истражување. Регистрираните вредности се изразуваат во ампери (A) и се прикажуваат на ниво на конфигурација според α , H и v_x .

Во оваа дисертација, операционалната моќност на режење се разгледува преку EM1 и EM2 како релативни електрични показатели на системското оптоварување во рамките на истиот систем машина–алат–материјал–мерење. Тие овозможуваат споредбено читање на оптоварувањето меѓу конфигурациите, но не претставуваат директно механичко мерење на силата или моќноста во зоната алат–материјал. За таква карактеризација би бил потребен посебен протокол на калибрација, директно мерење на силите со динамометар или модел за поврзување на електричните сигнали со механичката моќност на режење.

Користењето на струјата или моќноста на моторот како основа за посредно следење на процесното оптоварување претставува познат пристап во мониторингот на процесите на обработка. Истражувањата покажуваат дека електричните сигнали можат да се

користат за следење, споредување и индиректна оценка на процесната состојба, особено кога анализата е поставена како споредбено читање во рамките на истиот експериментален систем (Kim & Kim, 1996; Jeong & Cho, 2002; Miura et al., 2018; Schmucker et al., 2023).

Во поширока методолошка смисла, индиректните показатели треба да се толкуваат преку јасно дефиниран конструкт и јасно определен опфат на инференција. Затоа, EM1 и EM2 во оваа дисертација остануваат релативни показатели на системското оптоварување, додека централниот моделиран и валидиран одзив е рапавоста на површината, изразена преку \bar{R}_{max} (Hrisos et al., 2009; Dickinson et al., 2010; Houston, 2004; Strauss & Smith, 2009; Flake & Fried, 2020).

3.12. Дополнителна описна повеќекритериумска анализа со CRITIC

Како секундарна и описна постапка, по главното моделирање, OOS-валидацијата и кандидатската оптимизација со DE, беше спроведена дополнителна повеќекритериумска анализа врз реално тестираните конфигурации. Алтернативите беа 84 експериментални конфигурации (α, H, v_x) , а критериумите беа: измерената \bar{R}_{max} на ниво на конфигурација како критериум за минимизација, EM1 како критериум за минимизација и v_x како критериум за максимизација. EM1 беше употребен како претставителен електричен показател на оптоварувањето на главниот мотор. Анализата служи за релативно читање на компромисот меѓу квалитетот на површината, производниот ритам и системското електрично оптоварување, а не како главна оптимизациска постапка.

За определување на објективните тежини беше применета методата CRITIC, која ги заснова тежините врз контрастот на критериумите и нивната меѓусебна корелација (Diakoulaki et al., 1995; Krishnan et al., 2021). Бидејќи критериумите се изразени во различни единици, матрицата беше нормализирана со max–min постапка. За критериумите за минимизација, \bar{R}_{max} и EM1, беше употребено:

$$z_{ij} = \frac{x_j^{\max} - x_{ij}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$$

додека за критериумот за максимизација, v_x , беше употребено:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$$

Информативната содржина на критериумот j беше определена како:

$$C_j = \sigma_j \sum_{k=1}^m (1 - r_{jk})$$

а објективната тежина како:

$$w_j = \frac{C_j}{\sum_{j=1}^m C_j}$$

Оваа формулација е во согласност со стандардната употреба на методата CRITIC во проблемите на повеќекритериумско одлучување (Diakoulaki et al., 1995; Krishnan et al., 2021; PyMCDM, n.d.).

По определувањето на тежините, за секоја конфигурација беше пресметан составен резултат:

$$S_i = \sum_{j=1}^m w_j z_{ij}$$

Конфигурациите беа рангирани во опаѓачки редослед според S_i , при што повисока вредност означува повисоко рангирана конфигурација во применетата шема. Агрегацијата со пондерирана сума се користи како едноставна и проверлива постапка за добивање составен резултат во повеќекритериумско рангирање (Červeňanská et al., 2020; Деера et al., 2019), додека CRITIC се применува само за објективно определување на тежините врз основа на контрастот и конфликтот меѓу критериумите (Diakoulaki et al., 1995; Krishnan et al., 2021).

3.13. Софтверска околина и регистар на репродуцибилност

Сите резултати на оваа дисертација беа генерирани од збирот на податоци на ниво на конфигурација ($N = 84$), изведен од целосниот факторски дизајн опишан во Дел 3.3. Куратираниот збир на податоци за анализа и скриптите употребени за генерирање на табелите и фигурите се дадени во Прилог К и претставуваат референтен извор за репродуцибилност.

Анализите беа извршени во Python 3.12.12, во Google Colaboratory (Ubuntu 22.04.5 LTS), со употреба на NumPy 2.0.2, pandas 2.2.2, scikit-learn 1.5.1, SciPy 1.14.1 и matplotlib 3.9.2. (Virtanen et al., 2020). Целосната спецификација на околината е дадена во Прилог К.

Репродуцибилноста беше обезбедена преку: (i) однапред определени поделби за протоколот на тест-поделба според аголот; (ii) Min–Max скалирање само врз тренинг-податоците и негова примена без промена врз соодветната тест-поделба; (iii) употреба на фиксни случајни семиња за bootstrap и за оптимизацијата со DE.

Резултатите се репродуцибилни со истите податоци и со истите софтверски верзии. Сепак, можат да се појават мали нумерички разлики во други околина, особено при оптимизацијата и при приспособувањето на хиперпараметрите на GPR.

Пакетот за репродуцибилност ги содржи и приспособените вектори на коефициенти на PRM-3 за секоја OOS-поделба според аголот, заедно со соодветните параметри на Min–Max скалирањето за таа поделба.

4. РЕЗУЛТАТИ

Ова поглавје ги прикажува резултатите во редослед што се движи од емпирискиот одзив на рапавоста, преку OOS-перформансата на PRM-3 и GPR, до моделски условената идентификација на кандидатски конфигурации и релативното читање на електричните показатели на системското оптоварување. Главниот акцент е ставен на споредбата на конфигурациите, стабилноста на предвидувањата и техничкото значење на резултатите во рамките на испитаниот експериментален домен.

4.1. Резиме на експерименталната одговорна површина

Табела 5 ја прикажува средната вредност на оперативниот индекс на рапавост на ниво на конфигурација, \bar{R}_{max} , за сите $N = 84$ испитани конфигурации (α, H, v_x) .

Во рамките на испитаниот домен, највисоките набљудувани вредности на \bar{R}_{max} генерално се појавуваат во зоната на голем агол на режење и голема брзина на подавање, особено за $\alpha = 80^\circ - 90^\circ$ и $v_x = 9 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, при некои нивоа на висината на режење. На пример, за $H = 50 \text{ mm}$ и $v_x = 9 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, \bar{R}_{max} се зголемува од $247 \mu\text{m}$ при $\alpha = 30^\circ$ на $320 \mu\text{m}$ при $\alpha = 90^\circ$.

Во рамките на слоевите (H, v_x) , врската меѓу α и \bar{R}_{max} не е строго монотона во целиот домен. Ова покажува дека одзивот на површината зависи од комбинацијата на процесните параметри и дека споредбата на конфигурациите бара заедничко разгледување на α , H и v_x , а не изолирано читање на секој фактор.

Табела 5 го прикажува овој емпириски распоред на вредностите и ја формира основата за следната фаза на моделирање и валидација.

Табела 5. Средна $\bar{R}_{max} (\mu\text{m})$ на ниво на конфигурација, според аголот на режење $\alpha (^\circ)$ и брзината на подавање $v_x (\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$, стратифицирана по $H = 20, 30, 40, 50 \text{ mm}$

$v_x (\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	$\alpha (^\circ)$	$\bar{R}_{max} (\mu\text{m}), H = 20 \text{ mm}$	$\bar{R}_{max} (\mu\text{m}), H = 30 \text{ mm}$	$\bar{R}_{max} (\mu\text{m}), H = 40 \text{ mm}$	$\bar{R}_{max} (\mu\text{m}), H = 50 \text{ mm}$
3	90	211	234	237	252
3	80	200	230	236	248
3	70	172	190	214	228
3	60	154	172	195	214
3	50	144	166	189	204
3	40	121	152	169	170
3	30	111	140	143	156
6	90	224	237	303	305
6	80	206	236	295	303
6	70	182	210	268	284
6	60	158	204	244	270
6	50	155	192	236	267
6	40	143	187	222	253
6	30	128	180	220	232
9	90	240	302	251	320
9	80	215	288	271	318
9	70	194	244	289	315

v_x (m·min ⁻¹)	α (°)	\bar{R}_{\max} (μm), $H = 20$ mm	\bar{R}_{\max} (μm), $H = 30$ mm	\bar{R}_{\max} (μm), $H = 40$ mm	\bar{R}_{\max} (μm), $H = 50$ mm
9	60	172	215	308	297
9	50	165	220	310	289
9	40	155	207	235	276
9	30	147	192	232	247

Забелешка. Вредностите претставуваат измерени средни вредности на оперативниот индекс \bar{R}_{\max} на ниво на конфигурација. Тие се користат како емпириска основа за понатамошното моделирање и не претставуваат предвидувања од модел.

Структурата на емпириската одзивна површина сугерира дека промените на \bar{R}_{\max} не следат едноставна линеарна или строго монотона шема во целиот испитан домен. Ова го оправдува преминот кон глобално моделирање на одзивот на ниво на конфигурација, при што предиктивната рамка се користи за релативна споредба и валидација во рамките на испитаните граници.

4.2. OOS-валидација на PRM-3 според аголот

Перформансата надвор од примерокот на моделот PRM-3 беше оценета според однапред определеното протокол на изоставување според аголот на режење, опишан во Дел 3.5. Табела 6 ги прикажува метриците R^2 , MAE, RMSE и MAPE за секој оставен агол α_{test} .

Резултатите покажуваат дека PRM-3 задржува релативно стабилна OOS-перформанса до $\alpha_{test} = 70^\circ$, односно пред горната гранична зона на испитаниот домен. Во овој интервал, R^2 варира приближно од 0.90 до 0.97, MAE од 5.25 до 11.50 μm, а MAPE од 2.52% до 5.10% (Табела 6). При $\alpha_{test} = 80^\circ$ се забележува слабеење на перформансата, додека при $\alpha_{test} = 90^\circ$ деградацијата е изразена, со MAE = 26.46 μm, RMSE = 32.50 μm, $R^2 = 0.17$ и MAPE = 10.96%.

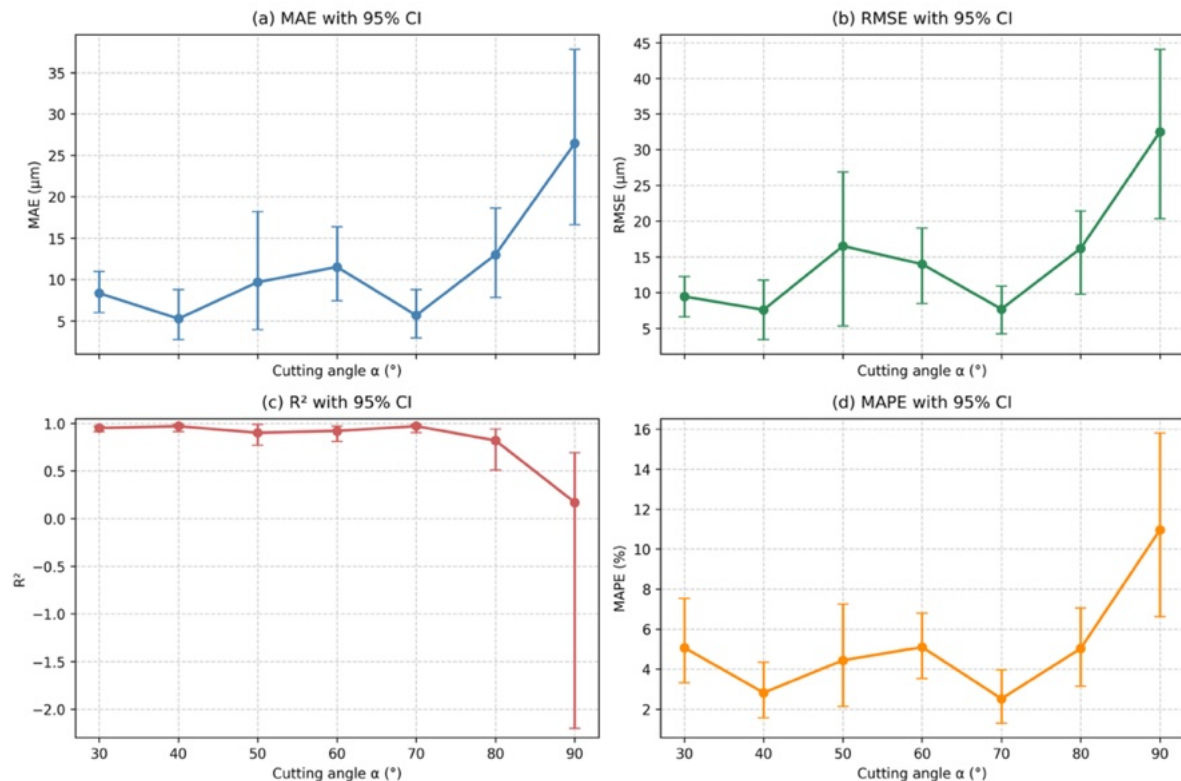
Овој образец укажува дека PRM-3 е попогоден за релативно споредување на конфигурациите во поделбите пред горната гранична зона отколку во близина на горната граница на аголот. Слабењето кај $\alpha_{test} = 80^\circ$ и особено кај $\alpha_{test} = 90^\circ$ се чита како комбиниран ефект на генерализација меѓу аглиите и гранична екстраполација, а не како чист показател на физички режимски премин.

Точкестите вредности на OOS-перформансата и 95% bootstrap-интервалите се дадени во Табела 6, а истите резултати се сумирани графички на Слика 9.

Табела 6. OOS-перформанса на PRM-3 според оставениот агол (95% bootstrap-интервали со процентил; $n_{test} = 12$ конфигурации оставени надвор за секоја поделба; $B = 10,000$).

α (°)	MAE (μm)	RMSE (μm)	R^2	MAPE (%)
30	8.32 (5.98–10.96)	9.43 (6.60–12.23)	0.95 (0.91–0.97)	5.07 (3.32–7.54)
40	5.25 (2.74–8.78)	7.58 (3.43–11.75)	0.97 (0.91–0.99)	2.82 (1.56–4.35)
50	9.66 (3.94–18.19)	16.51 (5.31–26.88)	0.90 (0.77–0.99)	4.44 (2.13–7.26)
60	11.50 (7.40–16.37)	13.97 (8.46–19.03)	0.92 (0.81–0.97)	5.10 (3.53–6.80)
70	5.65 (2.94–8.79)	7.68 (4.22–10.87)	0.97 (0.90–0.99)	2.52 (1.30–3.96)
80	12.99 (7.81–18.65)	16.18 (9.78–21.40)	0.82 (0.51–0.94)	5.03 (3.15–7.05)
90	26.46 (16.61–37.82)	32.50 (20.34–44.06)	0.17 (–2.20–0.69)	10.96 (6.62–15.80)

Забелешка. Метриците се пресметани надвор од примерокот за секоја тест-поделба според изоставениот агол. Bootstrap-интервалите со 95% перцентил ја сумираат чувствителноста на метриците во рамките на фиксната тест-поделба и не претставуваат интервали на доверба за параметрите на моделот или предиктивна несигурност за поединечни предвидувања.



Слика 9. OOS-перформанса на PRM-3 според оставениот агол, со 95% bootstrap-интервали со процентил Панелите (a)–(d) ги прикажуваат MAE, RMSE, R^2 и MAPE за секое α_{test} . Точките ги претставуваат OOS-вредностите пресметани врз задржаните конфигурациски средини за секоја поделба, додека лентите на грешка ги претставуваат соодветните bootstrap-интервали.

4.2.1. OOS-перформанса на PRM-3 пред и во близина на горната граница на доменот (X_2)

За оценка на X_2 , OOS-перформансата на PRM-3 беше сумирана одделно за тест-поделбите пред горната гранична зона и за поделбите во близина на горната граница на аголот. Ова групирање има описна улога и се заснова на метриците R^2 , MAE, RMSE и MAPE прикажани во Табела 6 и сумирани во Табела 7.

Табела 7 покажува дека во неграничниот дел од доменот PRM-3 задржува поповолна и постабилна перформанса. За оваа зона, медијаната на MAE е 8.32 μm , на RMSE 9.43 μm , на R^2 0.95, а на MAPE 4.44%. Наспроти тоа, резултатите за $\alpha_{test} = 80^\circ$ и особено за $\alpha_{test} = 90^\circ$ покажуваат јасно слабеење на предиктивната изведба.

Табела 7. Описно резиме на OOS-метриците на PRM-3 во неграничниот и граничниот дел од доменот

Метрика	Медијана (30°–70°)	IQR	Граничен режим (80°, 90°)
MAE (μm)	8.32	5.13	12.99, 26.46
RMSE (μm)	9.43	7.61	16.18, 32.50
R^2	0.95	0.06	0.82, 0.17

MAPE (%)	4.44	2.42	5.03, 10.96
----------	------	------	-------------

Заклучок за хипотезата X2.

Резултатите се во согласност со X2 во описна смисла: PRM-3 покажува поповолна и постабилна OOS-перформанса пред горната гранична зона отколку во близина на горната граница на аголот. Овој заклучок се однесува на применетиот OOS-протокол и не претставува формален статистички тест на разликата меѓу двете групи поделби.

4.3. Дијагностика на ниво на конфигурација: измерени наспроти предвидени вредности (PRM-3)

Дијагностиката на ниво на конфигурација ја прикажува усогласеноста меѓу измерените и предвидените вредности во OOS-тест-поделбите. Овде, за илустрација, е прикажан само граничниот случај $\alpha_{test} = 90^\circ$, додека целосниот сет дијагностички табели по агол е даден во Прилог Д.

Табела 8 покажува дека при $\alpha_{test} = 90^\circ$ грешките не се распределени рамномерно меѓу конфигурациите. Кај дел од конфигурациите PRM-3 ја следи измерената вредност релативно блиску, додека кај други се појавуваат поголеми отстапувања. Ова укажува дека во горниот граничен аголен режим моделот губи дел од стабилноста што ја задржува во неграничниот дел од доменот.

Дијагностиката на придонесот кон грешката покажува дека слабеењето не произлегува од една единствена атипична точка, туку од мал број конфигурации со поголем придонес кон грешката. Конфигурацијата со најголема апсолутна грешка има и најголем поединечен придонес кон RMSE, но и други гранични конфигурации придонесуваат забележливо. Целосната дијагностика е дадена во Прилог Д.

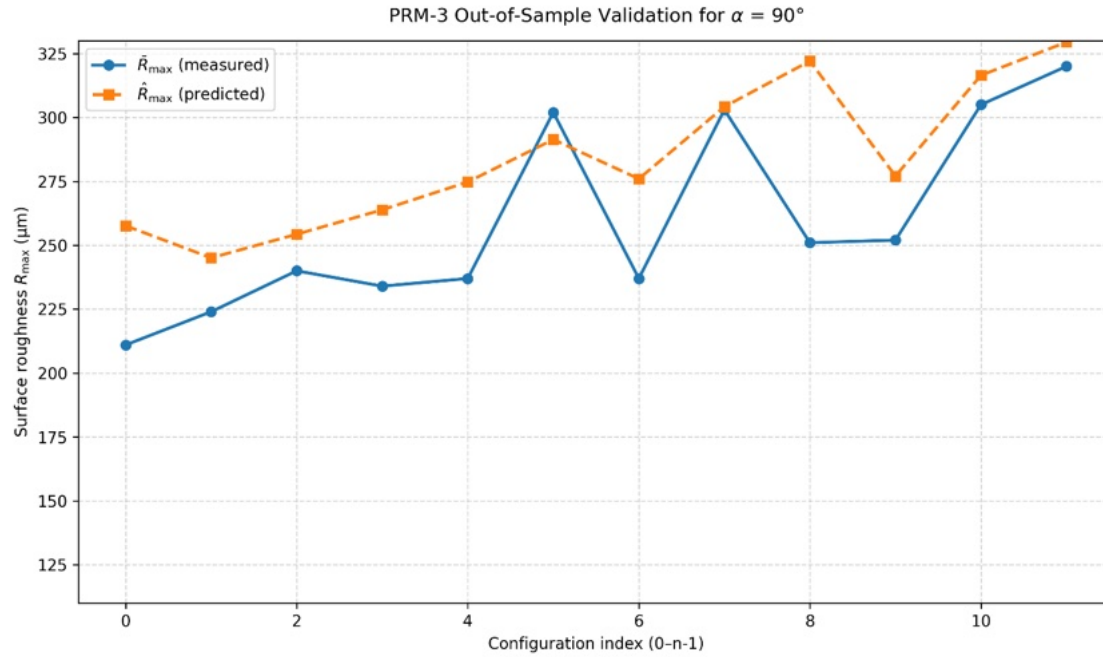
Визуелната споредба на измерените и предвидените вредности за конфигурациите со $\alpha = 90^\circ$ е прикажана на Слика 10.

Табела 8. Измерени конфигурациски средни вредности наспроти предвидени конфигурациски средни вредности за поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x (m · min ⁻¹)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	e (μm)
1	20	3.0	211.00	257.63	-46.63	46.63
2	20	6.0	224.00	245.07	-21.07	21.07
3	20	9.0	240.00	254.31	-14.31	14.31
4	30	3.0	234.00	263.87	-29.87	29.87
5	30	6.0	237.00	274.76	-37.76	37.76
6	30	9.0	302.00	291.38	10.62	10.62
7	40	3.0	237.00	275.99	-38.99	38.99
8	40	6.0	303.00	304.19	-1.19	1.19
9	40	9.0	251.00	322.08	-71.08	71.08
10	50	3.0	252.00	277.08	-25.08	25.08
11	50	6.0	305.00	316.47	-11.47	11.47
12	50	9.0	320.00	329.50	-9.50	9.50

Забелешка. Табелата има дијагностички карактер и ја прикажува усогласеноста меѓу измерените и предвидените конфигурациски средни вредности во OOS-тест-поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$. Прикажаните

отстапувања не претставуваат нова фаза на тренирање.



Слика 10. Визуелна споредба на \hat{R}_{max} и $\hat{\hat{R}}_{max}$ за конфигурациите во OOS-тест-поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$ ($n_{test} = 12$).

4.4. GPR како споредбен модел: OOS-оценка според аголот

Перформансата надвор од примерокот на GPR беше оценета под истиот однапред определен OOS-протокол според аголот што беше употребен и за PRM-3. Табела 9 ги прикажува точкестите вредности на MAE, RMSE, R^2 и MAPE за секоја тест-поделба, заедно со соодветните 95% bootstrap-интервали.

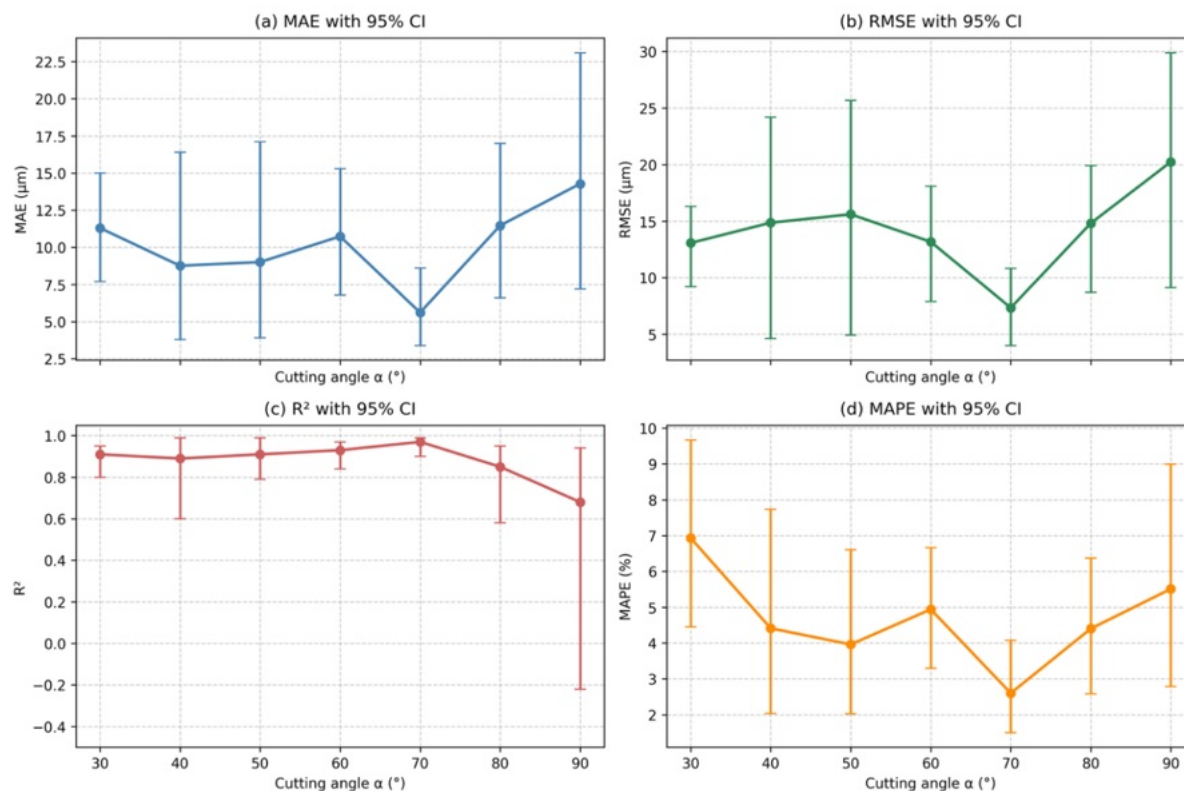
Според овој протокол, GPR задржува поволна перформанса до $\alpha_{test} = 70^\circ$, додека при $\alpha_{test} = 90^\circ$ се забележува слабеење на предиктивната изведба. Bootstrap-интервалот за R^2 во оваа поделба се протега и под нула, што укажува на поголема варијабилност на метриката во граничниот случај.

Во споредба со PRM-3 под истиот протокол, GPR дава перформанса од ист ред на големина во неграничниот дел од доменот и деградира помалку при $\alpha_{test} = 90^\circ$. Овој контраст треба да се чита во рамките на фиксниот дизајн на оценување и во функција на различната флексибилност на двата модели.

Табела 9. OOS-перформанса според аголот за споредбениот модел GPR (95% bootstrap-интервали со процентил; ист протокол; $n_{test} = 12$ за секоја поделба; $B = 10,000$)

α (°)	MAE (μm)	RMSE (μm)	R^2	MAPE (%)
30	11.30 (7.7–15.0)	13.07 (9.2–16.3)	0.91 (0.80–0.95)	6.93 (4.45–9.67)
40	8.76 (3.8–16.4)	14.86 (4.6–24.2)	0.89 (0.60–0.99)	4.41 (2.03–7.73)
50	9.01 (3.9–17.1)	15.60 (4.9–25.7)	0.91 (0.79–0.99)	3.96 (2.02–6.60)
60	10.74 (6.8–15.3)	13.17 (7.9–18.1)	0.93 (0.84–0.97)	4.94 (3.29–6.66)
70	5.61 (3.4–8.6)	7.33 (4.0–10.8)	0.97 (0.90–0.99)	2.60 (1.50–4.07)
80	11.47 (6.6–17.0)	14.81 (8.7–19.9)	0.85 (0.58–0.95)	4.40 (2.58–6.37)
90	14.28 (7.2–23.1)	20.24 (9.1–29.9)	0.68 (–0.22–0.94)	5.51 (2.79–8.99)

Забелешка. GPR е оценет под истиот OOS-протокол според изоставениот агол како и PRM-3. Bootstrap-интервалите се однесуваат на агрегатните OOS-метрики во рамките на фиксната тест-поделба и не претставуваат предиктивни интервали за поединечни конфигурации.



Слика 11. OOS-перформанса на GPR според изоставениот агол, со 95% bootstrap-интервали со перцентил. Панелите ги прикажуваат метриците MAE, RMSE, R^2 и MAPE за секое α_{test} .

4.5. Дијагностика на ниво на конфигурација: измерени наспроти предвидени вредности (GPR)

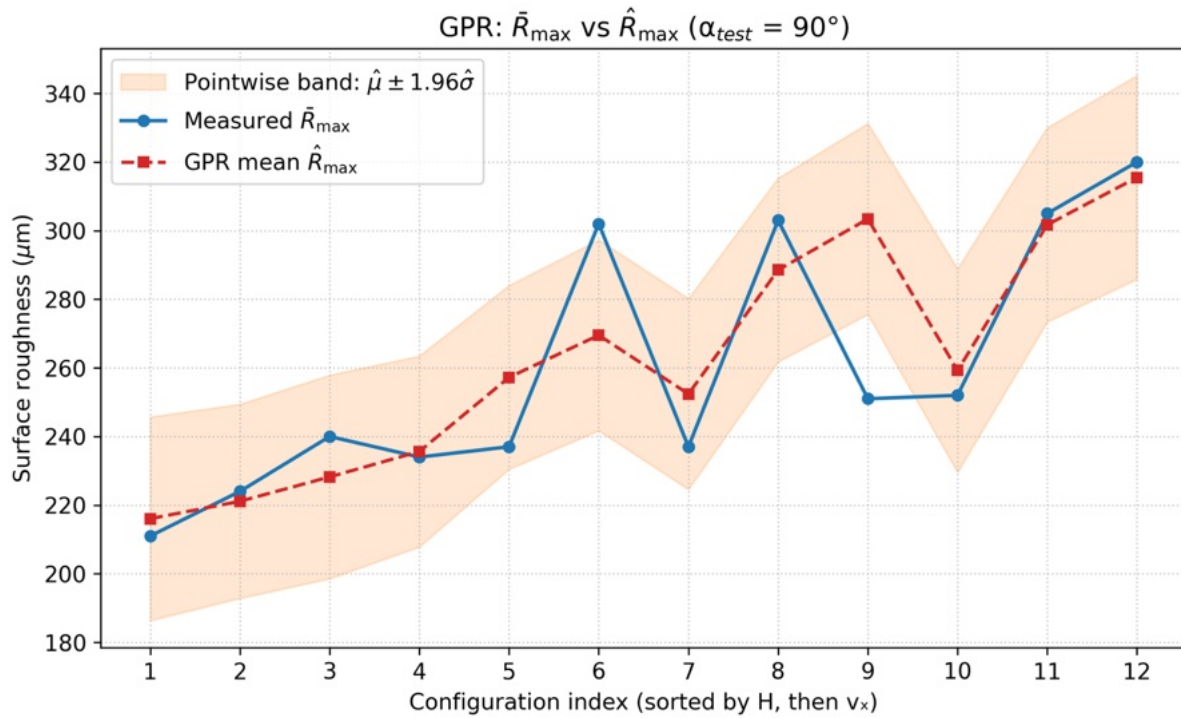
Како и кај PRM-3, дијагностиката на ниво на конфигурација кај GPR ја илустрира усогласеноста меѓу измерените и предвидените вредности во OOS-тест-поделбите; овде е прикажан само случајот $\alpha_{test} = 90^\circ$, додека целосниот сет дијагностички табели по агол е даден во Прилог Е.

Табела 10 покажува дека GPR, иако не ја елиминира грешката во граничниот режим, во повеќето конфигурации го следи измерениот одзив порамномерно отколку PRM-3. Најголемите отстапувања се појавуваат кај дел од конфигурациите со повисока рапавост, што покажува дека горниот граничен аголен режим останува потежок за стабилно предвидување и кај GPR.

Табела 10. Измерени и предвидени средни вредности на ниво на конфигурација за поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$ (GPR; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($m \cdot min^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	211	216.03	-5.03	5.03
2	20	6.0	224	221.11	2.89	2.89
3	20	9.0	240	228.22	11.78	11.78
4	30	3.0	234	235.62	-1.62	1.62
5	30	6.0	237	257.24	-20.24	20.24

6	30	9.0	302	269.51	32.49	32.49
7	40	3.0	237	252.39	-15.39	15.39
8	40	6.0	303	288.53	14.47	14.47
9	40	9.0	251	303.41	-52.41	52.41
10	50	3.0	252	259.25	-7.25	7.25
11	50	6.0	305	301.71	3.29	3.29
12	50	9.0	320	315.49	4.51	4.51



Слика 12. Визуелна споредба на измерените \bar{R}_{max} и предвидените \hat{R}_{max} за GPR во OOS-тест-поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$ ($n_{test} = 12$).

4.6. OOS-перформанса според аголот: PRM-3 наспроти GPR

Под истиот однапред определен OOS-протокол според аголот, PRM-3 и GPR беа оценети во истите тест-поделби. Слика 13 ги сумира MAE, RMSE, R^2 и MAPE за двата модели по оставени агли, со соодветните bootstrap-интервали со 95-ти перцентил.

Во неграничниот режим, $\alpha_{test} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ\}$, PRM-3 и GPR даваат OOS-перформанса од ист ред на големина. Разликите меѓу моделите во овој интервал се мешани и, во апсолутна смисла, генерално мали.

Во граничниот режим, $\alpha_{test} \in \{80^\circ, 90^\circ\}$, кај двата модели се забележува зголемување на грешките и проширување на bootstrap-интервалите. Разликата станува поизразена при $\alpha_{test} = 90^\circ$, каде што GPR постигнува $MAE = 14.28 \mu m$, $RMSE = 20.24 \mu m$ и $R^2 = 0.68$, додека PRM-3 дава $MAE = 26.46 \mu m$, $RMSE = 32.50 \mu m$ и $R^2 = 0.17$ (Табели 6 и 9). Во рамките на оваа фиксна поделба, GPR покажува помало слабеење од PRM-3 во близина на горната граница на доменот.

Овој контраст треба да се чита во рамките на фиксниот OOS-дизајн, при кој граничните поделби вклучуваат и компонента на екстраполација. Тековните податоци не овозможуваат целосно раздвојување меѓу придонесот на моделската форма,

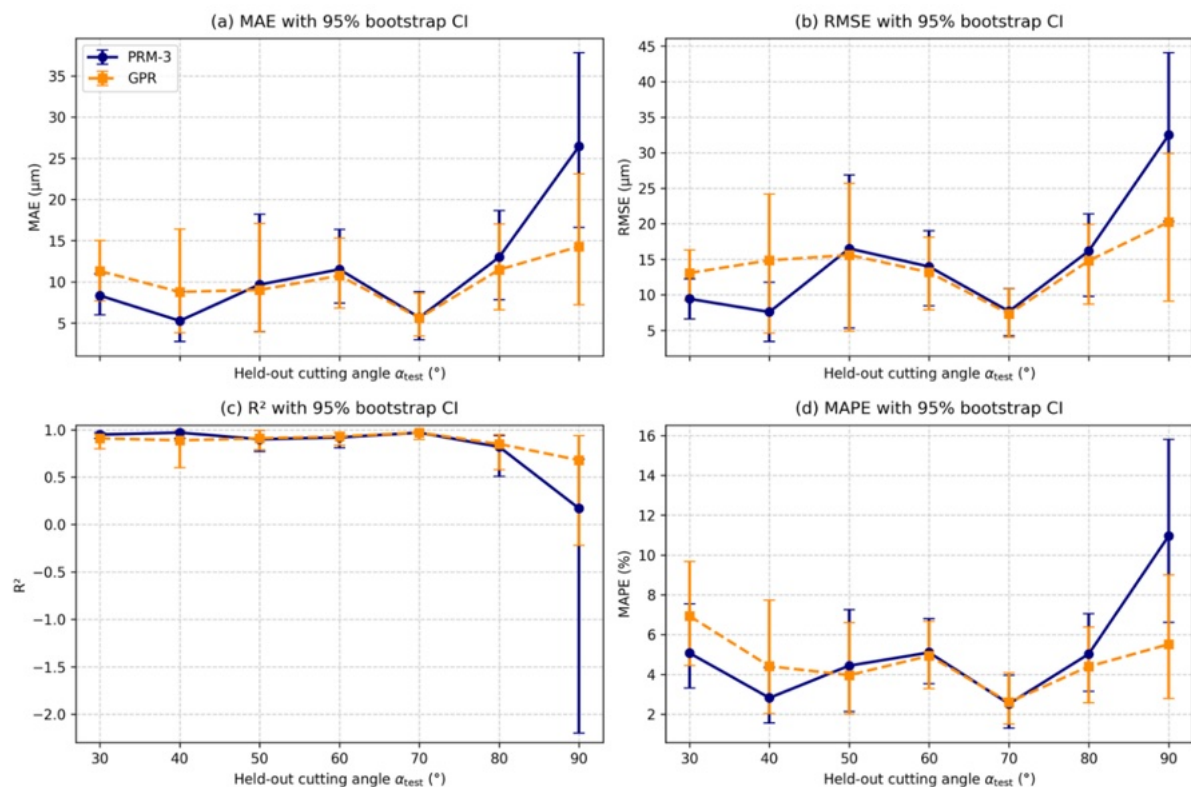
екстраполациската положба на тест-поделбата и можни промени во режимот на процесот при високи агли.

Табела 11 ги прикажува парните разлики на OOS-метриките во истите тест-поделби како минимална описна споредба.

Табела 11. Разлики на OOS-метриките во истите тест-поделби ($\Delta = GPR - PRM-3$)

α_{test} (°)	ΔMAE (μm)	$\Delta RMSE$ (μm)	ΔR^2	$\Delta MAPE$ (%)
30	+2.98	+3.64	-0.04	+1.86
40	+3.51	+7.28	-0.08	+1.59
50	-0.65	-0.91	+0.01	-0.48
60	-0.76	-0.80	+0.01	-0.16
70	-0.04	-0.35	0.00	+0.08
80	-1.52	-1.37	+0.03	-0.63
90	-12.18	-12.26	+0.51	-5.45

Забелешка. Негативните вредности за MAE, RMSE и MAPE означуваат пониска грешка за GPR, додека позитивните вредности за R^2 означуваат повисоко R^2 за GPR. Разликите во Табела 11 се прикажани како описна спарена споредба во истите OOS-тест-поделби и не претставуваат општ тест за супериорност на едниот модел над другиот надвор од применетиот протокол.



Слика 13. Споредбена OOS-перформанса според изоставениот агол за PRM-3 и GPR, со 95% bootstrap-интервали со перцентил.

Заклучок за хипотезата X3

Резултатите се во согласност со X3 во значењето употребено во оваа дисертација: под истиот OOS-протокол според аголот, GPR покажува помало слабеење на перформансата од PRM-3 во близина на горната граница на доменот, особено кај $\alpha_{test} = 90^\circ$, додека во тест-поделбите пред горната гранична зона разликите меѓу двата

модели остануваат помали и мешани. Овој наод се толкува како споредбена тенденција во рамките на применетиот протокол, а не како формално статистички потврдена општа супериорност на GPR.

4.7. Кандидат-конфигурации идентификувани со DE врз заменскиот модел PRM-3

Во согласност со поставката од Дел 3.10, DE беше применет врз конечниот модел PRM-3 одделно за секое фиксно ниво на висината на режење H . На сите четири нивоа на H , алгоритмот го врати истиот кандидатски пар, $\alpha^* = 30^\circ$ и $v_x^* = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, како што е прикажано во Табела 12.

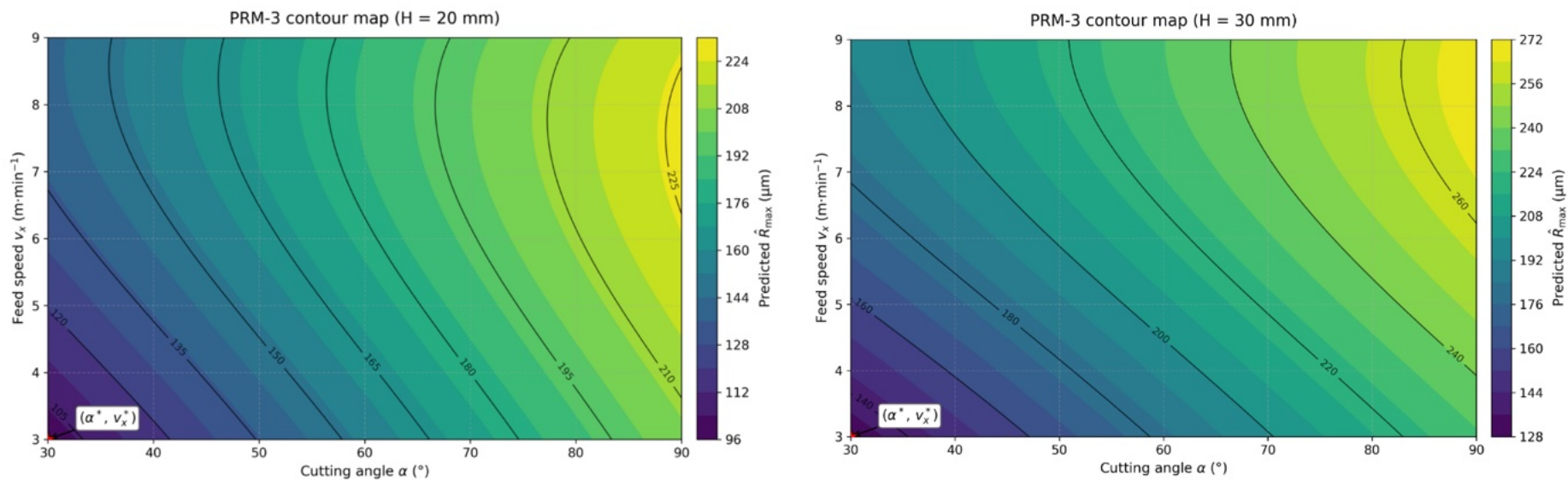
Соодветната минимална предвидена вредност на \hat{R}_{max} расте со зголемување на H , додека кандидатскиот пар $(\alpha_{DE}, v_{x,DE})$ останува непроменет. Овој образец покажува дека приспособената површина PRM-3 го достигнува минимумот на долната граница на испитаниот домен, а не во внатрешна робусна точка. Затоа, резултатот се толкува како моделски условен кандидат за ниска предвидена рапавост, а не како физички или производствено потврден оптимум.

Контурните карти на одзивната површина на PRM-3, со означен кандидатски минимум, се прикажани на Сликите 14 и 15. Соодветните тридимензионални површини се дадени во Прилог И.

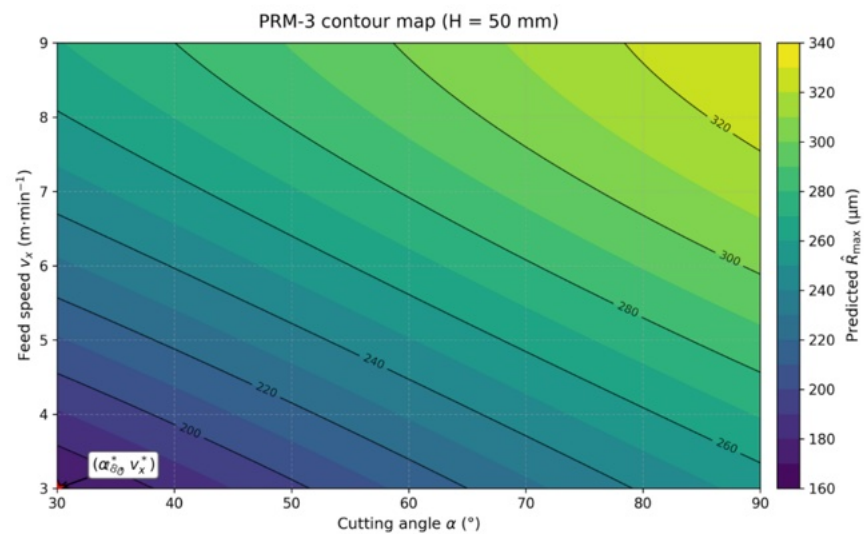
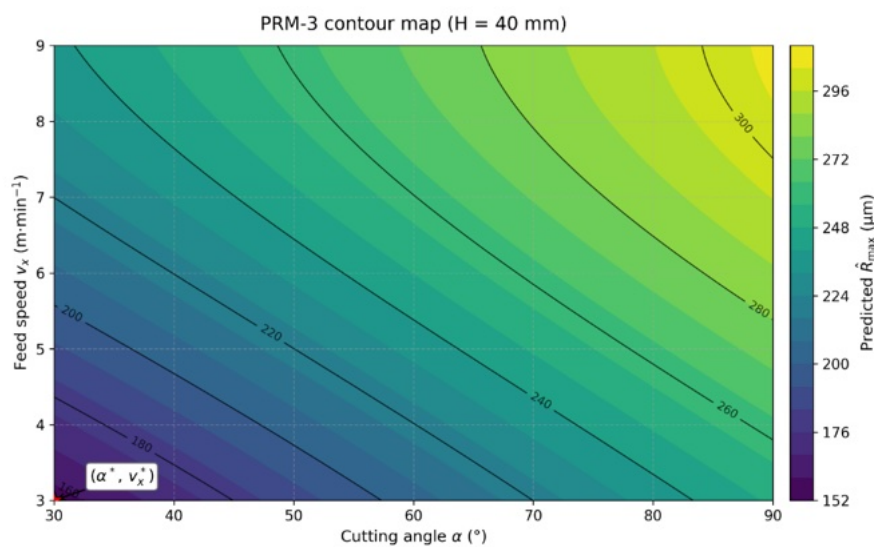
Табела 12. Кандидат-конфигурации на минимумот идентификувани со DE и минималната рапавост предвидена од заменскиот модел PRM-3 во рамките на испитаните граници

H (mm)	α^* ($^\circ$)	v_x^* ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	$\hat{R}_{max,min}$ (μm).
20	30	3.0	98.94
30	30	3.0	130.68
40	30	3.0	156.13
50	30	3.0	167.87

Забелешка. Оптимизацијата со DE е применета врз конечниот заменски модел PRM-3; резултатите претставуваат моделски условени кандидат-конфигурации во рамките на испитаниот домен.



Слика 14. Контурни карти на PRM-3 за $H = 20 \text{ mm}$ (лево) и $H = 30 \text{ mm}$ (десно), со означен кандидатски минимум избран од DE
 Прикажаните површини се предвидувања од PRM-3 во рамките на испитаниот домен и служат за визуелно толкување на кандидатскиот минимум.



Слика 15. Контурни карти на PRM-3 за $H = 40$ mm (лево) и $H = 50$ mm (десно), со означен кандидатски минимум избран од DE.

Прикажаните површини се предвидувања од PRM-3 во рамките на испитаниот домен и служат за визуелно толкување на кандидатскиот минимум.

4.8. Репродуцибилност на DE и чувствителност на контролните параметри (контрола на стабилноста на решавачот)

Како проверка на нумеричката стабилност, DE беше повторно извршен врз истиот конечен PRM-3 модел при промена на случајното семе и при ограничено варирање на контролните параметри на решавачот. Оваа проверка важи само за фиксниот моделски проблем на пребарување и не претставува експериментална или производствена потврда на кандидатската конфигурација.

За сите фиксни нивоа на $H \in \{20, 30, 40, 50\}$ mm, повторените извршувања го вратија истиот моделски условен кандидат на долната граница на доменот, $\alpha_{DE} = 30^\circ$ и $v_{x,DE} = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. Разликите меѓу извршувањата се ограничија на показателите на конвергенцискиот напор, како што се бројот на итерации и бројот на евалуации на целната количина, без промена на вратениот кандидат. Ограничената проверка на чувствителноста на контролните параметри на DE покажа дека истиот кандидат се задржува и при варирање на NP , F и CR .

Овие резултати ја поддржуваат нумеричката репродуцибилност на решавачот за специфицираниот PRM-3 моделски проблем. Целосните траги од ревизија и резимеата на извршувањата се дадени во Прилог К, додека ограничената проверка на чувствителноста на контролните параметри е прикажана во Прилог J.5.

4.9. Операционална моќност на режење на ниво на машински систем

Овој дел ги прикажува промените на електричните показатели EM1 и EM2 како дополнително емпириско читање на операционалната моќност на режење на ниво на машински систем. Табела 13 ги прикажува средните вредности на EM1 за главниот мотор, а Табела 14 ги прикажува средните вредности на EM2 за помошниот мотор за подавање, според аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x . Истата распределба е визуелизирана на Сликите 16 и 17.

Во рамките на испитаниот домен, повисоки вредности на електричното оптоварување генерално се јавуваат кај конфигурациите со поголема брзина на подавање и поголема висина на режење. Овој образец е поизразен кај EM1, каде што зголемувањето на H и v_x е придружено со појасно зголемување на оптоварувањето на главниот мотор. EM2 покажува поограничени промени меѓу конфигурациите, што е во согласност со неговата улога како помошен мотор за подавање.

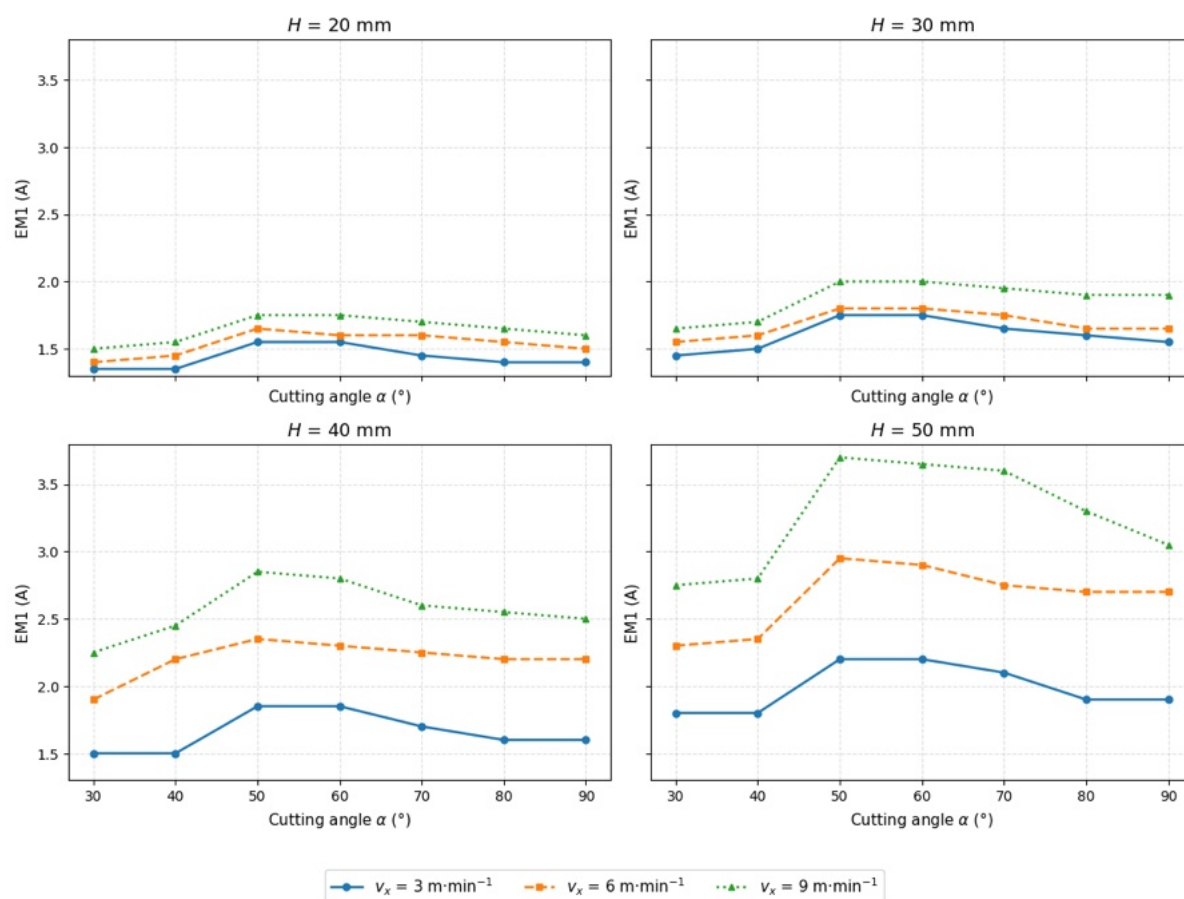
Во слоевите определени со H и v_x , промените според аголот на режење не покажуваат целосно линеарен тренд. Сепак, пониските агли, особено $\alpha = 30^\circ$ и $\alpha = 40^\circ$, често се поврзуваат со пониско електрично оптоварување, главно кај EM1. Ова укажува дека електричните показатели обезбедуваат дополнителна техничка основа за споредбена интерпретација на конфигурациите, покрај рапавоста на резната површина.

Табелите 13 и 14, заедно со Сликите 16 и 17, ја прикажуваат емпириската распределба на EM1 и EM2 во рамките на испитаните услови.

Табела 13. Средни вредности на електричното оптоварување EM1 според α , v_x и H .

$v_x (\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	$\alpha (^\circ)$	EM1 (A), H=20 mm	EM1 (A), H=30 mm	EM1 (A), H=40 mm	EM1 (A), H=50 mm
3	90	1.40	1.55	1.60	1.90
3	80	1.40	1.60	1.60	1.90
3	70	1.45	1.65	1.70	2.10

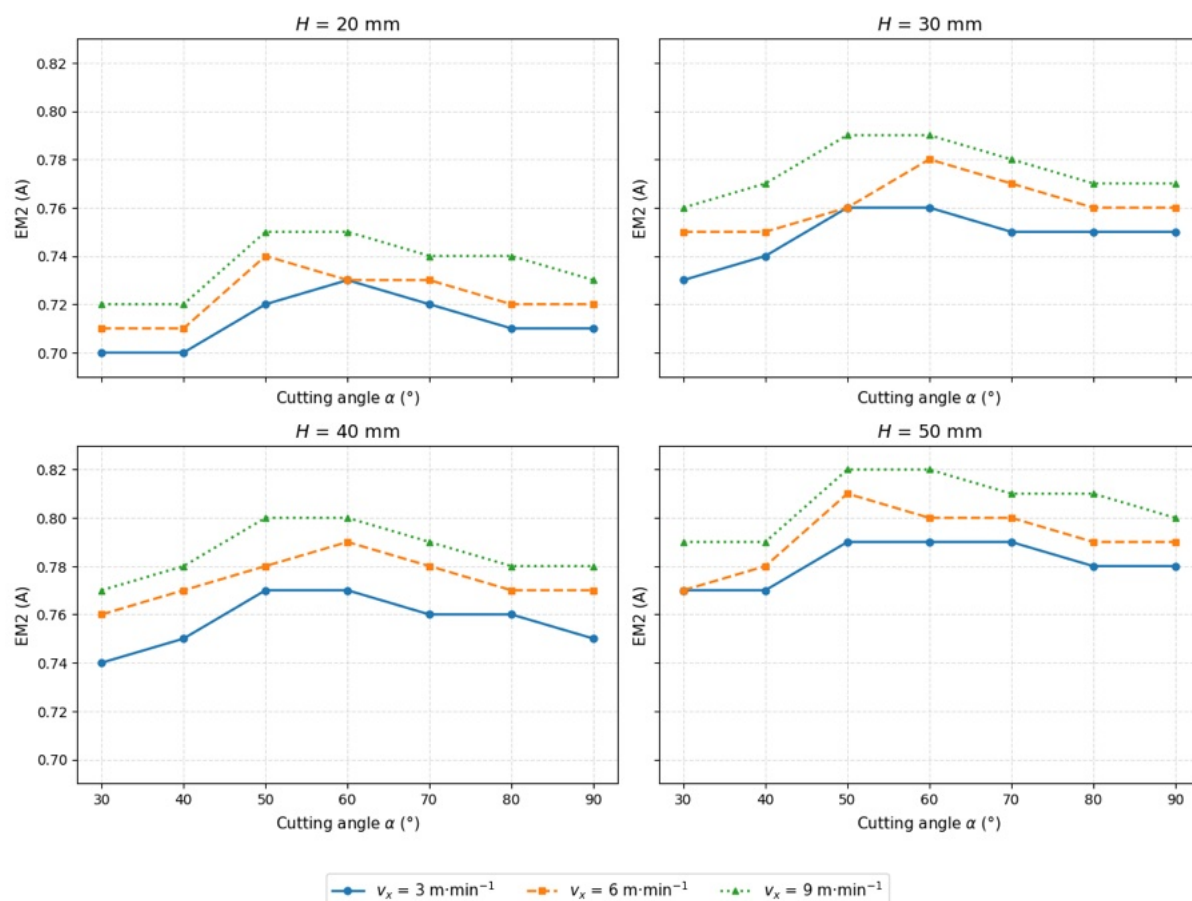
3	60	1.55	1.75	1.85	2.20
3	50	1.55	1.75	1.85	2.20
3	40	1.35	1.50	1.50	1.80
3	30	1.35	1.45	1.50	1.80
6	90	1.50	1.65	2.20	2.70
6	80	1.55	1.65	2.20	2.70
6	70	1.60	1.75	2.25	2.75
6	60	1.60	1.80	2.30	2.90
6	50	1.65	1.80	2.35	2.95
6	40	1.45	1.60	2.20	2.35
6	30	1.40	1.55	1.90	2.30
9	90	1.60	1.90	2.50	3.05
9	80	1.65	1.90	2.55	3.30
9	70	1.70	1.95	2.60	3.60
9	60	1.75	2.00	2.80	3.65
9	50	1.75	2.00	2.85	3.70
9	40	1.55	1.70	2.45	2.80
9	30	1.50	1.65	2.25	2.75



Слика 16. Промена на електричното оптоварување на главниот мотор $EM1$ според аголот на режење α , за три нивоа на брзината на подавање v_x , стратифицирана според висината на режење H .

Табела 14. Средни вредности на електричното оптоварување EM2 според α , v_x и H.

$v_x(\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	$\alpha(^{\circ})$	EM2 (A), H=20 mm	EM2 (A), H=30 mm	EM2 (A), H=40 mm	EM2 (A), H=50 mm
3	90	0.71	0.75	0.75	0.78
3	80	0.71	0.75	0.76	0.78
3	70	0.72	0.75	0.76	0.79
3	60	0.73	0.76	0.77	0.79
3	50	0.72	0.76	0.77	0.79
3	40	0.70	0.74	0.75	0.77
3	30	0.70	0.73	0.74	0.77
6	90	0.72	0.76	0.77	0.79
6	80	0.72	0.76	0.77	0.79
6	70	0.73	0.77	0.78	0.80
6	60	0.73	0.78	0.79	0.80
6	50	0.74	0.76	0.78	0.81
6	40	0.71	0.75	0.77	0.78
6	30	0.71	0.75	0.76	0.77
9	90	0.73	0.77	0.78	0.80
9	80	0.74	0.77	0.78	0.81
9	70	0.74	0.78	0.79	0.81
9	60	0.75	0.79	0.80	0.82
9	50	0.75	0.79	0.80	0.82
9	40	0.72	0.77	0.78	0.79
9	30	0.72	0.76	0.77	0.79



Слика 17. Промена на електричното оптоварување на помошниот мотор $EM2$ според аголот на режење α , за три нивоа на брзината на подавање v_x , стратифицирана според висината на режење H .

Забелешка. $EM1$ = главен мотор; $EM2$ = помошен мотор за подавање. Вредностите се користат за релативна споредба на системското електрично оптоварување меѓу тестираните конфигурации и не претставуваат директно механичко мерење во зоната алат–материјал.

4.10. Оперативен компромис условен од моделот PRM-3

Покрај идентификацијата на кандидатскиот минимум, PRM-3 овозможува и опис на предвидениот компромис меѓу квалитетот на површината и производниот ритам. За таа цел беше формирана матрица на оперативен компромис со фиксиран $\alpha = 30^\circ$ и со $v_x \in \{3, 6, 9\} \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ за секое ниво на H .

Табела 15 покажува дека преминот од $v_x = 3$ на $v_x = 6 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ е придружен со предвидено зголемување на \hat{R}_{\max} од приближно 31–36%, додека преминот од $v_x = 3$ на $v_x = 9 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ е придружен со зголемување од околу 43–60%, во зависност од висината на режење. Ова укажува дека производниот ритам и квалитетот на резната површина формираат јасен моделски условен компромис во рамките на испитаниот домен.

Од производствен аспект, матрицата обезбедува описна основа за споредување на конфигурациите, но не претставува производствена препорака или експериментално потврден оптимум.

Табела 15. Матрица на оперативен компромис условена од моделот PRM-3 при $\alpha = 30^\circ$

H (mm)	α ($^\circ$)	v_x ($m \cdot min^{-1}$)	\hat{R}_{max} (μm)	$\Delta \hat{R}_{max}$ vs. $v_x = 3$ (μm)	$\Delta \hat{R}_{max}$ vs. $v_x = 3$ (%)	Фактор на ритамот на производството ($v_x/3$)
20	30	3.0	98.941	0.0	0.0	1.0
20	30	6.0	129.594	30.654	30.982	2.0
20	30	9.0	141.605	42.664	43.121	3.0
30	30	3.0	130.68	0.0	0.0	1.0
30	30	6.0	171.148	40.468	30.967	2.0
30	30	9.0	192.973	62.293	47.668	3.0
40	30	3.0	156.134	0.0	0.0	1.0
40	30	6.0	206.416	50.282	32.205	2.0
40	30	9.0	238.055	81.921	52.469	3.0
50	30	3.0	167.873	0.0	0.0	1.0
50	30	6.0	227.969	60.096	35.799	2.0
50	30	9.0	269.423	101.55	60.492	3.0

Забелешка. Вредностите во Табела 15 се предвидувања од конечниот модел PRM-3 и го прикажуваат моделски условениот компромис меѓу предвидената рапавост и брзината на подавање при $\alpha = 30^\circ$.

4.11. Дополнителна описна анализа на оперативниот компромис со CRITIC

Како дополнителна описна анализа, беше применета CRITIC-постапката врз реално тестираните 84 конфигурации, според методолошката постапка опишана во Дел 3.12. Целта беше релативно рангирање на конфигурациите според применетата шема на компромис меѓу рапавоста на резната површина, производниот ритам и електричните показатели на системското оптоварување. Резултатите се толкуваат како описна поддршка на споредбата, а не како независна оптимизација, Парето-анализа или производствено потврден оптимум.

4.11.1. Основна пресметка со EM1

Во основната варијанта на CRITIC-анализата, критериумите беа \bar{R}_{max} , EM1 и v_x . Притоа, \bar{R}_{max} и EM1 беа третираны како критериуми за минимизација, додека v_x беше третиран како критериум за максимизација.

Табела 16 ги прикажува објективните тежини пресметани со методата CRITIC. Највисока тежина доби v_x ($w_j = 0.590743$), додека \bar{R}_{max} и EM1 добија пониски и меѓусебно блиски тежини ($w_j = 0.208923$ и $w_j = 0.200335$). Ова покажува дека, во применетата нормализирана матрица на критериуми, производниот ритам внесува најголема информативна содржина во рангирањето.

Табела 17 ги прикажува петте највисоко рангирани конфигурации според составениот резултат S_i . Во применетата CRITIC-шема, највисоко беа рангирани конфигурации со $v_x = 9 m \cdot min^{-1}$. Највисоко рангираната конфигурација беше $\alpha = 30^\circ$, $H = 20mm$ и $v_x = 9 m \cdot min^{-1}$, со $\bar{R}_{max} = 147 \mu m$, EM1 = 1.50 A и $S_i = 0.951226$. Ова рангирање покажува дека применетата CRITIC-шема ги фаворизира конфигурациите со висок произведен ритам кога рапавоста и електричното оптоварување остануваат релативно поволни.

Табела 16. Објективни тежини (w_j) пресметани со CRITIC во дополнителната проверка со EM1

Критериум	Тежина CRITIC (w_j)
\bar{R}_{max}	0.208923
EM1	0.200335
v_x	0.590743

Забелешка. \bar{R}_{max} и EM1 беа третираны како критериуми за минимизација, а v_x како критериум за максимизација. Тежините зависат од нормализираната матрица на критериуми за реално тестираните конфигурации.

Табела 17. Пет највисоко рангирани реално тестираны конфигурации според составениот резултат S_i пресметан со CRITIC-тежините во дополнителната проверка со EM1

Ранг	$\alpha(^{\circ})$	$H(\text{mm})$	$v_x(\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	$\bar{R}_{max}(\mu\text{m})$	EM1 (A)	Составен резултат S_i според CRITIC-тежините
1	30	20	9	147	1.50	0.951226
2	40	20	9	155	1.55	0.938967
3	50	20	9	165	1.75	0.911920
4	60	20	9	172	1.75	0.904923
5	30	30	9	192	1.65	0.893455

Забелешка. Составениот резултат е пресметан како пондерирана сума на нормализираните критериуми со тежините од Табела 16.

4.11.2. Проверка на чувствителноста со EM2

Како проверка на чувствителноста, CRITIC-анализата беше повторена со EM2 како алтернативен електричен показател на системското оптоварување. Во оваа варијанта, критериумите беа \bar{R}_{max} , EM2 и v_x , при што \bar{R}_{max} и EM2 беа третираны како критериуми за минимизација, а v_x како критериум за максимизација.

Табела 18 ги прикажува објективните тежини на критериумите, а Табела 19 ги прикажува петте највисоко рангирани конфигурации според составениот резултат S_i . И во оваа формулација, v_x доби највисока тежина ($w_j = 0.584990$), додека \bar{R}_{max} и EM2 добија пониски и меѓусебно блиски тежини ($w_j = 0.218113$ и $w_j = 0.196897$).

Петте највисоко рангирани конфигурации останаа блиски до главната анализа со EM1, со доминација на конфигурации со $v_x = 9 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ и $H = 20 \text{ mm}$. Највисоко рангирана повторно беше конфигурацијата $\alpha = 30^{\circ}$, $H = 20 \text{ mm}$ и $v_x = 9 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, со $\bar{R}_{max} = 147 \mu\text{m}$, EM2 = 0.72 A и $S_i = 0.929614$. Ова покажува дека дополнителното описно повеќекритериумско рангирање е во суштина стабилно при замена на EM1 со EM2.

Табела 18. Објективни тежини (w_j) пресметани со CRITIC во дополнителната проверка со EM2

Критериум	Тежина CRITIC (w_j)
\bar{R}_{max}	0.218113
EM2	0.196897
v_x	0.584990

Забелешка. \bar{R}_{max} и EM2 беа третираны како критериуми за минимизација, а v_x како критериум за максимизација. Тежините зависат од нормализираната матрица на критериуми за реално тестираните конфигурации.

Табела 19. Пет највисоко рангирани реално тестираны конфигурации според S_i во CRITIC-проверката со EM2

Ранг	$\alpha(^{\circ})$	$H(\text{mm})$	$v_x(\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\bar{R}_{\text{max}}(\mu\text{m})$	EM2 (A)	Составен резултат S_i според CRITIC-тежините
1	30	20	9	147	0.72	0.929614
2	40	20	9	155	0.72	0.921265
3	50	20	9	165	0.75	0.861605
4	60	20	9	172	0.75	0.854300
5	70	20	9	194	0.74	0.847748

Забелешка. Составениот резултат е пресметан како пондерирана сума на нормализираните критериуми со CRITIC-тежините.

Севкупно, анализата со EM2 даде тежини и рангирање блиски до главната анализа со EM1. Ова укажува дека описното повеќекритериумско читање останува стабилно при замена на електричниот показател на системското оптоварување. Резултатите од ова поглавје обезбедуваат емпириска основа за дискусијата во Поглавје 5.

5. ДИСКУСИЈА

Поглавјето 5 ги синтетизира технолошките и методолошките импликации на резултатите од Поглавјето 4. Толкувањето е организирано околу конфигурациската промена на \bar{R}_{max} , предиктивната преносливост на PRM-3 во споредба со GPR и моделски условеното читање на кандидат-конфигурациите. На тој начин, дискусијата ја поврзува емпириската евиденција со заклучоците во Поглавје 6.

5.1. Главни наоди

Резултатите покажуваат дека средната рапавост на ниво на конфигурација се менува во зависност од заедничкото дејство на аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање. Затоа, квалитетот на резната површина во испитаниот домен не се толкува како последица на изолиран параметар, туку како конфигурациски одзив на процесот.

Од технолошки аспект, пониските вредности на рапавоста претставуваат поповолен почетен услов за последователни операции на доработка, како рамнење, брусење, лепење или површинска обработка. Ова толкување останува ограничено на рапавоста како индикатор за состојбата на површината по режењето, без директно испитување на тие последователни операции.

Дополнителните електрични показатели EM1 и EM2 покажуваат дека конфигурациите се разликуваат и според релативното системско оптоварување. Така, главниот наод не е само дека параметрите влијаат врз рапавоста, туку дека конфигурациите треба да се читаат како компромис меѓу квалитетот на површината, производниот ритам и оптоварувањето на машинскиот систем.

5.2. Предиктивната перформанса на PRM-3 и споредбата со GPR

Резултатите од валидацијата надвор од примерокот покажуваат дека PRM-3 е пооправдан во неграничниот дел од доменот, каде што задржува употреблива вредност за релативна споредба на конфигурациите. Во истиот дел од доменот, GPR покажува перформанса од ист ред на големина, но помало слабеење во близина на горната граница.

Споредбата меѓу PRM-3 и GPR не се чита само како споредба на OOS-метрики, туку и како споредба на моделска употребливост. PRM-3 беше задржан како главен заменски модел затоа што обезбедува експлицитна, проверлива и технички читлива равенка на одзивот, погодна за релативна споредба и моделски условено оптимизациско разгледување. GPR, пак, служи како пофлексибилна споредбена референца за оценување на предиктивната стабилност, особено во граничниот режим. Затоа, поповолната изведба на GPR во близина на горната граница не ја заменува улогата на PRM-3, туку го ограничува степенот на доверливост со кој треба да се чита PRM-3 во тој режим.

5.3. Горната граница на доменот: поограничена предиктивна доверливост и внимателно толкување

Слабеењето на перформансата на PRM-3 при $\alpha_{test} = 90^\circ$ претставува главно ограничување на OOS-валидацијата во ова истражување. Овој резултат може да се чита преку два поврзани извора: моделски и процесен. Од моделски аспект, нивото $\alpha = 90^\circ$ е целосно исклучено од тренирањето, додека Min-Max скалирањето се приспособува само врз аглите до $\alpha = 80^\circ$. Затоа, предвидувањето се изведува на самиот раб на

доменот, надвор од аголниот интервал застапен во тренирањето. Во такви услови, ограничената кубна спецификација може да изгуби описна верност во близина на границите; ова е во согласност со методолошката литература за полиномска регресија, според која зголемувањето на степенот на полиномот ја зголемува колонеарноста меѓу степенуваните термини, што ги прави коефициентите понестабилни, а толкувањето попроблематично (Budescu, 1980).

Сепак, слабеењето при 90° не може да се објасни само со фактот дека предвидувањето се изведува на граница на доменот. И 30° и 90° претставуваат гранични поделби со изоставување, но деградацијата не е симетрична: PRM-3 задржува поволна перформанса при 30° , но не и при 90° . Ова укажува дека горната граница претставува поголем товар за генерализација од долната граница, најверојатно поради комбинација од ограничувањата на полиномската спецификација и потенцијално помалку правилен одзив на процесот во близина на 90° .

Од процесен аспект, при многу високи агли на режење односот меѓу параметрите на процесот и рапавоста може да стане помалку правилен поради промени во локалната интеракција меѓу сечилото и материјалот. Тековните податоци не овозможуваат целосно раздвојување на моделскиот и процесниот извор; затоа слабеењето при $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ најодржливо се чита како мешан резултат од моделска екстраполација и потенцијално помалку правилно однесување на процесот.

За да се процени дали слабеењето е главно поврзано со моделска нестабилност, PRM-3 беше спореден и со регуларизирана Ridge-варијанта под истиот тест-протокол. И по примената на Ridge, перформансата при $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ остана ограничена ($R^2 = 0.40$), што укажува дека слабеењето не може целосно да се припише само на нумеричка нестабилност на моделот. Дополнителната дијагностика за овој случај е дадена во Прилог И.

Во оваа смисла, поповолната перформанса на GPR во близина на горната граница не го прави оптимизацискиот чекор врз PRM-3 методолошки невалиден, туку го ограничува степенот на доверливост со кој треба да се читаат резултатите од PRM-3 во тој режим. Од гледна точка на употребливоста, PRM-3 останува пооправдан за релативна споредба во неграничниот дел од доменот.

5.4. Оптимизација со DE за идентификација на кандидат-конфигурации

Во насочувачкиот слој на анализата, PRM-3 се користи за прелиминарна идентификација на кандидатски конфигурации во рамките на испитаните граници. Резултатот од DE покажува дека, во рамките на овој домен, моделот го поставува минимумот на долната граница на аголот на режење и брзината на подавање.

Овој резултат се чита како моделски условен и технолошки ориентационен минимум, а не како независен доказ за физички, производствен или индустриски оптимум. DE покажува каде PRM-3 предвидува најниска вредност на рапавоста, но не ја потврдува најповолната реална производствена конфигурација.

Технолошкото значење на оптимизацијата е во стеснување на просторот на можни режими на режење и во идентификација на конфигурации што заслужуваат понатамошно процесно разгледување или потврдни резони. Производствениот избор не може да се темели само на минимизирање на рапавоста, бидејќи зависи и од производниот ритам, системското оптоварување, стабилноста на процесот, издржливоста на алатот и барањата на последователната доработка.

5.5. Практично значење и граници на интерпретацијата

Практичното значење на резултатите е во можноста конфигурациите на режење да се споредуваат како технолошки компромис, а не само преку еден изолиран параметар. Во рамките на конкретниот систем машина–алат–материјал–мерење, резултатите овозможуваат заедничко читање на квалитетот на резната површина, производниот ритам и релативното системско оптоварување.

Кога приоритет е квалитетот на површината, PRM-3 обезбедува ориентациона основа за идентификација на конфигурации со пониска предвидена рапавост \bar{R}_{max} . Истовремено, матрицата на оперативен компромис покажува дека зголемувањето на брзината на подавање носи очекуван пенал во рапавоста. Така, моделот не дава директна производствена препорака, туку помага да се процени колку квалитет на површината се жртвува при избор на повисок произведен ритам.

Електричните показатели EM1 и EM2 го прошируваат практичното читање од рапавоста кон релативното оптоварување на машинскиот систем. Наодите покажуваат дека повисоките нивоа на брзината на подавање и висината на режење најчесто се придружени со повисоко системско оптоварување, особено кај EM1. Затоа, изборот на конфигурација треба да се разгледува преку поврзаноста меѓу очекуваната рапавост, производниот ритам и оптоварувањето на системот.

CRITIC-анализата има секундарна и описна улога: таа го формализира релативниот компромис меѓу измерената рапавост, производниот ритам и електричните показатели на оптоварувањето кај реално тестираните конфигурации. Нејзината вредност е во дополнителното рангирање според избраната шема на критериуми, а не во замена за PRM-3, DE или последователна експериментална проверка.

Практичната примена на резултатите останува ограничена на испитаниот материјал, машинската поставеност, алатот, мерниот пристап и избраните нивоа на параметрите. Особено, висината на режење H треба да се чита главно како зададен услов на материјалот или случајот на режење, а не како слободен оперативен параметар во истата смисла како аголот на режење α и брзината на подавање v_x . Најстабилната практична вредност на истражувањето е во технички употребливата ориентација за споредба на конфигурациите во рамките на испитаниот домен, без екстраполација надвор од него.

5.6. Придонесот на трудот во технологијата на дрвото и во анализата на квалитетот на површината

Придонесот на трудот е во поврзување на емпириското мерење, предиктивното моделирање и технолошкото читање на режимите на режење при обработка на европска бука со лентовидна пила. Во конкретниот систем машина–алат–материјал–мерење, резултатите покажуваат дека квалитетот на резната површина не се објаснува преку изолиран процесен параметар, туку преку конфигурациското дејство на аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање.

Емпириски, трудот ја документира структурираната промена на средната рапавост на ниво на конфигурација и ја третира рапавоста како технолошки релевантен индикатор за состојбата на површината по режењето. Методолошки, воспоставува проверлива рамка во која PRM-3 служи како експлицитен заменски модел, OOS-валидацијата ја проверува неговата преносливост меѓу аголите нивоа, а GPR обезбедува споредбена предиктивна референца.

Практично, трудот овозможува релативна споредба на конфигурациите според квалитетот на површината, производниот ритам и системското оптоварување. DE обезбедува моделски условена ориентација кон кандидат-конфигурации со пониска предвидена рапавост, додека EM1, EM2 и CRITIC-анализата додаваат секундарен слој за споредбено читање на оперативниот компромис.

Во целина, трудот придонесува со доменски ограничена, но технички употреблива рамка за карактеризација на резната површина, споредба на режими на режење и прелиминарна ориентација при избор на конфигурации за обработка на елементи од европска бука.

6. ЗАКЛУЧОЦИ

6.1. Главни заклучоци

Ова истражување покажа дека, во рамките на испитаниот експериментален домен, конфигурациите определени со аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање овозможуваат моделирање и споредба на средниот одзив на рапавоста на резната површина. PRM-3 обезбедува транспарентна и проверлива основа за техничко читање на конфигурациите, додека GPR ја контекстуализира предиктивната стабилност на моделот, особено во близина на горната граница на аголот на режење.

Резултатите водат кон пет главни заклучоци.

Прво, рапавоста на резната површина се менува како конфигурациски одзив на заедничкото дејство на аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање. Ова ја поддржува употребата на конфигурацијата како аналитичка единица и ја потврдува потребата параметрите да се читаат заеднички, а не изолирано.

Второ, електричните показатели EM1 и EM2 покажуваат дека конфигурациите се разликуваат и според релативното системско оптоварување. Затоа, технолошкото читање на режимите на режење треба да го земе предвид компромисот меѓу квалитетот на површината, производниот ритам и оптоварувањето на машинскиот систем.

Трето, PRM-3 покажува поповолна OOS-перформанса во неграничниот дел од доменот, додека во близина на горната граница неговата предиктивна доверливост се намалува. GPR обезбедува пофлексибилна споредбена референца и покажува помало слабеење во граничниот режим, но не ја заменува улогата на PRM-3 како транспарентен и технички толкувачки модел.

Четврто, DE врз конечниот PRM-3 идентификува моделски условени кандидат-конфигурации со ниска предвидена рапавост. Овие кандидати претставуваат основа за понатамошна проверка, а не финално потврдени производствени оптимуми.

Петто, CRITIC-анализата обезбедува дополнителен описен слој за релативно рангирање на реално тестираните конфигурации според избраниот компромис меѓу рапавоста, производниот ритам и системското оптоварување.

6.2. Одговори на истражувачките прашања

ИП1. Во рамките на испитаниот домен, средната рапавост на резната површина се разликува меѓу конфигурациите определени со аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање. Ова покажува дека одзивот на површината е конфигурациски условен и дека параметрите треба да се разгледуваат заеднички.

ИП2. PRM-3 задржува поповолна предиктивна перформанса во неграничниот дел од доменот, додека неговата доверливост се намалува во близина на горната граница на аголот на режење. GPR обезбедува споредбена предиктивна референца и покажува помало слабеење во граничниот режим, но PRM-3 останува главниот транспарентен модел за техничко толкување.

ИП3. Оптимизацијата со DE врз конечниот PRM-3 идентификува моделски условени кандидат-конфигурации со ниска предвидена рапавост во рамките на испитаниот домен. Овие кандидати служат како почетна точка за техничко насочување и за понатамошна експериментална проверка.

6.3. Статус на хипотезите

Хипотезите се оценуваат во рамките на материјалот, машинската конфигурација, мерниот протокол, испитаниот експериментален домен и применетиот OOS-протокол.

X1. Резултатите се во согласност со X1. Средната рапавост на резната површина се разликува меѓу конфигурациите определени со аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање, што ја поддржува употребата на конфигурацијата како аналитичка единица.

X2. Резултатите се во согласност со X2. PRM-3 покажува поповолна OOS-перформанса во неграничните тест-поделби отколку во поделбите во близина на горната граница на аголот на режење.

X3. Резултатите се во согласност со X3. GPR обезбедува постабилна споредбена предиктивна референца во граничниот режим, додека PRM-3 ја задржува главната улога како транспарентен и технички толкувачки модел.

6.4. Придонесот на студијата

Придонесот на оваа студија е процесно-технолошки, емпириски и методолошки. Во контекст на технологијата на дрвото и технологиите на мебел и ентериер, истражувањето обезбедува доменски ограничена, но проверлива основа за анализа на режимите на режење при обработка на европска бука со лентовидна пила. Централниот придонес е во поврзување на параметрите на режење со квалитетот на резната површина, изразен преку оперативниот индекс R_{max} и моделиран преку средната вредност \bar{R}_{max} на ниво на конфигурација.

Конкретните придонеси на оваа студија се следниве:

1. Студијата воспоставува конфигурациска структура за анализа на рапавоста на резната површина при режење европска бука со лентовидна пила.
2. Студијата развива експлицитен PRM-3 модел кој овозможува техничко читање на одзивната површина и споредба на конфигурациите на режење.
3. Студијата применува OOS-валидација според аголот на режење и со тоа ја оценува предиктивната преносливост на моделот меѓу различни аголни нивоа.
4. Студијата ја споредува предиктивната изведба на PRM-3 со GPR и ја покажува нивната различна улога: PRM-3 како транспарентен модел за техничко толкување, а GPR како флексибилна споредбена референца.
5. Студијата идентификува моделски условени кандидат-конфигурации преку Диференцијална еволуција, кои претставуваат основа за понатамошна експериментална проверка.
6. Студијата го проширува толкувањето на процесот преку EM1 и EM2 како електрични показатели на системското оптоварување при режењето.
7. Студијата воведува секундарно CRITIC-читање на компромисот меѓу рапавоста, производниот ритам и системското оптоварување кај реално тестираните конфигурации.

Табела 20. Придонес – доказ – локација во дисертацијата

Придонес	Доказ во дисертацијата	Локација
Конфигурациска анализа на рапавоста	Целосен факторски план со 84 тестирани конфигурации; локалните мерења на оперативниот индекс на рапавост се агрегирани во средна конфигурациска вредност \bar{R}_{max} .	3.3, 3.4, 4.1

PRM-3 како интерпретабилен модел	Експлицитна ограничена кубна спецификација на полиномскиот модел и OOS-валидација според изоставен агол на режење.	3.8, 4.2, Прилог А
Споредба со GPR	GPR е оценет под истиот OOS-протокол според аголот, што овозможува директна споредба на предиктивната стабилност со PRM-3.	3.9, 4.4–4.6
DE кандидат-конфигурации	Диференцијална еволуција е применета врз конечната одговорна површина на PRM-3 за идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации со ниска предвидена рапавост.	3.10, 4.7
EM1/EM2 како операционално читање на системското оптоварување	Електричните показатели на главниот и помошниот мотор се користат за релативно споредување на системското оптоварување меѓу конфигурациите во истиот експериментален систем.	3.11, 4.9
CRITIC како секундарно читање на компромисот	CRITIC е применет врз реално тестираните конфигурации како дополнителна описна постапка за рангирање според рапавост, произведен ритам и електрично оптоварување.	3.12, 4.11

Емпириски, студијата покажува дека рапавоста на резната површина се чита како конфигурациски одзив на заедничкото дејство на аголот на режење, висината на режење и брзината на подавање. Овој наод е релевантен за подготовката на дрвени елементи за мебел и ентериер, бидејќи квалитетот на резната површина претставува важен технолошки предуслов за последователна површинска подготовка и завршна обработка (Sandak & Negri, 2005; Sinn et al., 2009; Budakci et al., 2007).

Методолошки, придонесот е во интегрирањето на експериментално измерен одзив на рапавост, проверлива PRM-3 спецификација, OOS-валидација според аголот, споредба со GPR и моделски условено разгледување на кандидатски конфигурации. Интерпретабилноста на PRM-3 е важна затоа што целта не е само предиктивна изведба, туку и проверливо техничко читање на конфигурациите (Rudin, 2019; Molnar, 2025).

6.5. Ограничувања и граници на инференцијата

Заклучоците од ова истражување се однесуваат на испитаниот експериментален домен, на европска бука (*Fagus sylvatica* L.) и на конкретната конфигурација материјал–машина–алат–мерење применета во студијата. Затоа, предвидувањата, споредбите и кандидатските конфигурации имаат важност во рамките на анализираниот систем и претставуваат основа за понатамошна проверка при примена во други материјали, алати, машини или производствени услови.

Рапавоста беше оценета преку применетиот оперативен индекс и преку компараторски протокол, а не преку поширок сет стандардизирани параметри на површинска текстура. Дополнително, не беше спроведена независна метролошка калибрација според посебен стандардизиран протокол. Затоа, апсолутните вредности треба да се читаат со претпазливост, додека најсигурната вредност на мерењето е во релативната споредба на конфигурациите измерени со ист инструмент, исто референцирање и ист начин на агрегирање. Содржината на влага беше третирана како материјален услов, а не како независен фактор во моделот.

Бидејќи секоја конфигурација е претставена преку една агрегирана средна вредност, дизајнот не овозможува класична процена на експерименталната грешка или тестирање на статистичка значајност на факторските ефекти на ниво на конфигурација. Дополнително, редоследот на изведување не беше целосно рандомизиран преку документиран формален протокол, па не може целосно да се исклучат временски или

секвенцијални влијанија, како абење на алатот, загревање на системот, операторски фактор, локална варијабилност на материјалот или експериментален дрифт.

OOS-валидацијата според аголот ја оценува предиктивната преносливост во рамките на испитаниот домен. Граничните поделби, особено при $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, вклучуваат и компонента на екстраполација во однос на доменот на тренирање. Затоа, падот на перформансата во овој дел се чита како комбиниран резултат на моделската граница, достапната информација за тренирање и можните промени во режимот на процесот во близина на горната граница на аголот.

Електричните показатели EM1 и EM2 се користат како релативни показатели на системското оптоварување, а не како директна мерка на механичката моќност во зоната алат–материјал. Поблиска метролошка карактеризација би барала динамометриско мерење, посебна калибрација или модел за поврзување на електричните сигнали со силата и механичката моќност на режење (Kuntoğlu et al., 2021; Mohamed et al., 2022; Hrisos et al., 2009; Flake & Fried, 2020; Liang, Zhang, Wu, & Zou, 2016; Miura et al., 2018; Schmucker et al., 2023).

Оптимизацијата со DE го минимизира PRM-3 како заменски модел, па идентификуваните конфигурации имаат статус на моделски условени кандидати за понатамошна проверка. CRITIC-анализата, пак, претставува релативно рангирање на реално тестираните конфигурации според избраната шема на критериуми; таа не е независна оптимизација, Парето-решение или производствено потврдена препорака (He et al., 2020).

И покрај овие ограничувања, вредноста на резултатите останува во проверливата релативна споредба на конфигурациите во рамките на истиот материјал, машинска поставеност, алат и мерен протокол. Во тие граници, дисертацијата обезбедува технички употреблива основа за читање на рапавоста, системското оптоварување и моделски условеното насочување на кандидатски конфигурации.

6.6. Идна работа, тековни граници на валидацијата и следни чекори

Идната работа може да се насочи во три главни правци: појасно разграничување на моделските граници од можната промена на режимот на процесот, оперативно проширување на оптимизацијата и зајакнување на мерната и валидациската основа.

Првиот правец е посилен валидација на горната граница на доменот, особено во режимот $80^\circ - 90^\circ$. Погусто земање примероци во оваа зона би овозможило попрецизно разграничување меѓу ограничувањата на моделот и однесувањето на процесот во граничниот режим. Во таа насока, следен чекор може да биде проширување на дијагностиката со регуларизирани варијанти на полиномски модели или со алтернативни функционални спецификации.

Вториот правец е потврдена валидација и оперативно проширување на оптимизацијата. Следен чекор се потврдни резони за секое фиксно ниво на H , заедно со мали контролирани отстапувања околу кандидатот за минимум. Понатаму, проблемот може да се прошири како повеќецелна оптимизација, каде што рапавоста на површината, производниот ритам и операционалната моќност на режење, следена преку електричните показатели на системското оптоварување, би се разгледувале истовремено, на пример преку Паретова анализа.

Третиот правец е зајакнување на мерната и валидациската основа. Зачувувањето на сегментните податоци, бројот на сегменти по конфигурација и повторувањата на мерењето би овозможило појасно квантифицирање на варијабилноста во рамките на

конфигурацијата и на мерната несигурност. Исто така, корисна следна проверка е споредување на оперативниот индекс употребен во овој труд со стандардизирани профилометриски мерења, како и тестирање на предложената аналитичка рамка во други конфигурации материјал–машина–алат, со цел да се оцени нејзината преносливост надвор од системот испитан во оваа студија.

Дополнително, идните истражувања може да ја испитаат врската меѓу оперативниот индекс на рапавост и последователните операции на завршна обработка. Таквата проверка би помогнала да се процени до кој степен разликите во рапавоста се преведуваат во практично значајни разлики во доработката, потрошувачката на материјали за завршна обработка и времето потребно за подготовка на површината.

Во целина, идните истражувања треба да ја прошират проверката на предложената рамка од моделски условена ориентација кон посилна експериментална, метролошка и производствена валидација.

7. ЛІТЕРАТУРА

- Aboussafy, C., & Guilbault, R. (2021). Chip formation in machining of anisotropic plastic materials: A finite element modeling strategy applied to wood. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 114, 1471–1486. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-06950-6>
- Aguilera, A., & Martin, P. (2001). Machining qualification of solid wood of *Fagus silvatica* L. and *Picea excelsa* L.: Cutting forces, power requirements and surface roughness. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 59(6), 483–488. <https://doi.org/10.1007/s001070100243>
- Arlot, S., & Celisse, A. (2010). A survey of cross-validation procedures for model selection. *Statistics Surveys*, 4, 40–79. <https://doi.org/10.1214/09-SS054>
- Asiltürk, İ., & Ünüvar, A. (2009). Intelligent adaptive control and monitoring of band sawing using a neural-fuzzy system. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(5), 2302–2313. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2008.05.031>
- Belsley, D. A., Kuh, E., & Welsch, R. E. (1980). *Regression diagnostics: Identifying influential data and sources of collinearity*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/0471725153>
- Bhosekar, A., & Ierapetritou, M. (2018). Advances in surrogate based modeling, feasibility analysis, and optimization: A review. *Computers & Chemical Engineering*, 108, 250–267. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2017.09.017>
- Budescu, D. V. (1980). A Note On Polynomial Regression. *Multivariate Behavioral Research*, 15(4), 497–506. https://doi.org/10.1207/s15327906mbr1504_7
- Budakçı, M., Gürleyen, L., Çınar, H., & Korkut, S. (2007). Effect of wood finishing and planing on surface smoothness of finished wood. *Journal of Applied Sciences*, 7(16), 2300–2306. <https://doi.org/10.3923/jas.2007.2300.2306>
- Cakmak, A. (2022). Factors affecting mechanics of machining in wood and wood-based materials. *Turkish Journal of Forest Science*, 6(2), Article 2. <https://doi.org/10.32328/turkjforsci.1167080>
- Červeňanská, Z., Kotianová, J., Važan, P., Juhásová, B., & Juhás, M. (2020). Multi-objective optimization of production objectives based on surrogate model. *Applied Sciences*, 10(21), 7870. <https://doi.org/10.3390/app10217870>
- Chegdani, F., & El Mansori, M. (2024). Effect of hygrothermal conditioning on the machining behavior of biocomposites. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 146, 040901. <https://doi.org/10.1115/1.4064690>
- Chen, J., Lin, J., Zhang, M., & Lin, Q. (2024). Predicting surface roughness in turning complex-structured workpieces using vibration-signal-based Gaussian Process Regression. *Sensors*, 24(7), Article 2117. <https://doi.org/10.3390/s24072117>
- Das, S., & Suganthan, P. N. (2011). Differential evolution: A survey of the state-of-the-art. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 15(1), 4–31. <https://doi.org/10.1109/TEVC.2010.2059031>
- de Melo, D. J., Guedes, T. O., da Silva, J. R. M., & de Paiva, A. P. (2019). Robust optimization of energy consumption during mechanical processing of wood. *European Journal of Wood and Wood Products*, 77(6), 1211–1220. <https://doi.org/10.1007/s00107-019-01458-z>
- Deepa, N., Ganesan, K., Srinivasan, K., & Chang, C.-Y. (2019). Realizing sustainable development via modified integrated weighting MCDM model for ranking agrarian dataset. *Sustainability*, 11(21), 6060. <https://doi.org/10.3390/su11216060>
- Diakoulaki, D., Mavrotas, G., & Papayannakis, L. (1995). Determining objective weights in multiple criteria problems: The critic method. *Computers & Operations Research*, 22(7), 763–770. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(94\)00059-H](https://doi.org/10.1016/0305-0548(94)00059-H)
- Dickinson, H. O., Hrisos, S., Eccles, M. P., Francis, J., & Johnston, M. (2010). Statistical considerations in a systematic review of proxy measures of clinical behaviour. *Implementation Science*, 5, Article 20. <https://doi.org/10.1186/1748-5908-5-20>
- Eiben, A. E., & Smith, J. E. (2015). Introduction to evolutionary computing (2nd ed., pp. 25–48). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-44874-8_3

- Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1993). *An introduction to the bootstrap*. Chapman & Hall/CRC.
<https://doi.org/10.1201/9780429246593>
- Fertig, A., Grau, L., Altmannsberger, M., & Weigold, M. (2021). Tool condition monitoring and tool defect detection for end mills based on high-frequency machine tool data. *MM Science Journal*, 2021(5), 5160–5166. https://doi.org/10.17973/MMSJ.2021_11_2021174
- Flake, J. K., & Fried, E. I. (2020). Measurement schmeasurement: Questionable measurement practices and how to avoid them. *Advances in Methods and Practices in Psychological Science*, 3(4), 456–465.
<https://doi.org/10.1177/2515245920952393>
- Gehring Junior, W., Vieira, F. H. A., Affonso, C., Alves, M. C. S., & Gonçalves, M. T. (2014). Artificial neural networks applied to bandsawing process control. *Applied Mechanics and Materials*, 590, 458–462.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.590.458>
- Gurau, L., & Irle, M. (2017). *Surface roughness evaluation methods for wood products: A review*. *Current Forestry Reports*, 3(2), 119–131. <https://doi.org/10.1007/s40725-017-0053-4>
- Hao, Z., Zhang, F., Li, X., Wang, Y., Zhang, T., & Guo, X. (2024). Optimization of oak sawing parameters based on energy consumption and surface roughness. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 55(10), 1346–1356. <https://doi.org/10.1002/mawe.202300385>
- Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The elements of statistical learning: Data mining, inference, and prediction* (2nd ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-84858-7>
- Hawinkel, S., Waegeman, W., & Maere, S. (2023). Out-of-sample R²: Estimation and inference. *The American Statistician*, 78(1), 15–25. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2302.05131>
- Hazir, E., & Koc, K. H. (2019). Optimization of wood machining parameters in CNC routers: Taguchi orthogonal array based simulated angling algorithm. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 21(4), 493–510.
<https://doi.org/10.4067/S0718-221X2019005000406>
- He, K., Hong, H., Tang, R., & Wei, J. (2020). Analysis of multi-objective optimization of machining allowance distribution and parameters for energy saving strategy. *Sustainability*, 12(2), 638.
<https://doi.org/10.3390/su12020638>
- Hernández, R. E., Llavé, A. M., & Koubaa, A. (2014). Effects of cutting parameters on cutting forces and surface quality of black spruce cants. *European Journal of Wood and Wood Products*, 72, 107–116.
<https://doi.org/10.1007/s00107-013-0762-8>
- Hrisos, S., Eccles, M. P., Francis, J. J., Dickinson, H. O., Kaner, E. F. S., Beyer, F., & Johnston, M. (2009). Are there valid proxy measures of clinical behaviour? A systematic review. *Implementation Science*, 4, Article 37. <https://doi.org/10.1186/1748-5908-4-37>
- Houston, M. B. (2004). Assessing the validity of secondary data proxies for marketing constructs. *Journal of Business Research*, 57(2), 154–161. [https://doi.org/10.1016/S0148-2963\(01\)00299-5](https://doi.org/10.1016/S0148-2963(01)00299-5)
- Huang, Y., Chuchala, D., Buck, D., Orlowski, K. A., Fredriksson, M., & Svensson, M. (2024). Analysis of the relationship between cutting forces and local structural properties of Scots pine wood aided by computed tomography. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 135, 4975–4987.
<https://doi.org/10.1007/s00170-024-14797-w>
- Iskra, P., & Hernández, R. E. (2009). The influence of cutting parameters on the surface quality of routed paper birch and surface roughness prediction modeling. *Wood and Fiber Science*.
- ISO. (2021a). *Geometrical product specifications (GPS)—Surface texture: Profile—Part 2: Terms, definitions and surface texture parameters* (ISO Standard No. 21920-2:2021).
<https://www.iso.org/standard/72226.html>
- ISO. (2021b). *Geometrical product specifications (GPS)—Surface texture: Areal—Part 2: Terms, definitions and surface texture parameters* (ISO Standard No. 25178-2:2021).
<https://www.iso.org/standard/74591.html>
- Jeong, Y.-H., & Cho, D.-W. (2002). Estimating cutting force from rotating and stationary feed motor currents on a milling machine. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42(14), 1559–1566.
[https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(02\)00082-2](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(02)00082-2)
- Jiang, P., Zhou, Q., & Shao, X. (2020). *Surrogate model-based engineering design and optimization*. Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-981-15-0731-1>

- Jiang, S., Buck, D., Tang, Q., Guan, J., Wu, Z., Guo, X., Zhu, Z., & Wang, X. (2022). Cutting force and surface roughness during straight-tooth milling of walnut wood. *Forests*, *13*(12), 2126. <https://doi.org/10.3390/f13122126>
- Jin, Y. (2011). Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges. *Swarm and Evolutionary Computation*, *1*(2), 61–70. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2011.05.001>
- Kilic, M., Hiziroglu, S., & Burdurlu, E. (2006). Effect of machining on surface roughness of wood. *Building and Environment*, *41*(8), 1074–1078. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2005.05.008>
- Kim, T.-Y., & Kim, J. (1996). Adaptive cutting force control for a machining center by using indirect cutting force measurements. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, *36*(8), 925–937. [https://doi.org/10.1016/0890-6955\(96\)00097-1](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00097-1)
- Krishnan, A. R., Kasim, M. M., Hamid, R., & Ghazali, M. F. (2021). A modified CRITIC method to estimate the objective weights of decision criteria. *Symmetry*, *13*(6), 973. <https://doi.org/10.3390/sym13060973>
- Kuntoğlu, M., Aslan, A., Pimenov, D. Y., Usca, Ü. A., Salur, E., Gupta, M. K., Mikolajczyk, T., Giasin, K., Kapłonek, W., & Sharma, S. (2021). A review of indirect tool condition monitoring systems and decision-making methods in turning: Critical analysis and trends. *Sensors*, *21*(1), Article 108. <https://doi.org/10.3390/s21010108>
- Liang, Q., Zhang, D., Coppola, G., Mao, J., Sun, W., Wang, Y., & Ge, Y. (2016). Design and analysis of a sensor system for cutting force measurement in machining processes. *Sensors*, *16*(1), Article 70. <https://doi.org/10.3390/s16010070>
- Liang, Q., Zhang, D., Wu, W., & Zou, K. (2016). Methods and research for multi-component cutting force sensing devices and approaches in machining. *Sensors*, *16*(11), Article 1926. <https://doi.org/10.3390/s16111926>
- Miura, K., Döbbeler, B., & Klocke, F. (2018). Cutting power estimation via external voltage and current sensors on feed-drive axis for the straight milling process. *Procedia CIRP*, *78*, 323–328. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.09.068>
- Mohamed, A., Hassan, M., M'Saoubi, R., & Attia, H. (2022). Tool condition monitoring for high-performance machining systems—A review. *Sensors*, *22*(6), Article 2206. <https://doi.org/10.3390/s22062206>
- Molnar, C. (2025). *Interpretable machine learning*. <https://christophm.github.io/interpretable-ml-book/>
- Nasir, V., & Cool, J. (2018). A review on wood machining: Characterization, optimization, and monitoring of the sawing process. *Wood Material Science & Engineering*, *15*(1), 1–16. <https://doi.org/10.1080/17480272.2018.1465465>
- Naylor, A., & Hackney, P. (2013). A review of wood machining literature with a special focus on sawing. *BioResources*, *8*(2), 3122–3135. <https://doi.org/10.15376/biores.8.2.3122-3135>
- Naylor, A., Hackney, P., Perera, N., & Clahr, E. (2012). A predictive model for the cutting force in wood machining developed using mechanical properties. *BioResources*, *7*(3), 2883–2894. <https://doi.org/10.15376/biores.7.3.2883-2894>
- Pakzad, S., Pedrammehr, S., & Hejazian, M. (2023). A study on the beech wood machining parameters optimization using response surface methodology. *Axioms*, *12*(1), 39. <https://doi.org/10.3390/axioms12010039>
- Papadopoulos, H. (2024). Guaranteed coverage prediction intervals with Gaussian process regression. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *46*(12), 9072–9083. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2024.3418214>
- Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., ... Duchesnay, É. (2011). Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, *12*, 2825–2830. <https://www.jmlr.org/papers/volume12/pedregosa11a/pedregosa11a.pdf>
- Piernik, M., Pinkowski, G., & Krauss, A. (2023). Effect of chip thickness, wood cross-sections, and cutting speed on surface roughness and cutting power during up-milling of beech wood. *BioResources*, *18*(4), 6784–6801. <https://doi.org/10.15376/biores.18.4.6784-6801>
- Pfeiffer, R., Collet, R., Denaud, L. E., & Fromentin, G. (2015). Analysis of chip formation mechanisms and modelling of slabber process. *Wood Science and Technology*, *49*, 41–58. <https://doi.org/10.1007/s00226-014-0680-x>

- Pinkowski, G., Szymański, W., Krauss, A., & Stefanowski, S. (2018). Effect of sharpness angle and feeding speed on the surface roughness during milling of various wood species. *BioResources*, *13*(3), 6952–6962. <https://doi.org/10.15376/biores.13.3.6952-6962>
- Pinar, A. M. (2013). Optimization of process parameters with minimum surface roughness in the pocket machining of AA5083 aluminum alloy via Taguchi method. *Arabian Journal for Science and Engineering*, *38*, 705–714. <https://doi.org/10.1007/s13369-012-0372-5>
- PYMCMDM. (N.D.). *Weighting methods*. PyMCDM documentation, version 1.2.0. <https://pymcdm.readthedocs.io/en/v1.2.0/weights.html>
- Rasmussen, C. E., & Williams, C. K. I. (2006). *Gaussian processes for machine learning*. MIT Press. <https://gaussianprocess.org/gpml/>
- Rudin, C. (2019). Stop explaining black box machine learning models for high stakes decisions and use interpretable models instead. *Nature Machine Intelligence*, *1*, 206–215. <https://doi.org/10.1038/s42256-019-0048-x>
- Sandak, J., & Negri, M. (2005). Wood surface roughness—What is it? In *Proceedings of the 17th International Wood Machining Seminar* (Vol. 1, pp. 242–250). Rosenheim, Germany.
- Schmucker, B., Wang, C.-P., Zaeh, M. F., & Erkorkmaz, K. (2023). Wide-bandwidth cutting force monitoring via motor current and accelerometer signals. *CIRP Annals*, *72*(1), 309–312. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2023.04.012>
- SciPy Community. (2024). `scipy.optimize.differential_evolution` (SciPy Version 1.14.1) [Software documentation]. SciPy. https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.differential_evolution.html
- Sexton, J.-T., et al. (2024). Wood planer control: Predictive and prescriptive approaches via Automatic State Matching Gaussian processes. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, *132*, 107843. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.107843>
- Shi, W., Zhang, S., Song, J., & Zhu, Y. (2017). Evaluation of a regression prediction model for surface roughness of wood–polyethylene composite. *Surface Review and Letters*, *24*(Suppl. 2), 1850033. <https://doi.org/10.1142/S0218625X18500336>
- Siklienka, M., Kvietková, M., Gaff, M., & Gašparik, M. (2015). Process characteristics of horizontal log band saw in cutting frozen beech. *Drvna Industrija*, *66*(2), 121–127. <https://doi.org/10.5552/drind.2015.1412>
- Sinn, G., Sandak, J., & Ramanantoandro, T. (2009). Properties of wood surfaces—Characterisation and measurement: A review COST Action E35 2004–2008: Wood machining—Micromechanics and fracture. *Holzforschung*, *63*(2), 196–203. <https://doi.org/10.1515/HF.2009.016>
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential evolution – A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, *11*(4), 341–359. <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- Strauss, M. E., & Smith, G. T. (2009). Construct validity: Advances in theory and methodology. *Annual Review of Clinical Psychology*, *5*, 1–25. <https://doi.org/10.1146/annurev.clinpsy.032408.153639>
- Sushil, K., Ramkumar, J., & Chandraprakash, C. (2025). Surface roughness analysis: A comprehensive review of measurement techniques, methodologies, and modeling. *Journal of Micromanufacturing*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1177/25165984241305225>
- Tanaka, C., Nakao, T., Nishino, Y., & Takahashi, T. (1994). Research on the estimation of cutting surface roughness in band saw cutting. *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, *43*(485), 158–163. <https://doi.org/10.2472/jsms.43.158>
- Tiryaki, S., Malkoçoğlu, A., & Özşahin, Ş. (2014). Using artificial neural networks for modeling surface roughness of wood in machining process. *Construction and Building Materials*, *66*, 329–335. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.05.098>
- Tlhabadira, I., Daniyan, I. A., Machaka, R., Machio, C., Masu, L., & Van Staden, L. R. (2019). Modelling and optimization of surface roughness during AISI P20 milling process using Taguchi method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *102*, 3707–3718. <https://doi.org/10.1007/s00170-019-03452-4>

- Trposki, Z. (1996). *The influence of changes in the kinematics on cutting in band saws* (Doctoral dissertation). Ss Cyril and Methodius University, Faculty of Forestry, Skopje.
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., ... van Mulbregt, P. (2020). SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), 261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
- Vitosytė, J., Ukvalbergienė, K., & Keturakis, G. (2015). Wood surface roughness: An impact of wood species, grain direction and grit size. *Materials Science*, 21(2), 255–259. <https://doi.org/10.5755/j01.ms.21.2.5882>
- Wang, Y., He, Z., Xie, S., Wang, R., Zhang, Z., Liu, S., Shang, S., Zheng, P., & Wang, C. (2024). Explainable prediction of surface roughness in multi-jet polishing based on ensemble regression and differential evolution method. *Expert Systems with Applications*, 249, 123578. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.123578>
- Yaghoubi, E., Saeedi, S., & Hosseinzadeh, A. (2023). A comprehensive assessment on surface quality of machined wooden products via Box–Behnken design method. *Wood Material Science & Engineering*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/17480272.2023.2290212>
- Yang, Y., Zhang, H., Liu, Y., Zhang, J., Yang, T., Zuo, Y., & Lei, K. (2023). *Experimental study of surface roughness of pine wood by high-speed milling*. *Forests*, 14(6), 1275. <https://doi.org/10.3390/f14061275>
- Yu, Q., Pan, X., Yang, Z., Zhang, L., & Cao, J. (2023). *Effects of the surface roughness of six wood species for furniture production on the wettability and bonding quality of coating*. *Forests*, 14(5), 996. <https://doi.org/10.3390/f14050996>
- Zhu, Z., Jin, D., Wu, Z., et al. (2022). Assessment of surface roughness in milling of beech using a response surface methodology and an adaptive network-based fuzzy inference system. *Machines*, 10(7), 567. <https://doi.org/10.3390/machines10070567>
- Zhang, X., Chen, W., Wang, B., & Yang, J. (2014). Prediction of surface roughness in end face milling based on Gaussian process regression and cause analysis considering tool vibration. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 75, 1357–1370. <https://doi.org/10.1007/s00170-014-6232-6>
- Zhong, Z.-W. (2021). Surface roughness of machined wood and advanced engineering materials and its prediction: A review. *Advances in Mechanical Engineering*, 13(5). <https://doi.org/10.1177/16878140211017632>
- Zolpakar, N. A., Yasak, M. F., & Pathak, S. (2021). A review: Use of evolutionary algorithm for optimisation of machining parameters. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 115, 31–47. <https://doi.org/10.1007/s00170-021-07155-7>

Прилози

Прилозите содржат дополнителен материјал што го поддржува главниот текст на дисертацијата, но поради техничката деталност, обемот или ревизибилната функција не е вклучен во телото на трудот.

Прилог А ја документира спецификацијата на PRM-3, Min–Max скалирањето и приспособените коефициенти употребени за предвидување и оптимизација, додека Прилог В ја документира формулацијата и тренирањето на GPR.

Прилозите Ц–И содржат проширени дијагностики на валидацијата, дополнителни табели и слики, проверки на нумеричка стабилност, материјали за репродуцибилност и, каде што е потребно, избрани листи на код и излези од решавачите. Овие материјали се вклучени за поддршка на ревизибилноста, транспарентноста и репродуцибилноста на анализата, а не за воведување нови емпириски резултати.

Табелите, фигурите, кодните фрагменти и техничките записи во прилозите се толкуваат само во функција на резултатите, методолошките постапки и тврдењата прикажани во главните поглавја.

Прилог А. PRM-3: спецификација на моделот, скалирање и приспособени коефициенти

Овој прилог ја документира предиктивната спецификација и конкретните параметри на имплементацијата за полиномскиот регресиски модел од трет степен (PRM-3) употребен во оваа дисертација, вклучувајќи:

- ограничен збир термини од трет степен,
- конвенцијата на Min–Max скалирањето и
- векторот на приспособени коефициенти употребен за предвидување и оптимизација врз заменскиот модел.

А.1. Влезови на моделот, скалирање и нотација

Нека физичките влезови бидат

$$x = (\alpha, H, v_x).$$

PRM-3 се дефинира врз Min–Max нормализирани влезови,

$$x^* = (\alpha^*, H^*, v_x^*),$$

според:

$$\alpha^* = \frac{\alpha - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}, \quad H^* = \frac{H - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}, \quad v_x^* = \frac{v_x - v_{x,\min}}{v_{x,\max} - v_{x,\min}}.$$

За OOS-оценката според аголот, параметрите на скалирањето се пресметуваат само врз тренинг-подмножеството во рамките на секоја поделба, за да се избегне истекување на информации. За конечниот заменски модел употребен во оптимизацијата со Диференцијална еволуција (DE), параметрите на скалирањето се пресметуваат еднаш врз целиот збир на податоци.

Предвидувањата се интерпретираат само во рамките на испитаниот домен и со истите параметри на скалирање употребени при приспособувањето.

A.2. Полиномска спецификација од трет степен со ограничен збир термини

Статистичката спецификација на PRM-3 за средната конфигурациска рапавост $\bar{R}_{\max}(\mu m)$ е:

$$\bar{R}_{\max} = \beta_0 + \beta_1 \alpha^* + \beta_2 H^* + \beta_3 v_x^* + \beta_4 (\alpha^*)^2 + \beta_5 (H^*)^2 + \beta_6 (v_x^*)^2 + \beta_7 (\alpha^*)^3 + \beta_8 (H^*)^3 + \beta_9 (v_x^*)^3 + \beta_{10} (\alpha^* H^*) + \beta_{11} (\alpha^* v_x^*) + \beta_{12} (H^* v_x^*) + \varepsilon.$$

Оваа ограничена кубна спецификација ги вклучува:

- (i) сите линеарни термини;
- (ii) квадратните и кубните термини за секој предиктор; и
- (iii) сите линеарни термини на двојни интеракции.

Тројните интеракции и мешаните нелинеарни интеракции од повисок ред се исклучени, во согласност со спецификацијата декларирана во Дел 3.8. Коефициентите $\beta_0, \dots, \beta_{12}$ се проценуваат со методот на обични најмали квадрати (OLS), со вклучен intercept.

A.3. Матрична форма и проценка

Нека

$$\phi(x^*) \in \mathbb{R}^{13}$$

е векторот на коефициенти. Моделот во матрична форма се запишува како:

$$\hat{R}_{\max} = \phi(x^*)^\top \hat{\beta}.$$

Нека X биде дизајн-матрицата, формирана со поставување на $\phi(x_i^*)^\top$

за сите тренинг-конфигурации, а y е векторот на набљудуваните вредности на \bar{R}_{\max} . OLS-оценката $\hat{\beta}$ ја минимизира квадратната норма

$$\|X\beta - y\|_2^2,$$

и, кога $X^\top X$ е не-сингуларна, може да се запише како:

$$\hat{\beta} = (X^\top X)^{-1} X^\top y.$$

Нумеричката стабилност се документира описно преку бројот на условеност на дизајн-матрицата (види Прилог Ц).

A.4. Конкретен регистар на имплементацијата

Деталите на имплементацијата употребени во оваа дисертација се следни:

- **Пресметковна околина.** Python, со употреба на библиотеката scikit-learn; точната верзија е регистрирана во пакетот за репродуцибилност.
- **Конструирање на обележјата.** PolynomialFeatures (degree=3), проследено со експлицитно филтрирање за да се задржи точно ограничениот збир термини дефиниран во Дел A.2, заедно со intercept-от.
- **Метод на проценка.** Обични најмали квадрати (OLS), со intercept.
- **Скалирање.** Се изведува според правилото дефинирано во Дел A.1.
- **Контрола на случајноста.** Семињата се задржуваат фиксни за bootstrap-постапките и за контролите на репродуцибилноста на DE.

- **Меѓуприлошки референци.** За детали за оптимизацијата со DE и нејзините контроли на репродукцибилност, види Прилог И. За bootstrap-постапката и придружните пресметковни материјали, види Прилог К.
- **Единици на излезот.** \hat{R}_{\max} се прикажува во μt .

A.5. Вектор на приспособени коефициенти за конечниот заменски модел

Табела А.1 го прикажува векторот на приспособени коефициенти на конечниот PRM-3 модел, дефиниран врз Min–Max-нормализирани предиктори и употребен за предвидување и оптимизација. Стандардните грешки и р-вредностите се дадени само како дополнителна информација за OLS-параметризацијата. Главната оценка на моделот во оваа дисертација се потпира на однапред определениот протокол на валидација надвор од примерокот и на соодветните предиктивни метрики.

Табела А.1. Проценети коефициенти на PRM-3 (Min–Max-нормализирани влезови)

Коефициент	Базен член	$\hat{\beta}$	Станд. грешка	р-вредност
β_0	1	98.9407	7.6152	1.48e–20
β_1	α^*	107.7738	40.5566	9.695e–03
β_2	H^*	97.2179	38.6482	1.412e–02
β_3	v_x^*	66.2495	12.9835	2.622e–06
β_4	$(\alpha^*)^2$	9.5714	97.0187	9.217e–01
β_5	$(H^*)^2$	5.1429	99.9593	9.591e–01
β_6	$(v_x^*)^2$	3.8158	2.7697	1.726e–01
β_7	$(\alpha^*)^3$	–10.5000	63.6763	8.695e–01
β_8	$(H^*)^3$	–33.4286	65.9112	6.136e–01
β_9	$(v_x^*)^3$	–27.4010	8.0439	1.080e–03
β_{10}	α^*H^*	–20.4643	13.1822	1.249e–01
β_{11}	$\alpha^*v_x^*$	–25.5000	12.0337	3.754e–02
β_{12}	$H^*v_x^*$	58.8857	10.7633	6.159e–07

Табела А.1 ги прикажува коефициентите на конечниот PRM-3 модел повторно приспособен врз целиот збир на податоци и употребен за оптимизација. Табелите А.5.1a–А.5.1b ги прикажуваат коефициентите на тренинг-моделите за секоја OOS поделба според аголот и служат како дополнителна аудиторска документација.

A.5.1. Коефициенти на PRM-3 обучувачките модели за секој OOS поделба според аголот (I)

Табела А.5.1a ги прикажува коефициентите на PRM-3 тренинг-моделите за секоја OOS поделба според аголот. Овие коефициенти се разликуваат од коефициентите на конечниот модел бидејќи секој модел е приспособен врз различно тренинг-подмножество и со соодветни параметри на скалирање; затоа тие се прикажани како аудиторска документација.

Табела А.5.1a. Коефициенти на PRM-3 обучувачките модели за секој OOS поделба според аголот (дел I)

$\alpha_{\text{test}} (^{\circ})$	n_{train}	n_{test}	$\alpha_{\text{train,min}}$	$\alpha_{\text{train,max}}$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$
30	72	12	40	90	111.55	94.41	98.54	60.99	21.54	16.75	4.59
40	72	12	30	90	97.79	115.41	92.46	65.17	–8.23	27.75	4.86
50	72	12	30	90	101.43	65.82	111.38	69.49	101.81	–48.5	2.99

60	72	12	30	90	98.64	118.39	114.09	70.04	-1.04	-49	3.42
70	72	12	30	90	98.42	100.61	110.14	68.47	48.14	-27.25	3.49
80	72	12	30	90	99.63	131.72	78.34	64.43	-73.19	53.25	3.38
90	72	12	30	80	102.37	118.48	72.24	61.60	-110.95	63	3.16

A.5.2. Коефициенти на PRM-3 обучувачките модели за секој OOS поделба според аголот (II)

Табела A.5.1b. Коефициенти на PRM-3 обучувачките модели за секој OOS поделба според аголот (дел II)

$\alpha_{\text{test}} (^{\circ})$	$\hat{\beta}_7$	$\hat{\beta}_8$	$\hat{\beta}_9$	$\hat{\beta}_{10}$	$\hat{\beta}_{11}$	$\hat{\beta}_{12}$
30	-17.46	-39	-23.61	-33.17	-26.36	58.6
40	1.37	-49	-25.3	-22.69	-27.06	57.35
50	-64.30	4.75	-30.27	-17.28	-23.77	55.75
60	-10.5	3.75	-29.89	-20.46	-25.5	55.45
70	-40.5	-13.5	-28.99	-23.31	-26.65	57.9
80	44.67	-65	-27.14	-18.75	-21.69	61.6
90	79.67	-76	-26.05	-0.8	-19.39	65.55

Забелешка. Границите на Min–Max скалирањето за H и v_x се константни во сите обучувачки поделби (H : 20–50, v_x : 3–9); затоа не се прикажани во скратената табела. Целосните CSV-датотеки со сите параметри на скалирањето се дадени во пакетот за репродукцибилност.

A.6. Практичен рецепт за предвидување (за репродукцибилност)

За да се пресмета \hat{R}_{max} за нова конфигурација (α, H, v_x), се следат овие чекори:

1. Влезовите се трансформираат во (α^*, H^*, v_x^*) со употреба на соодветните Min–Max параметри. За OOS-оценување се користат параметрите пресметани врз соодветното тренинг-подмножество; за конечниот заменски модел употребен во оптимизацијата со DE се користат параметрите пресметани врз целиот збир на податоци.
2. Се конструира векторот на обележја $\phi(x^*)$ со употреба на збирот термини дефиниран во Дел A.2.
3. Предвидувањето се пресметува како:

$$\hat{R}_{\text{max}} = \phi(x^*)^T \hat{\beta}.$$

Предвидувањата надвор од испитаниот домен не се поддржани.

Прилог Б. GPR: формулирање на моделот, јадро, конфигурација на тренирањето и предвидување

Овој прилог ја документира статистичката формулација и конкретните параметри на примената за моделот на регресија со Gaussian process (GPR) употребен во оваа дисертација како споредбен модел во однос на PRM-3. Прилогот вклучува:

- (i) влезовите и конвенцијата на скалирање,
- (ii) формулацијата на GPR-моделот,
- (iii) употребениот kernel и оценувањето на хиперпараметрите,
- (iv) конкретниот запис на примената и
- (v) постапката на предвидување за репродукцибилност.

Б.1. Влезови на моделот, скалирање и нотација

Нека

$$x = (\alpha, H, v_x)$$

е векторот на физичките влезови, а

$$x^* = (\alpha^*, H^*, v_x^*)$$

векторот на Min–Max нормализирани влезови. Варијаблата на одговор е

$$y = \bar{R}_{\max},$$

односно средната измерена рапавост на ниво на конфигурација (μm).

Физичките влезови се трансформираат според:

$$\alpha^* = \frac{\alpha - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}, \quad H^* = \frac{H - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}, \quad v_x^* = \frac{v_x - v_{x,\min}}{v_{x,\max} - v_{x,\min}}.$$

За OOS-оценката според аголот, параметрите на скалирањето се пресметуваат само врз соодветното тренинг-подмножество во рамките на секоја тест-поделба и потоа без промена се применуваат врз соодветното тест-подмножество.

Предвидувањата на GPR се интерпретираат само во рамките на експериментално испитаните граници и во истиот контекст материјал–машина–алат–метрологија во кој моделот е калибриран.

Б.2. Дефиниција на моделот

Моделот претпоставува латентна функција $f(\cdot)$ со *Gaussian process prior* и дополнителен Gaussian шум:

$$f(\cdot) \sim \mathcal{GP}(0, k(\cdot, \cdot)), \quad y = f(x) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2).$$

Функцијата на средната вредност се поставува на нула; толкувањето на моделот останува предиктивно, а не механистичко.

За тренинг-влезовите

$$X = [x_1^*, \dots, x_n^*]^\top$$

и излезите

$$y = [y_1, \dots, y_n]^\top,$$

се дефинира коваријансната матрица

$$K_y = [k_y(x_i^*, x_j^*)]_{i,j=1}^n.$$

За тест-точка x_* , се дефинираат

$$k_* = [k(x_1^*, x_*), \dots, k(x_n^*, x_*)]^\top, \quad k_{**} = k(x_*, x_*).$$

Тогаш предиктивната распределба е Gaussian:

$$p(y_* | x_*, X, y) = \mathcal{N}(\mu(x_*), \sigma^2(x_*)),$$

со

$$\mu(x_*) = k_*^\top K_y^{-1} y, \quad \sigma^2(x_*) = k_{**} - k_*^\top K_y^{-1} k_*.$$

Во оваа дисертација, предиктивната средина се прикажува како:

$$\hat{R}_{\max} = \mu(x_*),$$

додека $\sigma^2(x_*)$ ја претставува предиктивната несигурност условена од приспособените хиперпараметри и од тренинг-податоците во соодветната поделба.

Б.3. Употребено јадро

Во овој труд, GPR е специфициран со анизотропен ARD RBF квадратен експоненцијален kernel и со дополнителна компонента на бел шум:

$$k(x^*, x^{*'}) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{d=1}^3 \frac{(x_d^* - x_d^{*'})^2}{l_d^2}\right)$$

додека kernel-от на набљудувањата е

$$k_y(x^*, x^{*'}) = k(x^*, x^{*'}) + \sigma_n^2 \delta_{x^*, x^{*'}}.$$

Тука, σ_f^2 е варијансата на сигналот, l_d се ARD должините на скала за димензиите (α^*, H^*, v_x^*) , σ_n^2 е варијансата на шумот, а $\delta_{x^*, x^{*'}}$ е Kronecker-овата делта.

Овој kernel во оваа дисертација се користи како споредбена спецификација за предиктивна перформанса.

Б.4. Проценка на хиперпараметрите

Хиперпараметрите

$$\theta = (l_1, l_2, l_3, \sigma_f^2, \sigma_n^2)$$

се проценуваат во тренинг-подмножеството во секој holdout преку максимизирање на маргиналната лог-веројатност:

$$\log p(y | X, \theta) = -\frac{1}{2} y^\top K_y^{-1} y - \frac{1}{2} \log |K_y| - \frac{n}{2} \log(2\pi).$$

Оптимизацијата се изведува со L-BFGS-B, со повеќе случајни рестартирања, во согласност со конфигурацијата наведена во методата. Min-Max скалирањето и приспособувањето на хиперпараметрите го следат протоколот „само-тренинг“ за секоја OOS тест-поделба.

Приспособените хиперпараметри се специфични за секоја тест-поделба и се прикажуваат како дел од конфигурацијата на моделот во таа поделба.

Б.5. Точкест појас на предиктивната распределба

За визуелизација и описно прикажување на предиктивната несигурност може да се употреби точка-по-точка појасот:

$$\mu(x^*) \pm 1.96 \sigma(x^*),$$

под претпоставка на Gaussian предиктивна распределба.

Овој појас е условен од приспособениот GPR-модел и од соодветното тренинг-подмножество. Тој не е еквивалентен на bootstrap-интервалите на агрегатните OOS-метрики.

Б.6. Конкретен регистар на имплементацијата

Деталите на имплементацијата употребени во оваа дисертација за GPR се следни:

- **Пресметковна околина.** Python, со употреба на библиотеката scikit-learn; точната верзија е регистрирана во пакетот за репродуцибилност.
- **Модел.** GaussianProcessRegressor.
- **Јадро.** `ConstantKernel × RBF(length_scale=[\ell_{\alpha}, \ell_H, \ell_{v_x}]) + WhiteKernel(\sigma_n^2)`.
- **Нормализација.** Min-Max скалирање на (α, H, v_x) во $[0,1]$ во рамките на секоја поделба, само врз тренинг-подмножеството.
- **Решавач за хиперпараметри.** L-BFGS-B.
- **Рестартирања на оптимизаторот.** 10, или фиксната вредност употребена во конечната имплементација.
- **Контрола на случајноста.** Семињата (seeds) се задржуваат фиксни каде што е потребно за репродуцибилност на помошните пресметковни постапки.
- **Излези употребени во главните поглавја.** Предиктивната средина $\mu(x^*)$, предиктивната стандардна девијација $\sigma(x^*)$, и OOS-метриките под истиот протокол на тест-поделба според аголот.
- **Единица на излезот.** \hat{R}_{\max} се прикажува во μm .

Б.7. Конфигурација на третманот и интерпретативен статус

Во оваа дисертација, GPR се користи како споредбен модел под протокол на валидација усогласен со PRM-3. Неговата улога е да служи како пофлексибилен референтен модел за оценување на предиктивната перформанса на потранспарентен и поаудитабилен модел.

Главната интерпретација на GPR се потпира на метриките на перформанса надвор од примерокот, а не на механистичко толкување на хиперпараметрите на kernel-от. Ако GPR покажува поповолна перформанса во одреден дел од доменот, тој резултат се чита само во рамките на декларираниот протокол на валидација.

Б.8. Постапка на предвидување за репродуцибилност

За да се пресмета \hat{R}_{\max} за нова конфигурација (α, H, v_x) , се следат овие чекори:

1. Влезовите се трансформираат во (α^*, H^*, v_x^*) со употреба на Min–Max параметрите пресметани врз соодветното тренинг-подмножество за таа OOS тест-поделба.
2. Скалираниот влез му се подава на GPR-моделот трениран врз истото тренинг-подмножество.
3. Се прикажува предиктивната средина

$$\hat{R}_{\max} = \mu(x_*^*).$$

4. Ако е потребна точка-по-точка карактеризација на предиктивната несигурност, се прикажува и $\sigma(x_*^*)$, или појасот

$$\mu(x_*^*) \pm 1.96 \sigma(x_*^*).$$

Предвидувањата се толкуваат во рамките на испитаниот домен и во истиот контекст материјал–машина–алат–метрологија во кој моделот е калибриран.

Прилог Ц. PRM-3: дијагностика во тренинг, надвор од примерокот и нумеричка стабилност на проектната матрица

Овој прилог ја документира дијагностичката слика на PRM-3 во тренинг-подмножествата, надвор од примерокот и во поглед на нумеричката стабилност на проектната матрица. Неговата цел е да ја поддржи ревизибилноста на моделот и да обезбеди дополнителен контекст за резултатите прикажани во главните поглавја.

Главните заклучоци за предиктивната генерализација на PRM-3 во оваа дисертација се потпираат на OOS-метриките пресметани врз однапред определениот протокол на тест-поделба според аголот на режење. Тренинг-метриките и редот на целосното повторно приспособување се прикажуваат само како дијагностички контекст.

Ц.1. Дијагностички протокол на прикажување

За секоја OOS поделба според аголот, PRM-3 беше приспособен врз $n_{train} = 72$ конфигурации, а беше оценет врз $n_{test} = 12$, со Min–Max скалирање пресметано само врз тренинг-подмножеството. Тест-подмножеството во секоја поделба го содржи само оставениот агол на режење, $\alpha_{test} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}$

Дополнително се прикажува и модел повторно приспособен врз сите $N = 84$ конфигурации, како дијагностички контекст за конечниот заменски модел употребен за предвидување во рамките на доменот и за оптимизацијата со DE.

Бидејќи тренинг-метриките и OOS-метриките се пресметуваат врз различни подмножества, а тест-подмножеството е мало, разликите меѓу нив се читаат описно.

Ц.2. Дијагностика во тренинг-подмножеството и во целосното повторно приспособување

Табела Ц.1 ги прикажува метриките на перформанса на PRM-3 во тренинг-подмножеството за секоја OOS поделба, како и метриките на моделот повторно приспособен врз сите конфигурации.

Табела Ц.1. Дијагностика на PRM-3 во тренинг и во целосното повторно приспособување (средни вредности на ниво на конфигурација)

Оставен агол $\alpha_{\text{Test}}(^{\circ})$	n_{test}	MAE во тренинг (μm)	RMSE во тренинг (μm)	R^2 во тренинг	MAPE во тренинг (%)
30	72	8.06	12.30	0.9417	3.39
40	72	8.36	12.31	0.9451	3.59
50	72	7.31	11.10	0.9563	3.18
60	72	7.27	11.45	0.9541	3.14
70	72	8.24	12.33	0.9479	3.61
80	72	7.00	11.14	0.9560	3.15
90	72	6.11	9.45	0.9678	2.81
Целосно повторно приспособување (во примерокот)	84	7.68	11.68	0.9515	3.36

Овие метрики имаат дијагностичка улога и не претставуваат основа за оценување на генерализацијата.

Ц.3. Дијагностика надвор од примерокот според оставениот агол

Табела Ц.2 ги прикажува OOS-метриките што претставуваат главна основа за оценување на генерализацијата меѓу аглиите на режење.

Табела Ц.2. Дијагностика на PRM-3 надвор од примерокот според оставениот агол (средни вредности на ниво на конфигурација)

Оставен агол $\alpha_{\text{Test}}(^{\circ})$	n_{test}	MAE надвор од примерокот (μm)	RMSE надвор од примерокот (μm)	R^2 надвор од примерокот	MAPE надвор од примерокот (%)
30	12	8.32	9.43	0.9549	5.07
40	12	5.25	7.58	0.9726	2.82
50	12	9.66	16.51	0.8990	4.44
60	12	11.50	13.97	0.9229	5.10
70	12	5.65	7.68	0.9710	2.52
80	12	12.99	16.18	0.8218	5.03
90	12	26.46	32.50	0.1666	10.96

Метриките од целосното повторно приспособување врз сите $N = 84$ конфигурации остануваат во рамките на примерокот; OOS-метриките се единствената основа за оценување на предиктивната генерализација.

Ц.4. Нумеричка стабилност на проектната матрица

Табела Ц.3 го прикажува бројот на условеност на тренинг-проектната матрица за ограничениот кубен сет членови, со предиктори скалирани во $[0,1]$ според тренинг-границите на секоја поделба.

Табела Ц.3. Број на условеност на проектната матрица во тренинг за PRM-3 (ограничен кубен сет членови)

Оставен агол $\alpha_{\text{test}}(^{\circ})$	Обуч. n	$\kappa(X_{\text{train}})$
30	72	2.968×10^{16}
40	72	4.384×10^{16}

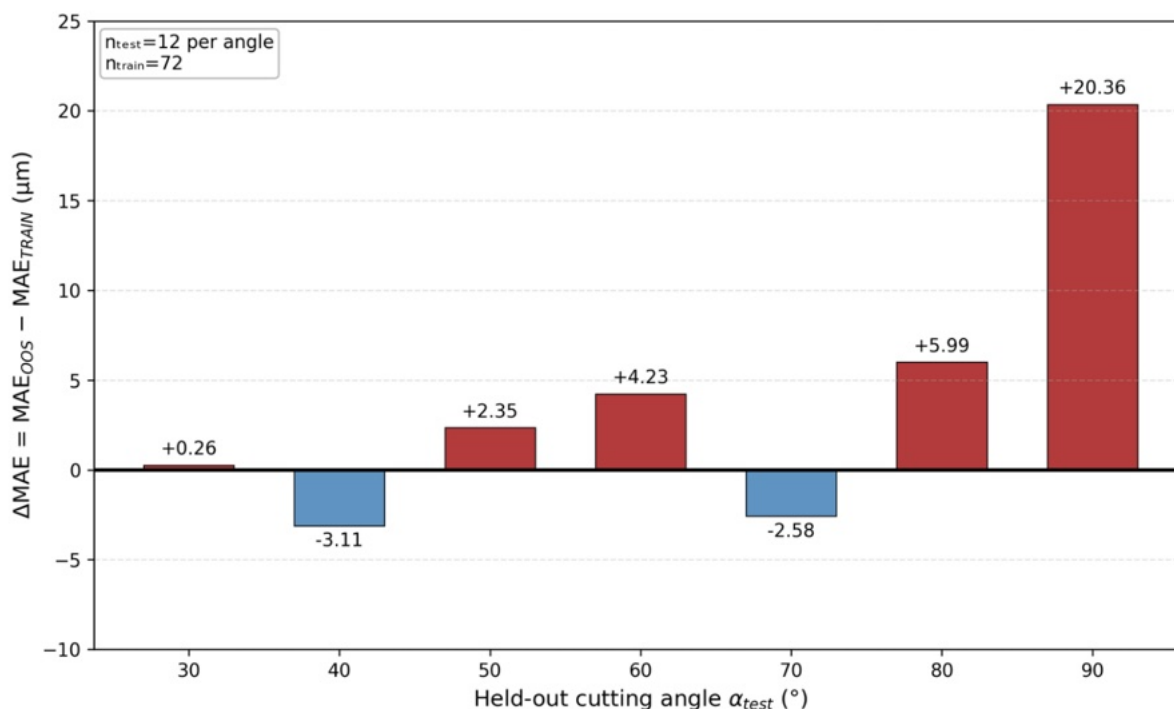
Оставен агол $\alpha_{\text{test}}(^{\circ})$	Обуч. n	$\kappa(X_{\text{train}})$
50	72	7.525×10^{16}
60	72	2.204×10^{16}
70	72	2.850×10^{16}
80	72	4.038×10^{16}
90	72	2.968×10^{16}
Целосно повторно приспособување	84	2.806×10^{16}

Високите вредности на κ укажуваат на нумеричка чувствителност на параметризацијата, па поединечните коефициенти треба да се читаат претпазливо. Во оваа дисертација, приспособеноста на PRM-3 се оценува главно преку OOS-перформансата.

Ц.5. Јазот меѓу тренинг и тест како описна дијагностика

Слика Ц.1 ја прикажува разликата меѓу MAE во тестот и MAE во тренингот за секоја OOS поделба според аголот:

$$\Delta MAE(\alpha_{\text{test}}) = MAE_{\text{OOS}}(\alpha_{\text{test}}) - MAE_{\text{TRAIN}}(\alpha_{\text{test}}).$$



Слика Ц.1. Разлика тренинг–тест на MAE за PRM-3 според протоколот на тест-поделба според аголот ($\Delta MAE = MAE_{\text{OOS}} - MAE_{\text{TRAIN}}$)

Поголема позитивна вредност на ΔMAE означува поголем тренинг–тест јаз под овој фиксен дизајн на поделба. Во овие податоци, најголемиот јаз се појавува кај граничната поделба со $\alpha_{\text{test}} = 90^{\circ}$. Оваа величина се чита само како описна дијагностика.

Ц.6. Интерпретативен статус на овој прилог

Овој прилог има дијагностички и аудиторски статус и не прикажува нови емпириски резултати. Главните заклучоци за генерализацијата на PRM-3 се потпираат на OOS-метриците прикажани во главните поглавја.

Прилог Д. PRM-3: OOS-дијагностика на ниво на конфигурација и придонес кон грешката во тест-множеството

Овој прилог ја документира, на ниво на конфигурација, усогласеноста меѓу измерените и предвидените вредности на PRM-3 под OOS-протоколот според аголот на режење, со $n_{test} = 12$ конфигурации за секое α_{test} . Неговата цел е да ја поддржи ревизибилноста на агрегатните OOS-метрики прикажани во главниот текст.

Во табелите се прикажуваат влезовите (H, v_x) , измерената вредност \bar{R}_{max} , предвидувањето \hat{R}_{max} , знаковната грешка e и апсолутната грешка $|e|$; нивната дефиниција е дадена во Дел Д.1. Соодветните слики даваат визуелна споредба на паровите \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} . Редоследот на конфигурациите се користи само за известување и нема физичко значење.

Главното толкување на генерализацијата се потпира на агрегатните OOS-метрики и на дискусијата во главните поглавја; материјалот во овој прилог има дополнителна дијагностичка улога.

Д.1. Дефиниција на прикажаните големини

За секоја оставена конфигурација се прикажуваат:

- H : висина на режење, во mm;
- v_x : брзина на подавање, во $m \cdot min^{-1}$;
- \bar{R}_{max} : измерена средна рапавост на ниво на конфигурација;
- \hat{R}_{max} : вредност предвидена од PRM-3;
- e : грешка со знак,

$$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max};$$

- $|e|$: апсолутна грешка,

$$|e| = |\bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}|.$$

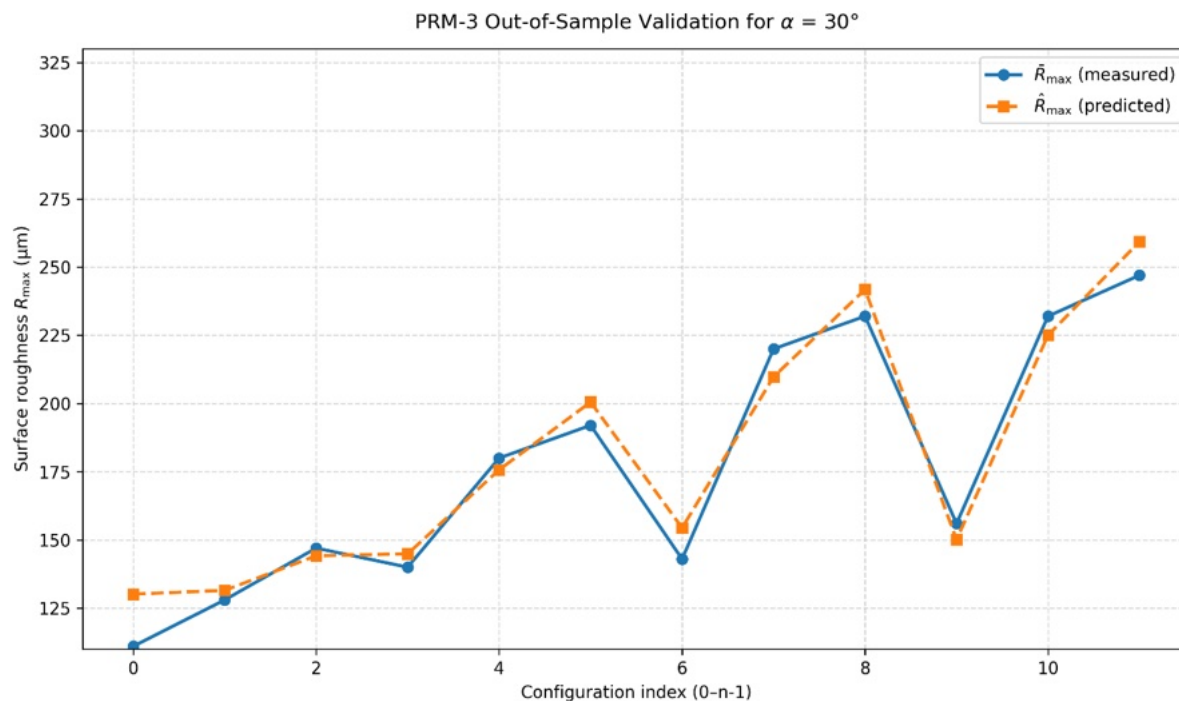
Позитивните вредности на e означуваат потценување од моделот, а негативните вредности означуваат преценување.

Д.2. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 30^\circ$

Табела Д.1. Измерени и предвидени средни вредности на ниво на конфигурација за тест-поделбата со $\alpha_{test} = 30^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($m \cdot min^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	111	130.13	-19.13	19.13
2	20	6.0	128	131.49	-3.49	3.49
3	20	9.0	147	144.19	2.81	2.81
4	30	3.0	140	144.89	-4.89	4.89
5	30	6.0	180	175.71	4.29	4.29
6	30	9.0	192	200.52	-8.52	8.52
7	40	3.0	143	154.43	-11.43	11.43
8	40	6.0	220	209.77	10.23	10.23
9	40	9.0	232	241.79	-9.79	9.79

ID	H (mm)	v_x (m·min ⁻¹)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
10	50	3.0	156	150.07	5.93	5.93
11	50	6.0	232	225.03	6.97	6.97
12	50	9.0	247	259.33	-12.33	12.33

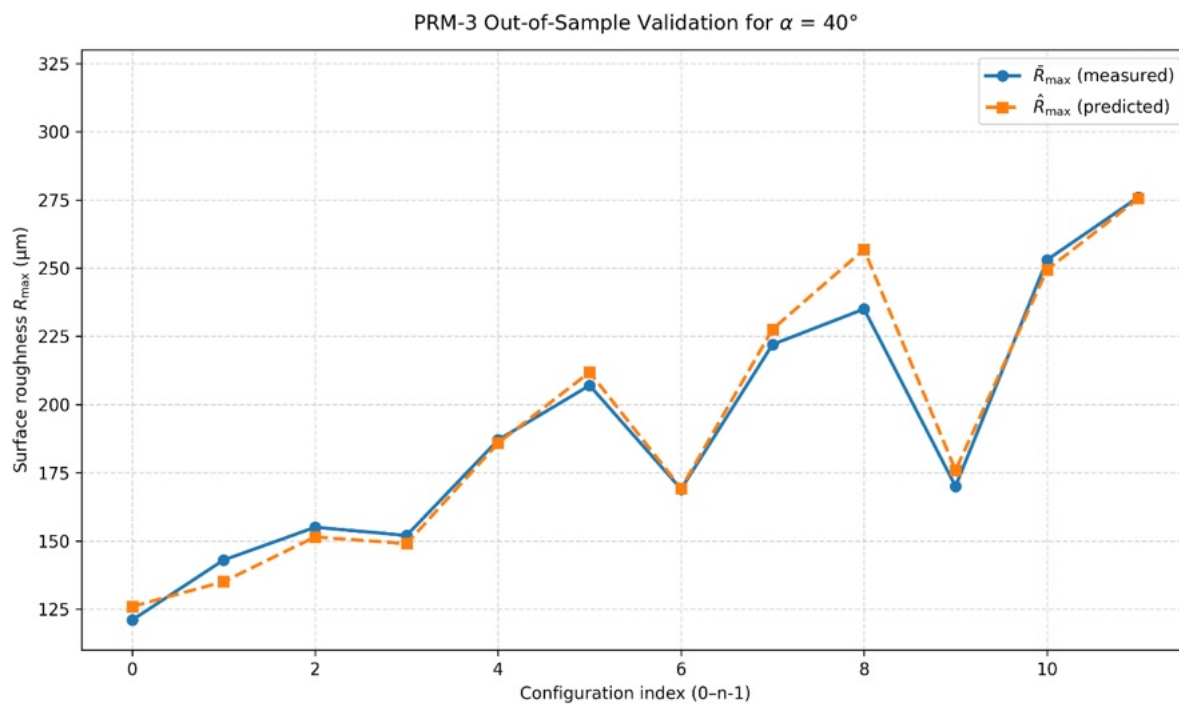


Слика Д.1. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 30^\circ$

Д.3. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 40^\circ$

Табела Д.2. Измерени наспроти предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 40^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x (m·min ⁻¹)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	121	125.94	-4.94	4.94
2	20	6.0	143	135.08	7.92	7.92
3	20	9.0	155	151.49	3.51	3.51
4	30	3.0	152	149.00	3.00	3.00
5	30	6.0	187	185.87	1.13	1.13
6	30	9.0	198	198.74	-0.74	0.74
7	40	3.0	169	169.28	-0.28	0.28
8	40	6.0	222	227.60	-5.60	5.60
9	40	9.0	235	256.82	-21.82	21.82
10	50	3.0	170	175.90	-5.90	5.90
11	50	6.0	253	249.36	3.64	3.64
12	50	9.0	276	275.55	0.45	0.45

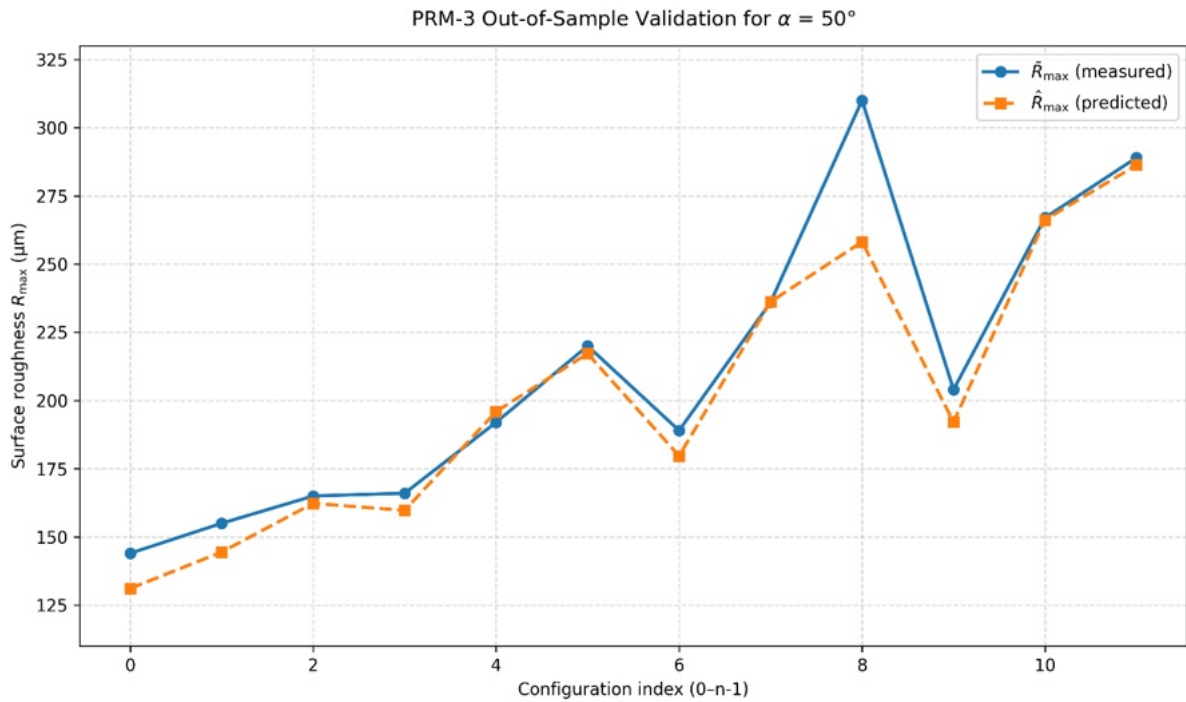


Слика Д.2. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 40^\circ$

Д.4. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 50^\circ$

Табела Д.3. Измерени наспроти предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 50^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	144	131.11	12.89	12.89
2	20	6.0	155	144.46	10.54	10.54
3	20	9.0	165	162.30	2.70	2.70
4	30	3.0	166	159.73	6.27	6.27
5	30	6.0	192	195.96	-3.96	3.96
6	30	9.0	220	217.18	2.82	2.82
7	40	3.0	189	179.70	9.30	9.30
8	40	6.0	236	236.19	-0.19	0.19
9	40	9.0	310	258.15	51.85	51.85
10	50	3.0	204	192.09	11.91	11.91
11	50	6.0	267	266.22	0.78	0.78
12	50	9.0	289	286.30	2.70	2.70

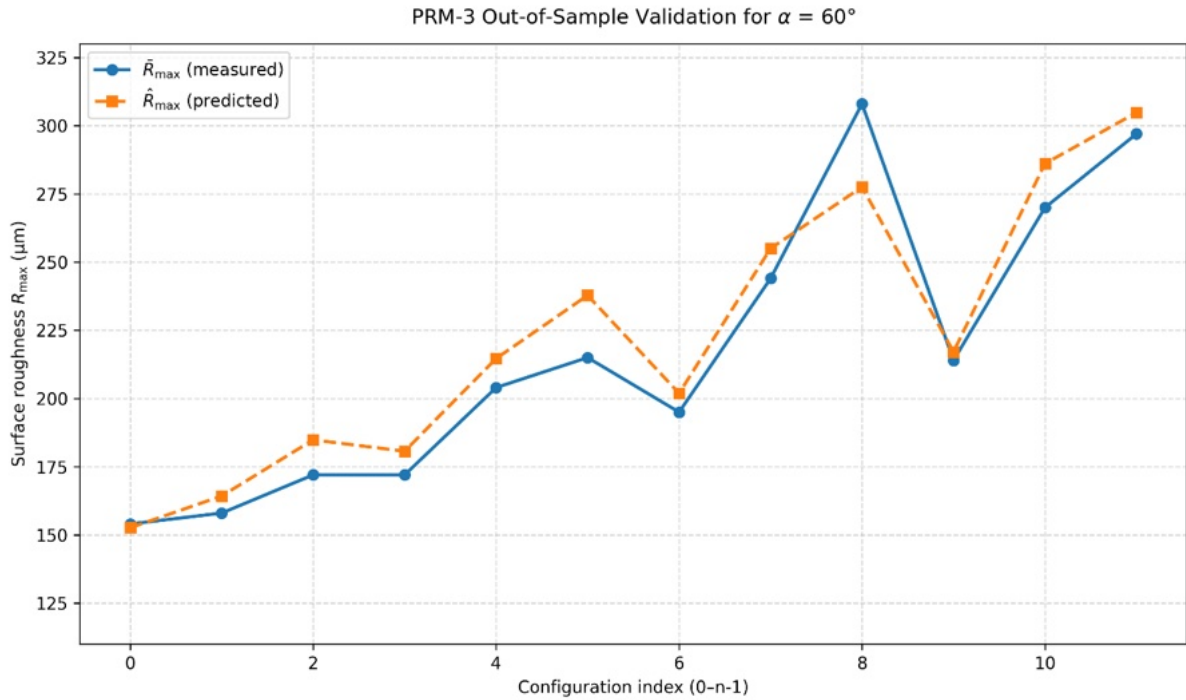


Слика Д.3. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 50^\circ$

Д.5. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 60^\circ$

Табела Д.4. Измерени наспроти предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 60^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	154	152.61	1.39	1.39
2	20	6.0	158	164.27	-6.27	6.27
3	20	9.0	172	184.84	-12.84	12.84
4	30	3.0	172	180.68	-8.68	8.68
5	30	6.0	204	214.66	-10.66	10.66
6	30	9.0	215	237.81	-22.81	22.81
7	40	3.0	195	201.90	-6.90	6.90
8	40	6.0	244	255.00	-11.00	11.00
9	40	9.0	308	277.51	30.49	30.49
10	50	3.0	214	217.11	-3.11	3.11
11	50	6.0	270	286.11	-16.11	16.11
12	50	9.0	297	304.79	-7.79	7.79

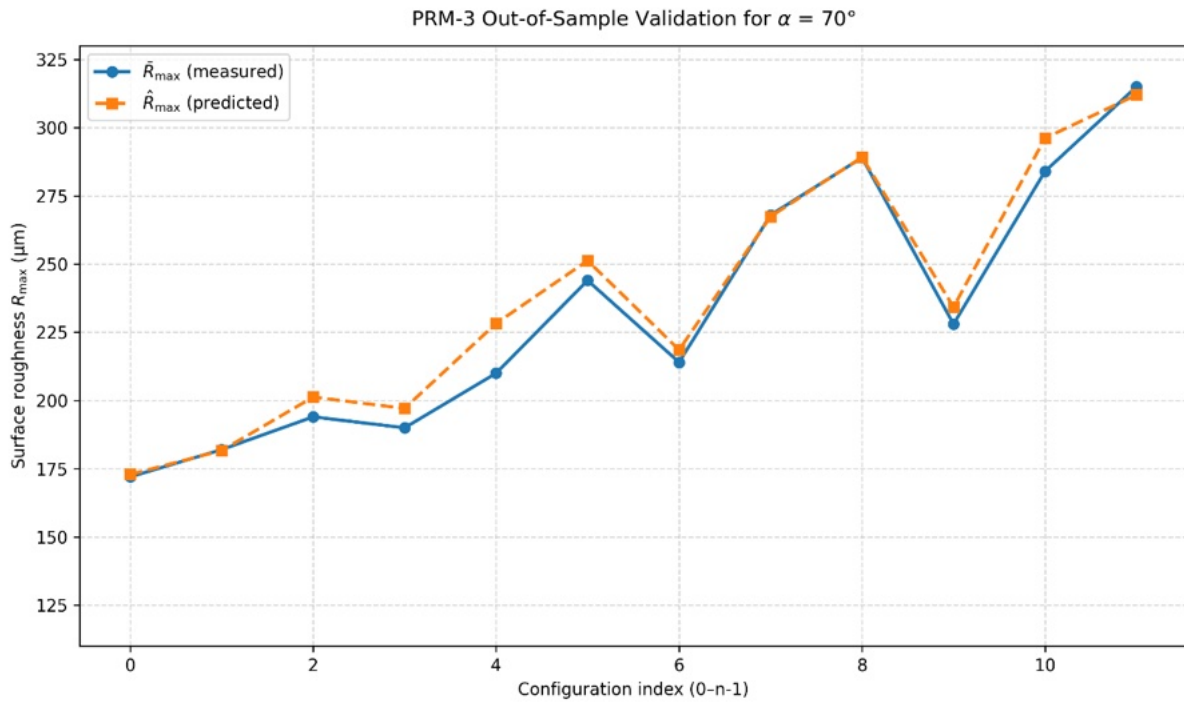


Слика Д.4. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 60^\circ$

Д.6. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 70^\circ$

Табела Д.5. Измерени наспроти предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 70^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	172	172.89	-0.89	0.89
2	20	6.0	182	181.66	0.34	0.34
3	20	9.0	194	201.25	-7.25	7.25
4	30	3.0	190	197.11	-7.11	7.11
5	30	6.0	210	228.26	-18.26	18.26
6	30	9.0	244	251.27	-7.27	7.27
7	40	3.0	214	218.56	-4.56	4.56
8	40	6.0	268	267.43	0.57	0.57
9	40	9.0	289	289.18	-0.18	0.18
10	50	3.0	228	234.24	-6.24	6.24
11	50	6.0	284	296.16	-12.16	12.16
12	50	9.0	315	311.99	3.01	3.01

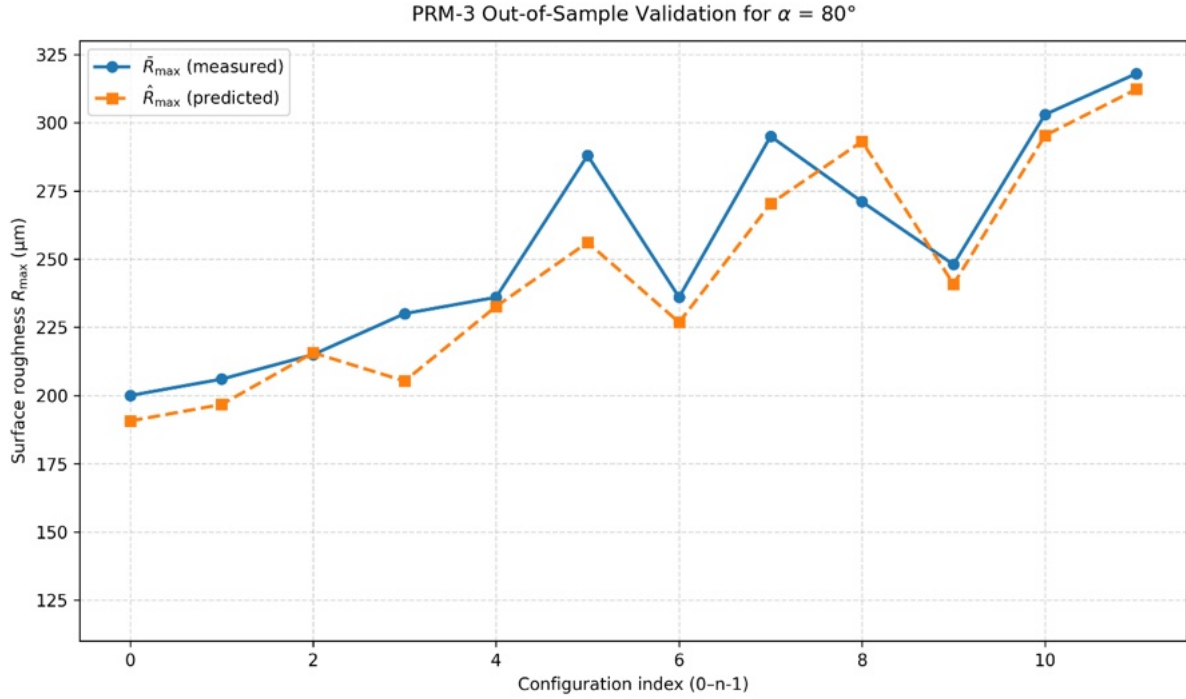


Слика Д.5. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 70^\circ$

Д.7. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 80^\circ$

Табела Д.6. Измерени наспроти предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 80^\circ$ (PRM-3; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	200	190.67	9.33	9.33
2	20	6.0	206	196.71	9.29	9.29
3	20	9.0	215	215.65	-0.65	0.65
4	30	3.0	230	205.29	24.71	24.71
5	30	6.0	236	232.64	3.36	3.36
6	30	9.0	288	256.10	31.90	31.90
7	40	3.0	236	226.81	9.19	9.19
8	40	6.0	295	270.31	24.69	24.69
9	40	9.0	271	293.12	-22.12	22.12
10	50	3.0	248	240.79	7.21	7.21
11	50	6.0	303	295.28	7.72	7.72
12	50	9.0	318	312.27	5.73	5.73



Слика Д.6. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 80^\circ$

Тест-поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$ е дадена во Секција 4.3, Табела 8 и Слика 11.

Д.8. Дијагностика на придонесот кон грешката во тест-поделбата $\alpha_{test} = 90^\circ$

Бидејќи секоја аголна тест-поделба содржи $n_{test} = 12$ конфигурации, OOS-метриките можат да бидат чувствителни на поединечни тест-конфигурации. За поделбата со $\alpha_{test} = 90^\circ$, оваа чувствителност се документира преку дијагностика од типот „остави една конфигурација надвор“, изведена врз фиксен PRM-3 модел, без повторно приспособување.

Нека

$$D_{test} = \{(\bar{R}_{max,i}, \hat{R}_{max,i})\}_{i=1}^{12}$$

е тест-подмножеството со 12 точки за $\alpha_{test} = 90^\circ$, со апсолутни грешки

$$|e_i| = |\bar{R}_{max,i} - \hat{R}_{max,i}|.$$

Се дефинира:

$$MAE_{full} = MAE(D_{test}),$$

а за секоја конфигурација i , врз редуцираното тест-множество $D_{test \setminus i}$, со големина 11, се добива

$$MAE_{(-i)} = MAE(D_{test \setminus i}), \Delta MAE_{(-i)} = MAE_{full} - MAE_{(-i)}.$$

Позитивна вредност на $\Delta MAE_{(-i)}$ покажува дека конфигурацијата i придонесува за зголемување на MAE_{full} .

Табела Д.7. Придонес на поединечните конфигурации кон OOS MAE во тест-поделбата $\alpha_{test} = 90^\circ$, оценет со постапка „остави една конфигурација надвор

Test ID	Конфигурација (H, v_x)	Измерен \bar{R}_{max} (μm)	Предвидено \hat{R}_{max} (μm)	$ e_i $ (μm)	$\Delta MAE_{(-j)}$ (μm)
1	(20, 3)	211	257.6	46.6	+1.83
2	(30, 3)	234	263.9	29.9	+0.31
3	(40, 3)	237	276.0	39.0	+1.14
4	(50, 3)	252	277.1	25.1	-0.13
5	(20, 6)	224	245.1	21.1	-0.49
6	(30, 6)	237	274.8	37.8	+1.03
7	(40, 6)	303	304.2	1.2	-2.30
8	(50, 6)	305	316.5	11.5	-1.36
9	(20, 9)	240	254.3	14.3	-1.11
10	(30, 9)	302	291.4	10.6	-1.44
11	(40, 9)	251	322.1	71.1	+4.06
12	(50, 9)	320	329.5	9.5	-1.54
Mean	—	259.7	284.4	26.5	—

Според оваа дијагностика, конфигурацијата ($H = 40 \text{ mm}, v_x = 9 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$) има најголема апсолутна грешка и најголем поединечен придонес кон MAE. Ова укажува дека резултатот за $\alpha_{test} = 90^\circ$ е чувствителен на мал број тест-конфигурации. Наодот се толкува само како описна дијагностика на чувствителност, а не како независен доказ за причинска структура на грешката.

Д.9. Интерпретативен статус на овој прилог

Овој прилог има дијагностички и аудиторски статус и не претставува независна инференцијална основа. Главното толкување на генерализацијата на моделот се потпира на агрегатните OOS-метрики и на дискусијата во главните поглавја.

Прилог Е. GPR: дијагностика надвор од примерокот на ниво на конфигурација за поделбите според аголот на режење

Овој прилог ги прикажува, на ниво на конфигурација, измерените вредности наспроти предвидените вредности за моделот на регресија со Gaussian process (GPR) под протоколот на валидација надвор од примерокот според аголот на режење. Неговата цел е да документира кои конфигурации придонесуваат кон агрегатните OOS-метрики прикажани за GPR во главното поглавје.

За секоја тест-поделба според α_{test} , табелите ги прикажуваат оставените конфигурации со влезовите (H, v_x), средната измерена рапавост на ниво на конфигурација \bar{R}_{max} , предиктивната средина на GPR \hat{R}_{max} , грешката со знак

$$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max},$$

и апсолутната грешка

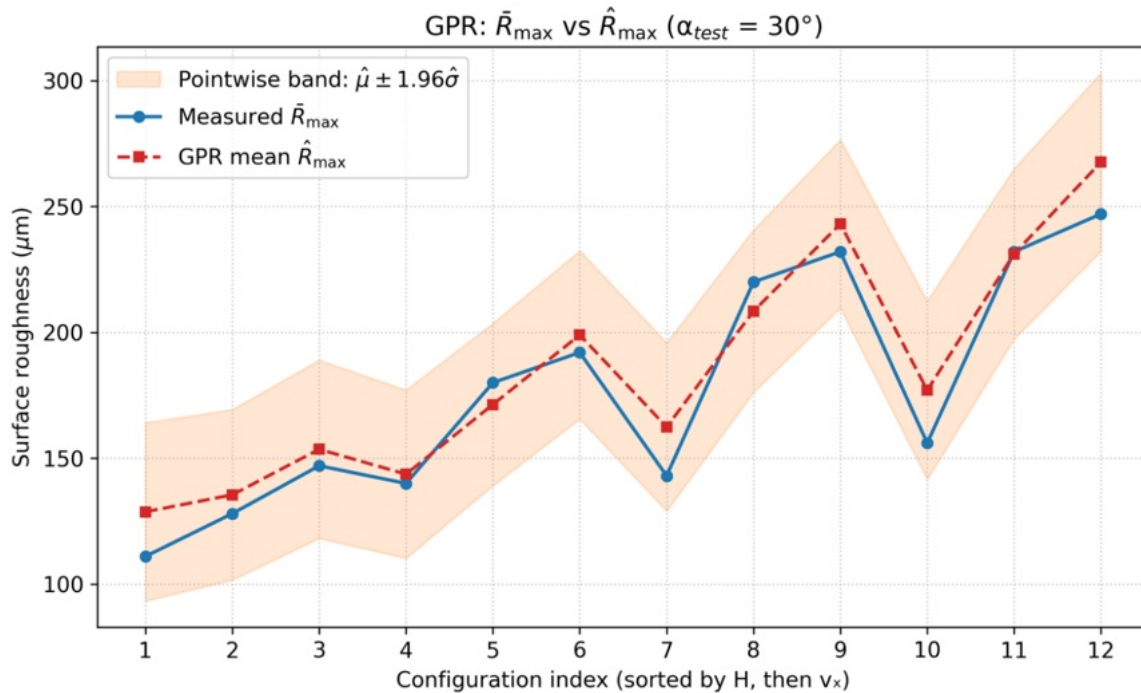
$$|e| = |\bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}|.$$

Сите вредности на рапавоста се прикажани во μm . Соодветните слики даваат визуелна споредба меѓу \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за истите оставени конфигурации. Редоследот на конфигурациите се користи само за прикажување.

Е.1. Тест-поделба со $\alpha_{\text{test}} = 30^\circ$

Табела Е.1. Измерени и предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{\text{test}} = 30^\circ$ (GPR; $n_{\text{test}} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{\text{max}} - \hat{R}_{\text{max}}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	111	127.54	-16.54	16.54
2	20	6.0	128	131.18	-3.18	3.18
3	20	9.0	147	145.39	1.61	1.61
4	30	3.0	140	139.51	0.49	0.49
5	30	6.0	180	173.21	6.79	6.79
6	30	9.0	192	196.91	-4.91	4.91
7	40	3.0	143	154.38	-11.38	11.38
8	40	6.0	220	211.43	8.57	8.57
9	40	9.0	232	241.32	-9.32	9.32
10	50	3.0	156	150.64	5.36	5.36
11	50	6.0	232	226.24	5.76	5.76
12	50	9.0	247	259.61	-12.61	12.61



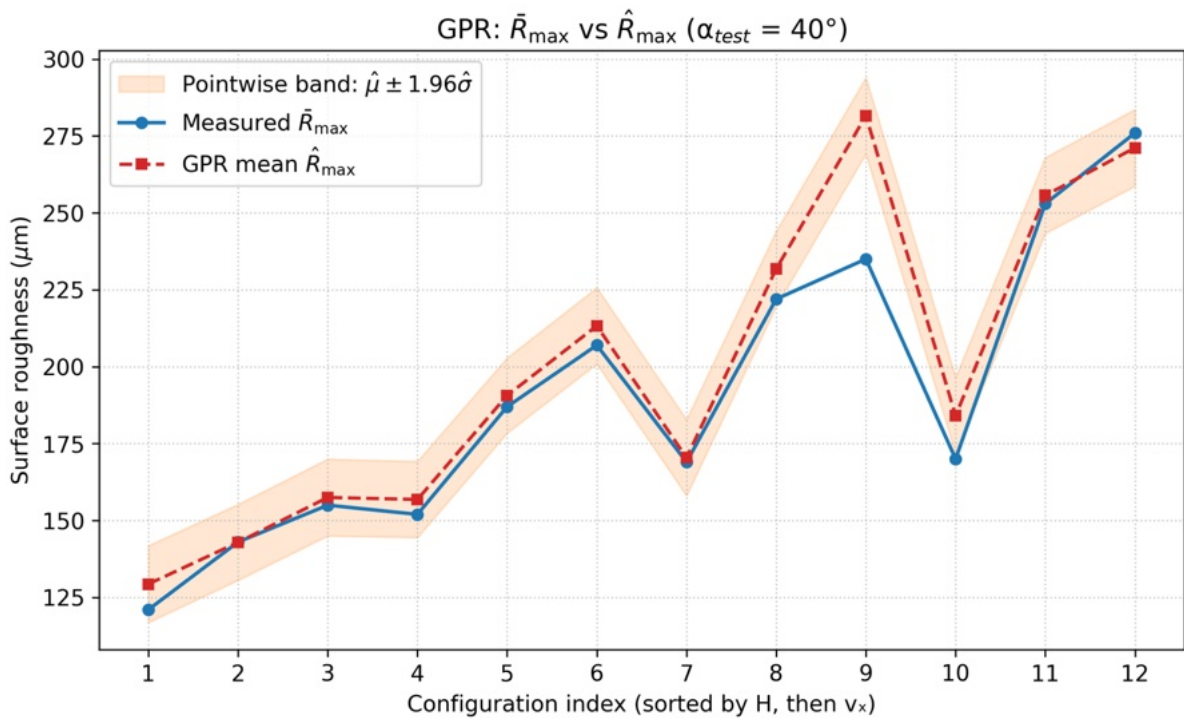
Слика Е.1. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 30^\circ$

Е.2. Тест-поделба со $\alpha_{\text{test}} = 40^\circ$

Табела Е.2. Измерени и предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{\text{test}} = 40^\circ$ (GPR; $n_{\text{test}} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{\text{max}} - \hat{R}_{\text{max}}$ (μm)	$ e $ (μm)
----	--------	--	--	--	---	-------------------------

1	20	3.0	121	128.10	-7.10	7.10
2	20	6.0	143	137.18	5.82	5.82
3	20	9.0	155	153.04	1.96	1.96
4	30	3.0	152	149.27	2.73	2.73
5	30	6.0	187	185.47	1.53	1.53
6	30	9.0	198	200.05	-2.05	2.05
7	40	3.0	169	173.51	-4.51	4.51
8	40	6.0	222	229.22	-7.22	7.22
9	40	9.0	235	258.62	-23.62	23.62
10	50	3.0	170	178.13	-8.13	8.13
11	50	6.0	253	249.86	3.14	3.14
12	50	9.0	276	275.34	0.66	0.66



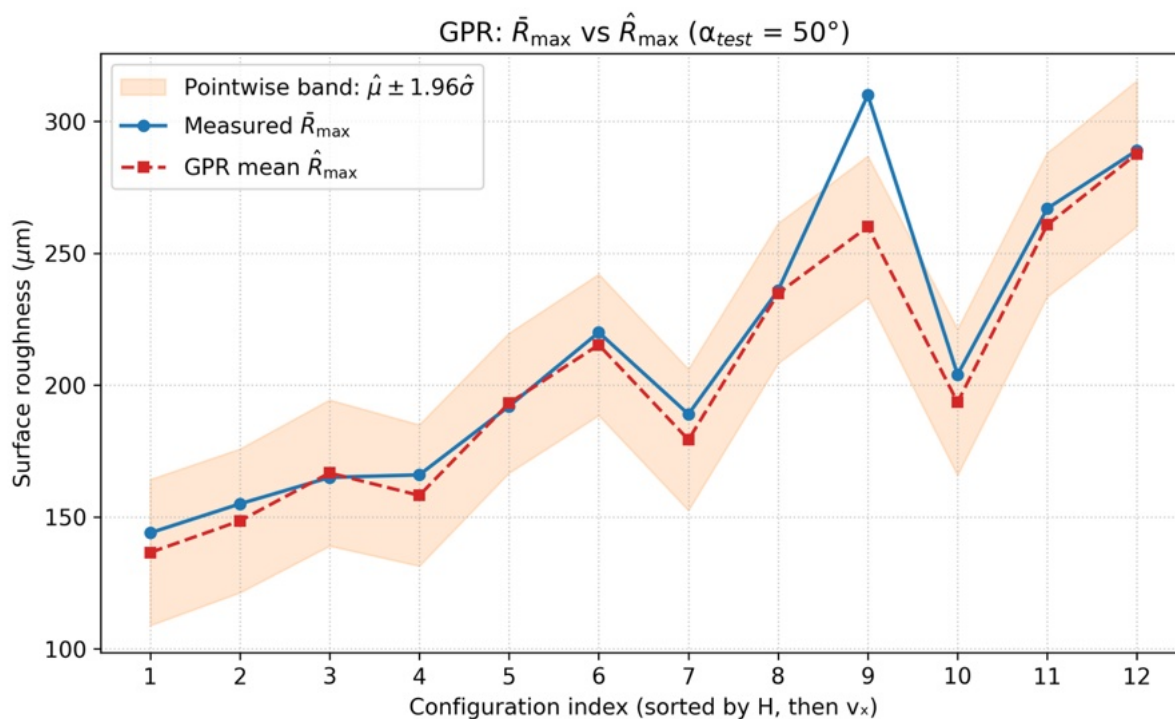
Слика Е.2. Визуелна споредба на \bar{R}_{\max} и \hat{R}_{\max} за конфигурациите со $\alpha = 40^\circ$

Е.3. Тест-поделба со $\alpha_{\text{test}} = 50^\circ$

Табела Е.3. Измерени и предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{\text{test}} = 50^\circ$ (GPR; $n_{\text{test}} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{\max} (μm)	\hat{R}_{\max} (μm)	$e = \bar{R}_{\max} - \hat{R}_{\max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	144	131.09	12.91	12.91
2	20	6.0	155	144.71	10.29	10.29
3	20	9.0	165	162.72	2.28	2.28
4	30	3.0	166	160.29	5.71	5.71
5	30	6.0	192	196.49	-4.49	4.49
6	30	9.0	220	217.91	2.09	2.09
7	40	3.0	189	181.61	7.39	7.39

8	40	6.0	236	236.31	-0.31	0.31
9	40	9.0	310	259.73	50.27	50.27
10	50	3.0	204	192.39	11.61	11.61
11	50	6.0	267	266.00	1.00	1.00
12	50	9.0	289	286.24	2.76	2.76

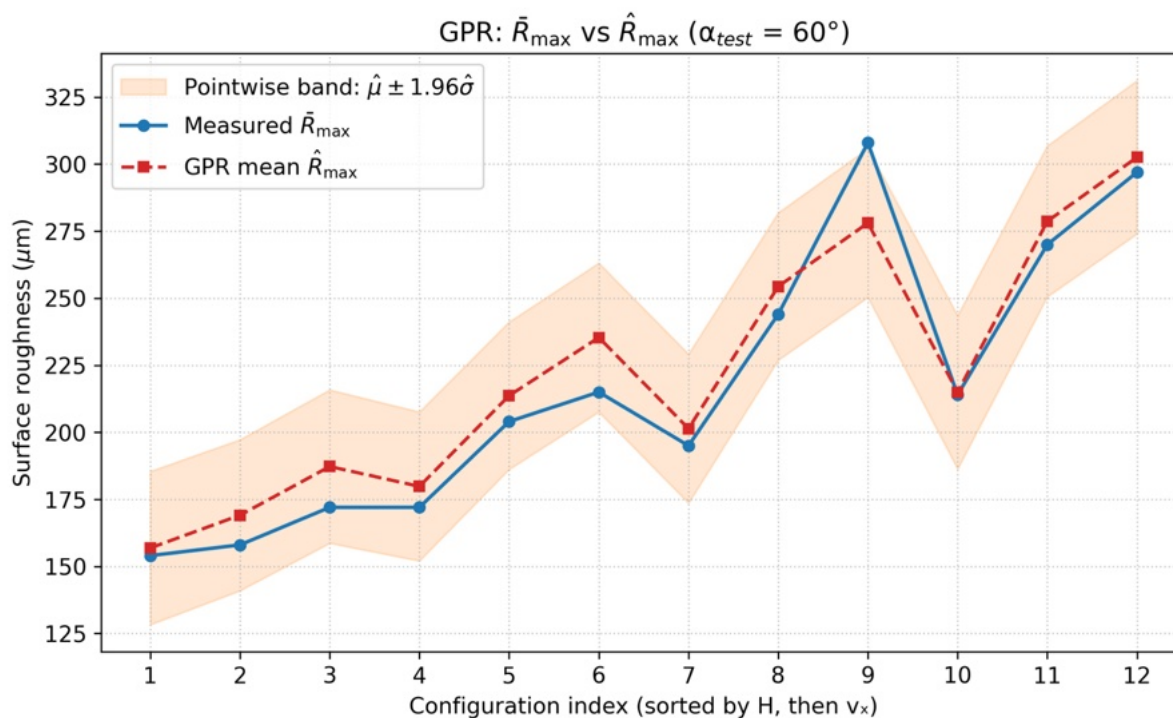


Слика Е.3. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 50^\circ$

Е.4. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 60^\circ$

Табела Е.4. Измерени и предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 60^\circ$ (GPR; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$e = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	154	152.51	1.49	1.49
2	20	6.0	158	164.31	-6.31	6.31
3	20	9.0	172	185.60	-13.60	13.60
4	30	3.0	172	181.84	-9.84	9.84
5	30	6.0	204	215.31	-11.31	11.31
6	30	9.0	215	238.61	-23.61	23.61
7	40	3.0	195	203.30	-8.30	8.30
8	40	6.0	244	255.40	-11.40	11.40
9	40	9.0	308	279.22	28.78	28.78
10	50	3.0	214	216.74	-2.74	2.74
11	50	6.0	270	285.35	-15.35	15.35
12	50	9.0	297	304.54	-7.54	7.54

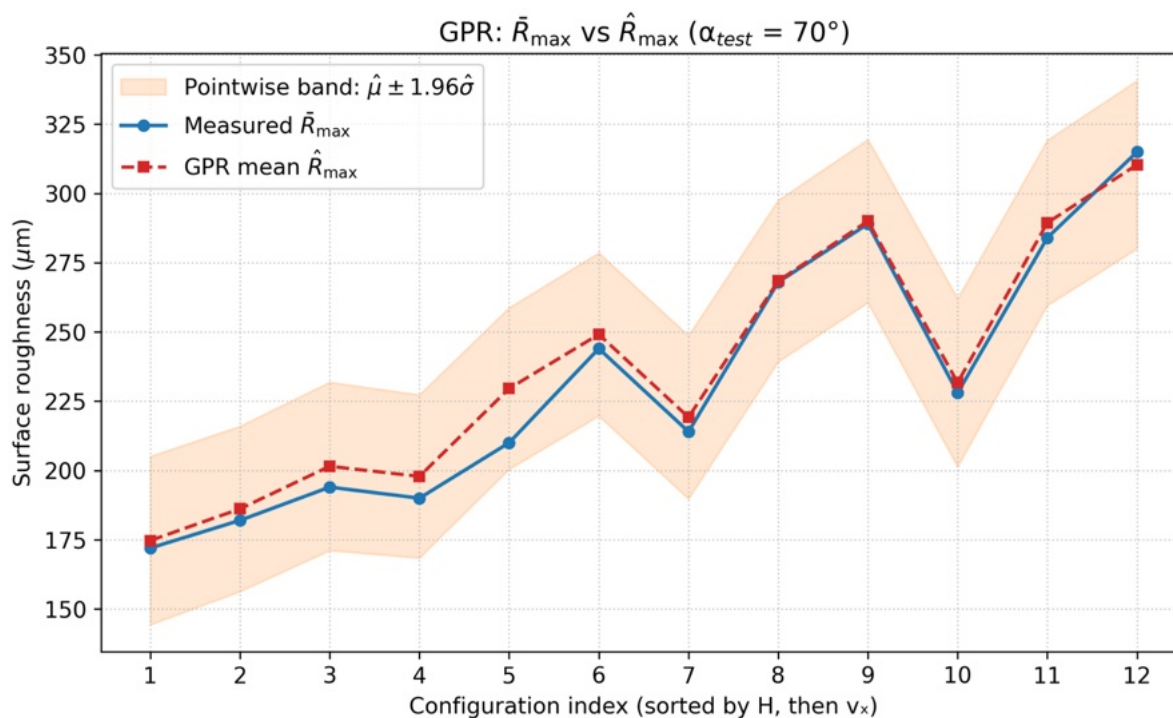


Слика Е.4. Визуелна споредба на \bar{R}_{\max} и \hat{R}_{\max} за конфигурациите со $\alpha = 60^\circ$

Е.5. Тест-поделба со $\alpha_{\text{test}} = 70^\circ$

Табела Е.5. Измерени и предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{\text{test}} = 70^\circ$ (GPR; $n_{\text{test}} = 12$)

ID	H (mm)	v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	\bar{R}_{\max} (μm)	\hat{R}_{\max} (μm)	$e = \bar{R}_{\max} - \hat{R}_{\max}$ (μm)	$ e $ (μm)
1	20	3.0	172	174.71	-2.71	2.71
2	20	6.0	182	186.15	-4.15	4.15
3	20	9.0	194	201.52	-7.52	7.52
4	30	3.0	190	197.86	-7.86	7.86
5	30	6.0	210	229.58	-19.58	19.58
6	30	9.0	244	249.13	-5.13	5.13
7	40	3.0	214	219.21	-5.21	5.21
8	40	6.0	268	268.41	-0.41	0.41
9	40	9.0	289	290.03	-1.03	1.03
10	50	3.0	228	231.72	-3.72	3.72
11	50	6.0	284	289.41	-5.41	5.41
12	50	9.0	315	310.37	4.62	4.62

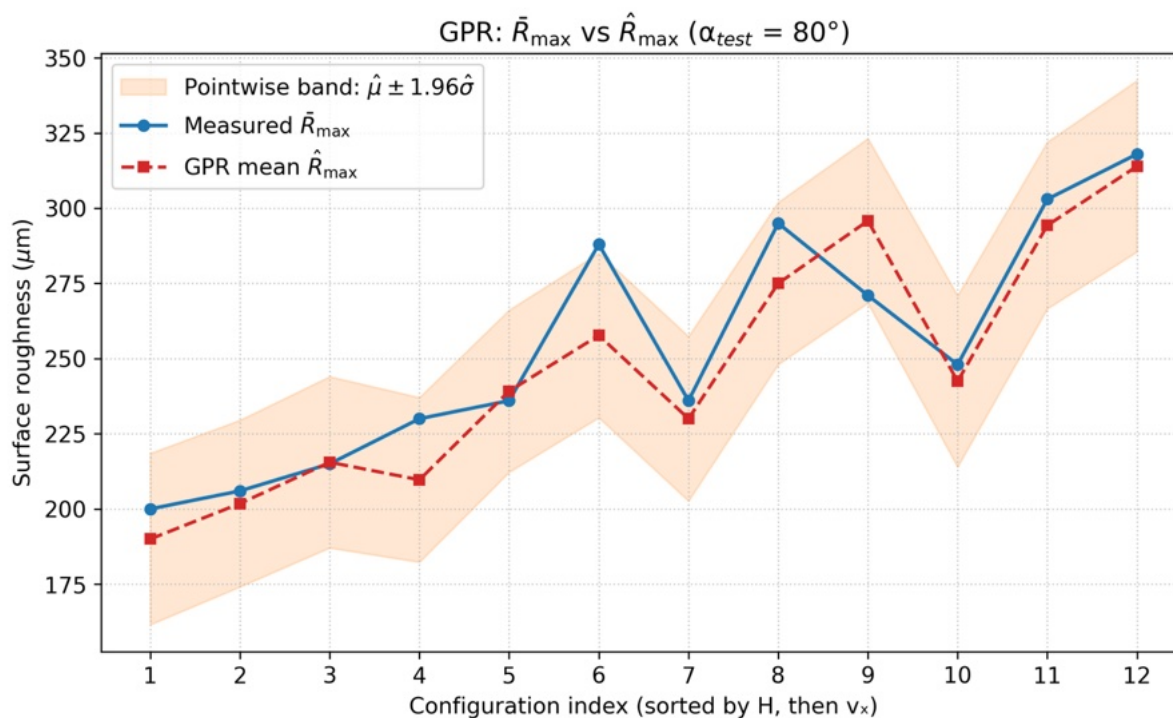


Слика Е.5. Визуелна споредба на \bar{R}_{max} и \hat{R}_{max} за конфигурациите со $\alpha = 70^\circ$

Е.6. Тест-поделба со $\alpha_{test} = 80^\circ$

Табела Е.6. Измерени и предвидени конфигурациски средни вредности за тест-поделбата $\alpha_{test} = 80^\circ$ (GPR; $n_{test} = 12$)

ID	H (mm)	v_x (m·min ⁻¹)	\bar{R}_{max} (μm)	\hat{R}_{max} (μm)	$\epsilon = \bar{R}_{max} - \hat{R}_{max}$ (μm)	$ \epsilon $ (μm)
1	20	3.0	200	191.83	8.17	8.17
2	20	6.0	206	199.17	6.83	6.83
3	20	9.0	215	217.33	-2.33	2.33
4	30	3.0	230	205.81	24.19	24.19
5	30	6.0	236	233.68	2.32	2.32
6	30	9.0	288	258.45	29.55	29.55
7	40	3.0	236	228.64	7.36	7.36
8	40	6.0	295	270.54	24.46	24.46
9	40	9.0	271	292.28	-21.28	21.28
10	50	3.0	248	242.07	5.93	5.93
11	50	6.0	303	296.89	6.11	6.11
12	50	9.0	318	311.79	6.21	6.21



Слика Е.6. Визуелна споредба на \bar{R}_{\max} и \hat{R}_{\max} за конфигурациите со $\alpha = 80^\circ$

Тест-поделбата со $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ е дадена во Секција 4.5, Табела 10 и Слика 13.

Е.7. Интерпретативен статус на овој прилог

Овој прилог има дијагностички и аудиторски статус и не прикажува нови емпириски резултати. Табелите и сликите во овој прилог служат како дополнителен дијагностички материјал и се читаат заедно со агрегатните OOS-метрики од главниот текст.

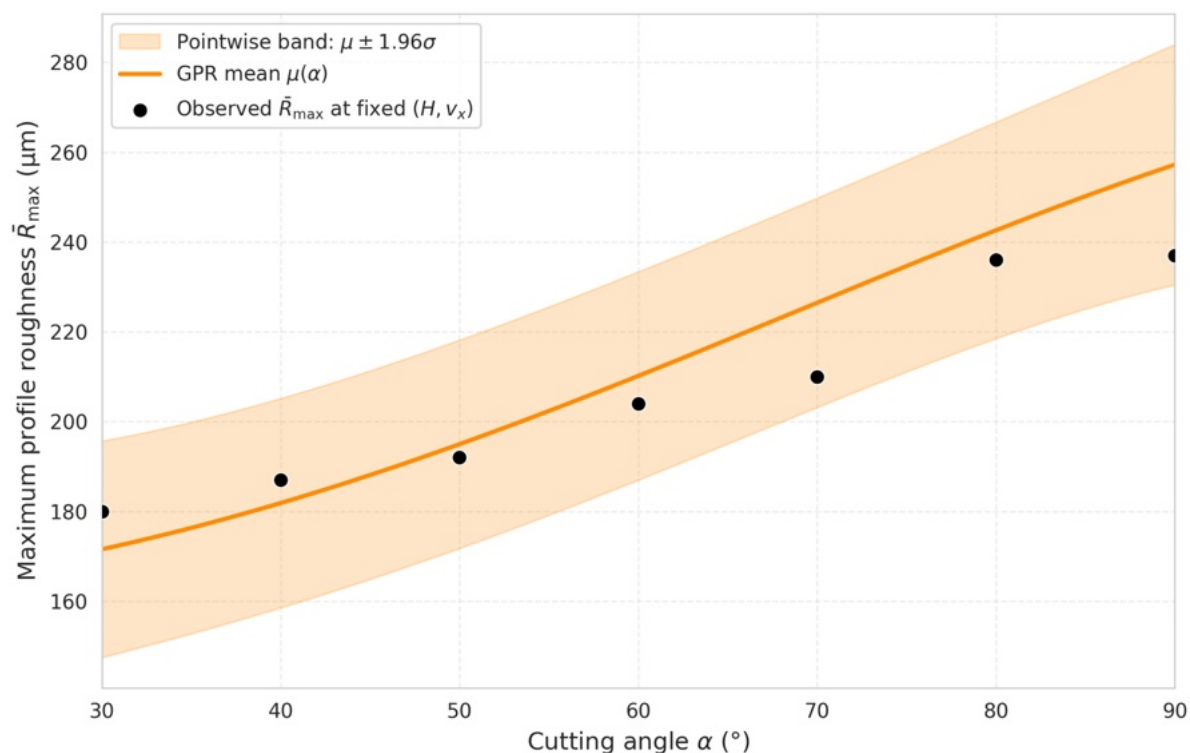
Е.8. Точка-по-точка предиктивна несигурност на GPR во еден претставителен работен режим

За илустрација, во еден претставителен режим ($H = 30 \text{ mm}$ и $v_x = 6 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$) се прикажуваат предиктивната средина $\mu(\alpha)$ и предиктивната стандардна девијација $\sigma(\alpha)$ долж α , користејќи го GPR-моделот приспособен во тест-поделбата со $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ и Min–Max скалирањето пресметано само врз соодветното тренинг-подмножество.

Појасот

$$\mu(\alpha) \pm 1.96 \sigma(\alpha),$$

се прикажува како локална карактеризација на предиктивната распределба условена од моделот и од избраната поделба.



Слика Е.8. Предиктивната средина на GPR и точка-по-точка предиктивниот појас долж аголот на режење за $H = 30 \text{ mm}$, $v_x = 6 \text{ m min}^{-1}$

Прилог Ф. Дополнителни споредбени прикази на оос-перформансата меѓу PRM-3 и GPR

Овој прилог прикажува дополнителни споредбени материјали за PRM-3 и GPR под истиот OOS-протокол според аголот на режење. Материјалот е опишен и служи како дополнување на главната споредба прикажана во основниот текст.

Ф.1. Опфат и интерпретативен статус

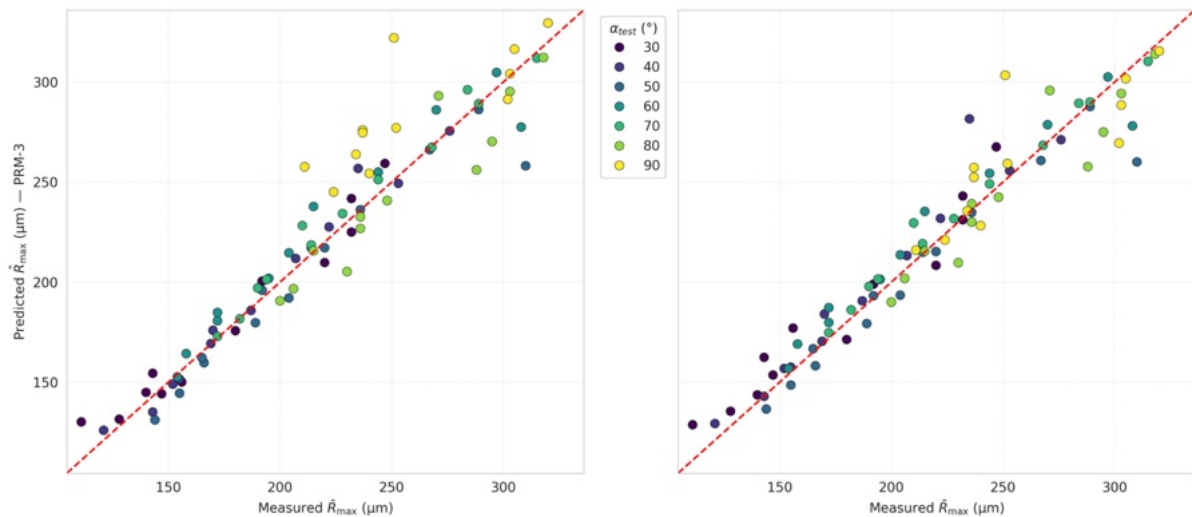
Споредбата во овој прилог се базира на истите OOS-поделби според аголот на режење, $\alpha_{test} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}$, со $n_{test} = 12$ конфигурации за секоја поделба. Двата модели се оценети под истиот однапред определен протокол надвор од примерокот и со истата шема на скалирање само врз тренинг-подмножеството, како што е опишано во методологијата.

Во продолжение се прикажуваат дополнителни графички и табеларни споредби на OOS-перформансата на PRM-3 и GPR.

Ф.2. Графици на совпаѓање за PRM-3 и GPR под поделбите според аголот

Слика Ф.1 ги прикажува графициите на совпаѓање на измереното \bar{R}_{max} наспроти предвиденото $\hat{\bar{R}}_{max}$ за сите конфигурации оставени надвор под OOS-протоколот според аголот на режење, одделно за PRM-3 и GPR. Точките соодветствуваат на тест-конфигурациите и се групирани според α_{test} . Испрекинатата линија 1:1 означува совршено совпаѓање,

$$\hat{\bar{R}}_{max} = \bar{R}_{max}.$$



Слика Ф.1. Графици на совпаѓање на измереното \bar{R}_{max} наспроти предвиденото $\hat{\hat{R}}_{max}$ за тестовите според аголот на режење ($\alpha_{test} = 30^\circ - 90^\circ$): PRM-3 (лево); GPR (десно).

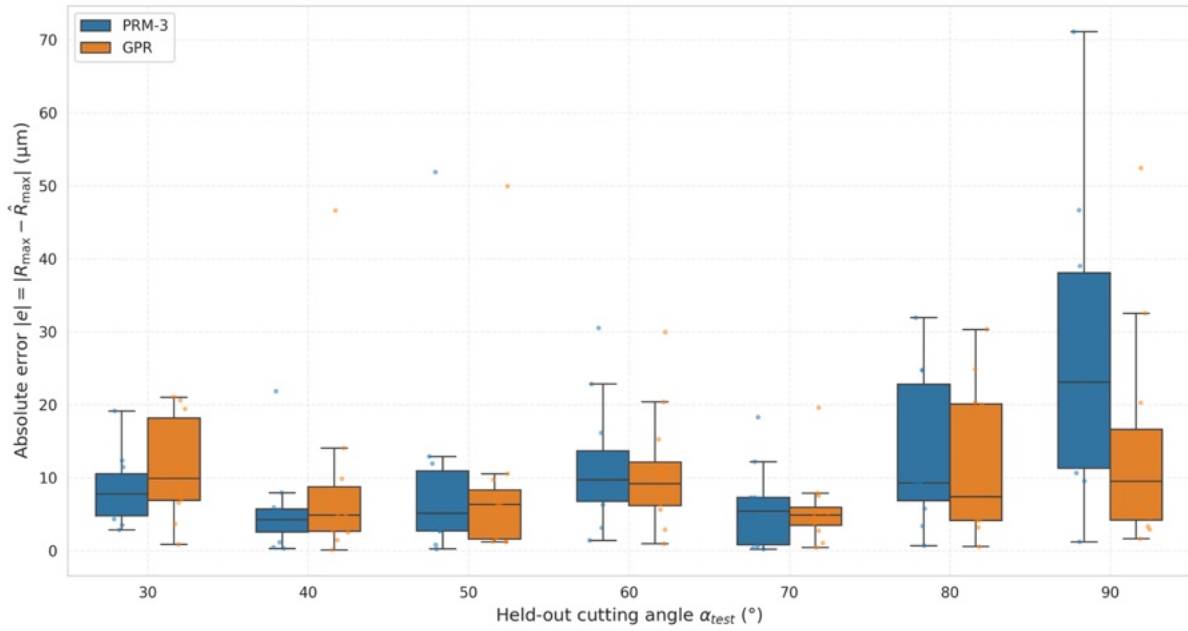
Ф.3. Распределби на апсолутната грешка надвор од примерокот според аголот на режење

Кај двата модели, апсолутната грешка на ниво на конфигурација е пресметана како

$$|e| = |\bar{R}_{max} - \hat{\hat{R}}_{max}|,$$

врз истите тест-множества надвор од примерокот, со $n_{test} = 12$ конфигурации за секое α_{test} .

Слика Ф.2 ги прикажува распределбите на $|e|$ според аголот на режење оставен надвор, користејќи кутии-графици за PRM-3 и GPR под истите однапред определени поделби. Во неграничните поделби, двата модели генерално покажуваат покомпактни распределби на апсолутната грешка. Во граничните поделби, особено кај 90° , PRM-3 покажува поширока распределба на $|e|$ и поголеми екстремни вредности од GPR под истите услови на оценување.



Слика Ф.2. Распределби надвор од примерокот на апсолутната грешка, $| \hat{R}_{max} - R_{max} |$, според аголот на режење оставен надвор под истиот протокол ($\alpha_{test} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}$; $n_{test} = 12$ по поделба: PRM-3 наспроти GPR

Слика Ф.2 служи како дополнителна визуелна споредба на распределбите на апсолутната грешка под истиот протокол.

Ф.4. Дополнително споредбено резиме на OOS-перформансата и на својствата на моделите

Табела Ф.1 дава ориентациско и описно резиме на OOS-перформансата и на својствата на двата модели, врз основа на точкестите проценки прикажани во основниот текст.

Табела Ф.1. Споредбено резиме на OOS-перформансата и на својствата на моделите (PRM-3 наспроти GPR под истите поделби според аголот на режење)

Категорија	PRM-3	GPR
OOS-точност во неограничениот режим, $\alpha_{test} \in \{30^\circ, \dots, 70^\circ\}$	средно $R^2 0.942$ (0.90–0.97); среден RMSE $10.04 \mu\text{m}$ (7.58–16.51); среден MAE $8.08 \mu\text{m}$ (5.25–11.50); среден MAPE 3.99% (2.52–5.10)	средно $R^2 0.922$ (0.89–0.97); среден RMSE $12.81 \mu\text{m}$ (7.33–15.60); среден MAE $9.08 \mu\text{m}$ (5.61–11.30); среден MAPE 4.57% (2.60–6.93)
Граничен режим ($\alpha_{test} = 90^\circ$)	при 80° : $R^2 = 0.82$, RMSE = $16.18 \mu\text{m}$; при 90° : $R^2 = 0.17$, RMSE = $32.50 \mu\text{m}$	при 80° : $R^2 = 0.85$, RMSE = $14.81 \mu\text{m}$; при 90° : $R^2 = 0.68$, RMSE = $20.24 \mu\text{m}$
Форма на модел / интерпретабилност	аналитички заменски модел со затворена форма $\hat{R}_{max}(\alpha, H, v_x)$, со експлицитно изразени коефициенти; поддржува визуелизација и директна оптимизација.	Непараметарски модел со kernel; толкувањето се потпира на локалното однесување на kernel-от и на приспособените должини на скала
Карактеризација на предиктивната несигурност	не дава внатрешна предиктивна варијанса; несигурноста се прикажува преку bootstrap-интервали на OOS-метриките	Дава предиктивна средина и предиктивна стандардна девијација за секој влез; овозможува локална карактеризација на предиктивната несигурност

Забелешка. Резимето за неограничениот режим користи средни вредности со еднаква тежина и интервали минимум–максимум.

Ф.5. Интерпретативен статус на овој прилог

Овој прилог има описен и аудиторски статус и не претставува независна инференцијална основа. Главното толкување на разликите меѓу двата модели се потпира на OOS-метриките прикажани во основниот текст и на соодветната дискусија.

Прилог Г. PRM-3: робусни описни показатели на грешката според OOS – Тест - поделбата според аголот

Овој прилог дава робусно описно резиме на OOS-грешката на PRM-3 под фиксниот протокол на тест-поделба според аголот на режење. Неговата цел е да ги дополни bootstrap-интервалите со процентил прикажани во главното поглавје, преку сумирање на централната големина на грешката и нејзиниот најнеповолен случај во рамките на секое тест-подмножество.

За секој оставен агол,

$$\alpha_{\text{test}} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\},$$

со $n_{\text{test}} = 12$ конфигурации, грешките на ниво на конфигурација се пресметани од измерената средна рапавост \bar{R}_{max} и соодветното предвидување на PRM-3 \hat{R}_{max} , како:

$$e_i = \bar{R}_{\text{max},i} - \hat{R}_{\text{max},i}, \quad |e_i| = |e_i|.$$

Од множеството

$$\{|e_i|\}_{i=1}^{n_{\text{test}}},$$

за секоја тест-поделба беа пресметани следните показатели:

- MAE: средна вредност на $|e|$;
- медијана на $(|e|)$;
- максимум на $(|e|)$.

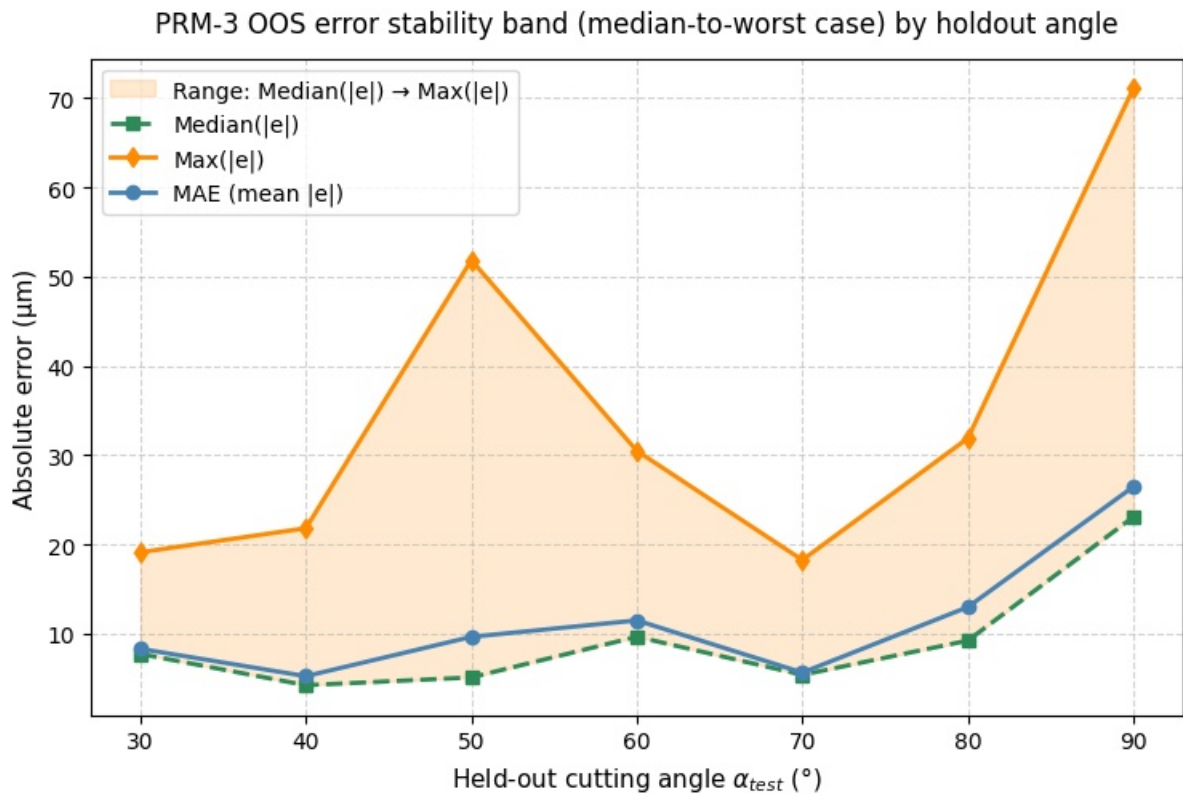
Овие показатели се условени од фиксниот дизајн на OOS тест-поделбата според аголот и ја опишуваат големината на грешката во рамките на секое тест-подмножество оставено надвор.

Г.1. Резиме на робусните описни показатели на грешката

Табела Г.1. Робусни описни показатели на грешката според OOS-тест-поделбата според аголот (PRM-3; $n_{\text{test}} = 12$ за секоја тест-поделба)

$\alpha_{\text{test}} (^\circ)$	n_{test}	MAE (μm)	Median($ e $) (μm)	Max($ e $) (μm)
30	12	8.32	7.74	19.13
40	12	5.25	4.24	21.82
50	12	9.66	5.12	51.85
60	12	11.50	9.67	30.49
70	12	5.65	5.40	18.26
80	12	12.99	9.24	31.90
90	12	26.46	23.08	71.08

Г.2. Сумарна слика на апсолутната грешка



Слика Г.1. Робусни описни показатели на OOS-апсолутната грешка за PRM-3 според оставениот агол

Слика Г.1 ги прикажува MAE, медијаната на $|e|$ и максимумот на $|e|$ за секоја OOS-поделба според аголот, како описно резиме на централната и екстремната големина на грешката. Ако е вклучен засенчен појас, тој го визуелизира опсегот од Median($|e|$) до Max($|e|$) за секое α_{test} .

Г.3. Интерпретативен статус на овој прилог

Овој прилог има описен и дијагностички статус и дава робусно резиме на OOS-грешката на PRM-3 под фиксниот протокол на тест-поделба според аголот. Главните заклучоци за генерализацијата се потпираат на OOS-метриките од главниот текст; показателите прикажани овде имаат дополнителна дијагностичка улога.

Прилог X. диференцијална еволуција (DE) и дополнителни визуелизации на оптимизацијата врз заменскиот модел PRM-3

Овој прилог го документира алгоритмот на Диференцијална еволуција (DE) употребен во оваа дисертација за оптимизација на заменскиот модел PRM-3 во рамките на експериментално испитаните граници. Неговата цел е да ја прикаже алгоритамската логика на оптимизаторот и дополнителниот визуелен материјал поврзан со оптимизацијата.

Во овој труд, DE се користи за идентификување кандидат-конфигурации на минимумот на заменскиот модел PRM-3 во рамките на декларираните граници.

X.1. Целна функција

Оптимизацијата се изведува врз две континуирани одлучувачки променливи,

$$x = (\alpha, v_x),$$

за секоја фиксна висина на режење

$$H \in \{20, 30, 40, 50\} \text{ mm.}$$

Целната функција е предвидувањето на заменскиот модел PRM-3:

$$f(x | H) = \hat{R}_{\max}(\alpha, H, v_x),$$

кое се минимизира под границите:

$$\alpha \in [30^\circ, 90^\circ], \quad v_x \in [3.0, 9.0] \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$$

Оптимизациониот проблем се запишува како:

$$\min_{\alpha, v_x} \hat{R}_{\max}^{(PRM-3)}(\alpha, H, v_x), \quad \text{за секоја фиксна вредност на } H$$

Бидејќи целната функција е површина предвидена од моделот, резултатот од DE се толкува како решение на заменскиот модел во рамките на декларираниите граници.

X.2. Стратегија на алгоритмот

Во оваа студија се употребува стандардната стратегија:

$$\text{DE/rand/1/bin.}$$

Нејзините чекори се прикажани подолу.

- **Чекор 0 – Иницијализација**

Нека

$$D = 2$$

биде бројот на димензии на проблемот и NP големината на популацијата.

Се генерира почетната популација:

$$x_{i,0} \sim \mathcal{U}(L, U), \quad i = 1, \dots, NP,$$

каде што

$$L = (30^\circ, 3.0), \quad U = (90^\circ, 9.0)$$

се долната и горната граница на пребарувањето.

За секој почетен поединец се пресметува:

$$f(x_{i,0}).$$

- **Чекор 1 – Мутација (DE/rand/1)**

За секој целен поединец $x_{i,g}$, во генерацијата g , случајно се избираат три различни поединци:

$$x_{r_1,g}, x_{r_2,g}, x_{r_3,g},$$

со услов:

$$r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i.$$

Мутант-векторот се конструира како:

$$v_{i,g} = x_{r_1,g} + F(x_{r_2,g} - x_{r_3,g}),$$

каде што F е диференцијалната тежина.

- **Чекор 2 – Вкрстување (биномијално)**

Од целниот поединец $x_{i,g}$ и мутант-векторот $v_{i,g}$ се конструира пробен вектор $u_{i,g}$.

За секоја компонента $d \in \{1, \dots, D\}$, се применува правилото:

$$u_{i,g}^{(j)} = \begin{cases} v_{i,g}^{(j)}, & \text{ако } \rho_{i,j} \leq CR \text{ or } d = d_{rand}, \\ x_{i,g}^{(j)}, & \text{инаку.} \end{cases}$$

каде што $\rho_{i,d} \sim U(0,1)$, CR е стапката на вкрстување, а d_{rand} е случајно избран индекс за да се гарантира дека најмалку една компонента се зема од мутант-векторот.

- **Чекор 3 – Управување со границите**

Ако некоја компонента на пробниот вектор $u_{i,g}$ излезе надвор од границите на пребарувањето, таа се враќа во дозволениот интервал.

Во општа форма:

$$u_{i,g}^{(d)} \leftarrow \min(U^{(d)}, \max(L^{(d)}, u_{i,g}^{(d)})).$$

Овој чекор обезбедува секој кандидат што се оценува од целната функција да остане во рамките на декларираниот оптимизациски домен.

- **Избор 4 (алчен, еден-на-еден)**

Се пресметува:

$$f(u_{i,g}).$$

Ако

$$f(u_{i,g}) \leq f(x_{i,g}),$$

тогаш новиот кандидат се прифаќа:

$$x_{i,g+1} = u_{i,g}.$$

Во спротивно, се задржува постојниот поединец:

$$x_{i,g+1} = x_{i,g}.$$

Ова правило на избор е елитистичко на ниво на поединец, бидејќи новиот поединец го заменува тековниот само ако не е полош.

Х.3. Правило на запирање

Алгоритмот продолжува до исполнување на критериум на запирање на имплементацијата, како на пример:

- достигнување на максималниот број итерации;
- или исполнување на нумеричкиот критериум на конвергенција употребен од оптимизаторот.

На крај се прикажува минимизирачкиот кандидат $(\alpha_{DE}, v_{x,DE})$, и соодветната вредност на целната функција $f(\alpha_{DE}, H, v_{x,DE})$, односно $\hat{R}_{\max, \min}$, за секое фиксно ниво на H .

Х.4. Сумиран псевдокод

Алгоритмот започнува со случајна популација во рамките на границите, потоа за секој поединец изведува мутација, биномијално вкрстување, проверка на границите и алчен избор. Постапката се повторува до исполнување на критериумот на запирање, по што се враќа најдобриот кандидат од конечната популација.

Х.5. Врска со конкретната имплементација

Имплементацијата употребена во оваа дисертација ја следи стандардната структура на стратегијата DE/rand/1/bin, како што е обезбедена од пресметковната алатка употребена во пакетот за репродукцибилност. Овој прилог ја документира алгоритамската логика на DE; деталните записи за извршувањата и контролите на репродукцибилноста се дадени во пакетот за репродукцибилност.

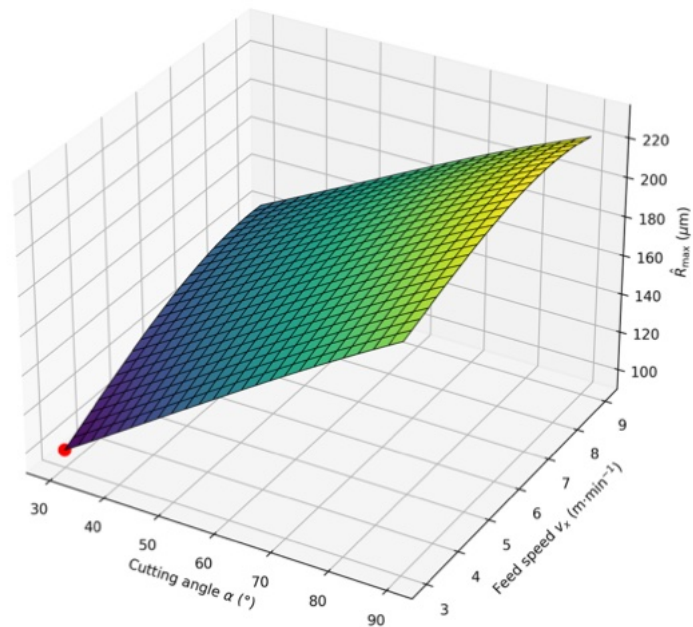
Х.6. Дополнителни тридимензионални површини на заменскиот модел PRM-3

За визуелно дополнување на резултатите од оптимизацијата, овој прилог ги прикажува тридимензионалните површини на заменскиот модел PRM-3 за $H = 20, 30, 40$ и 50 mm, оценети врз испитаниот домен

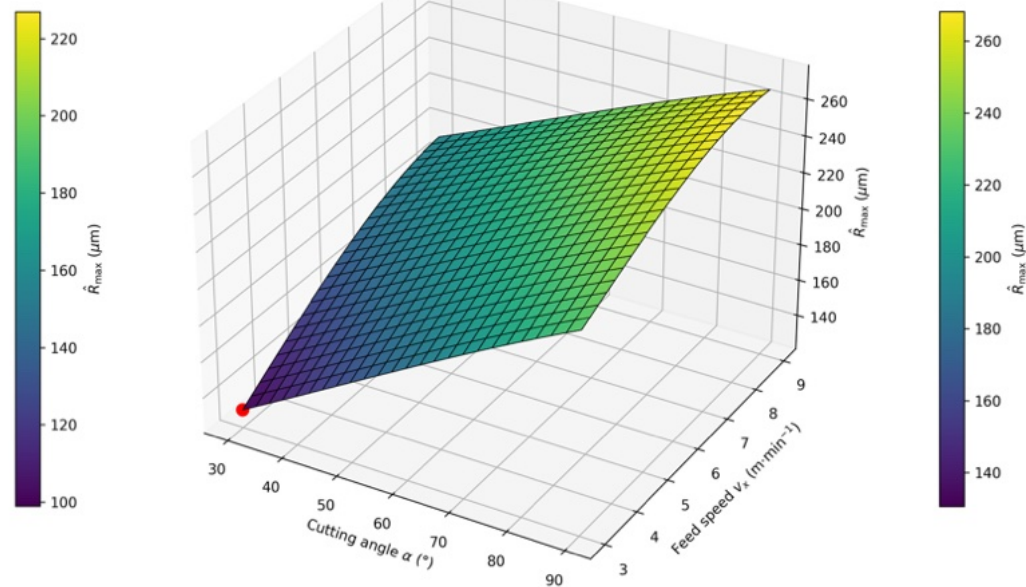
$$\alpha \in [30^\circ, 90^\circ], v_x \in [3.0, 9.0] \text{ m min}^{-1}$$

Овие слики имаат илустративна функција и ја прикажуваат положбата на кандидатот избран од DE врз предвидената површина.

DE optimum (H=20 mm): $\alpha = 30.00^\circ$, $v_x = 3.00 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$

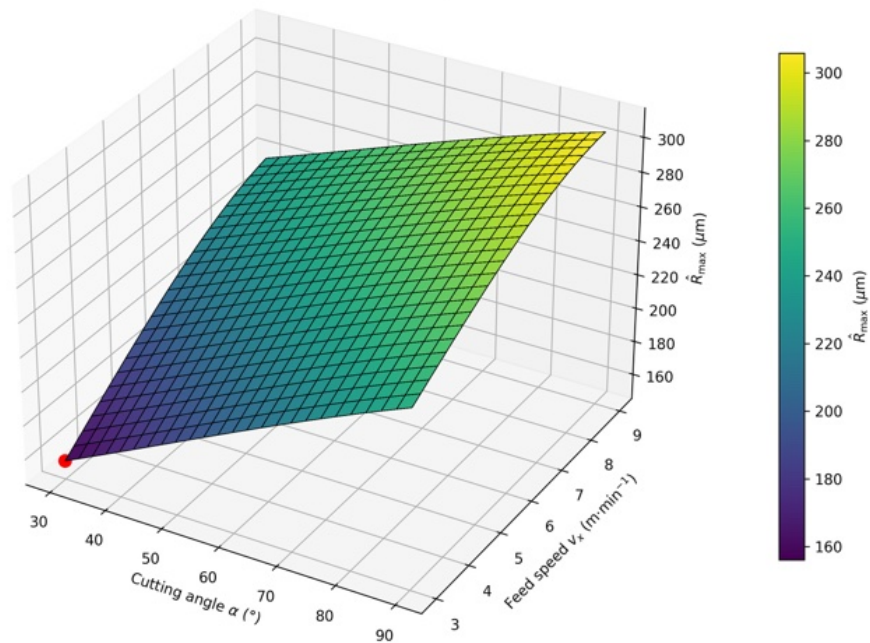


DE optimum (H=30 mm): $\alpha = 30.00^\circ$, $v_x = 3.00 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$

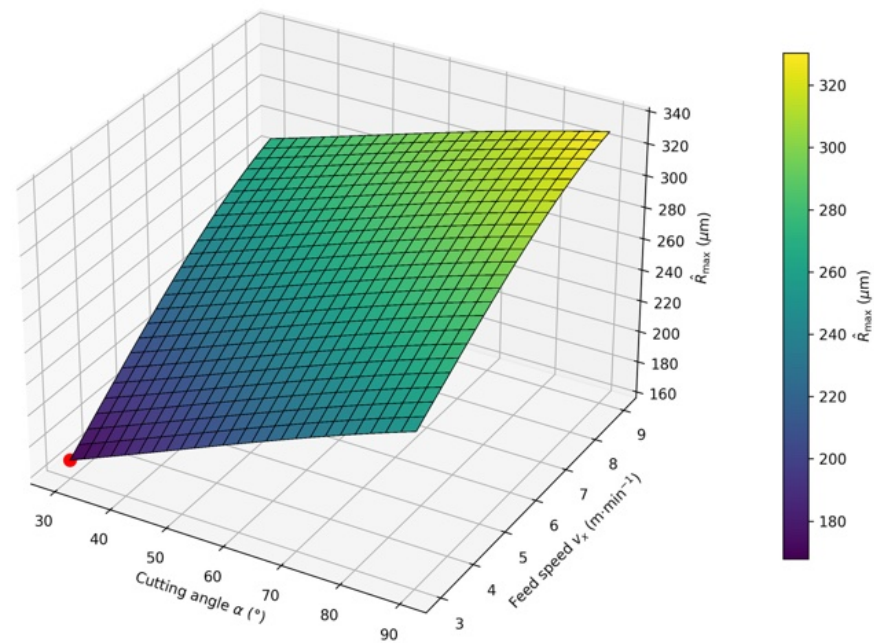


Слика X.1. Предвидена одговорна површина на PRM-3, $\hat{R}_{max}(\alpha, v_x | H)$, врз $\alpha \in [30^\circ, 90^\circ]$, $v_x \in [3, 9] \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$, за $H = \{20, 30\} \text{ mm}$. Ознаката го покажува минимизирачкиот кандидат избран од DE, $(\alpha_{opt}, v_{x,opt})$

DE optimum (H=40 mm): $\alpha = 30.00^\circ$, $v_x = 3.00 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$



DE optimum (H=50 mm): $\alpha = 30.00^\circ$, $v_x = 3.00 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$



Слика X.2. Предвидена одговорна површина на PRM-3, $\hat{R}_{max}(\alpha, v_x | H)$, врз $\alpha \in [30^\circ, 90^\circ]$, $v_x \in [3, 9] \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$, за $H = \{40, 50\} \text{ mm}$. Ознаката го покажува минимизирачкиот кандидат избран од DE, $(\alpha_{opt}, v_{x,opt})$

Прилог И. Дополнителна Ridge-дијагностика за случајот $\alpha_{test} = 90^\circ$

И.1. Цел

Оваа анализа е спроведена за да се оцени дали слабеењето на перформансата на PRM-3 при $\alpha_{test} = 90^\circ$ е поврзано главно со моделска нестабилност. За таа цел, PRM-3 со OLS е спореден со Ridge-варијанта под истиот тест-протокол.

И.2. Протокол

Споредбата е изведена врз истиот angle-wise OOS split со $\alpha_{test} = 90^\circ$. Нивото 90° е оставено надвор за тестирање, додека моделите се тренирани врз аглиите 30° – 80° . Min–Max скалирањето е приспособено само врз train-подмножеството и потоа е применето без промена врз test-подмножеството. Ridge ја користи истата функционална спецификација како PRM-3 со OLS, но со регуларизација на коефициентите.

И.3. Резултати

Табела И.1. Дијагностичка споредба на перформансата при $\alpha_{test} = 90^\circ$: PRM-3 со OLS наспроти PRM-3 со Ridge

Метрика	OLS (PRM-3)	Ridge (PRM-3)	Промена
R^2	0.17	0.40	+0.23
MAE (μm)	26.46	20.06	-24.2%
RMSE (μm)	32.50	27.66	-14.9%
MAPE (%)	10.96	7.63	-30.4%

Забелешка. Кај R^2 , промената е прикажана како апсолутна разлика меѓу Ridge и OLS. Кај MAE, RMSE и MAPE, промената е пресметана како релативна разлика во однос на вредноста на OLS, според изразот $(\text{Ridge} - \text{OLS})/\text{OLS} \times 100$. Негативните вредности означуваат намалување на грешката, односно подобрување на перформансата на Ridge во однос на OLS.

И.4. Толкување

Ridge ја подобрува перформансата на PRM-3 при $\alpha_{test} = 90^\circ$, што поддржува присуство на моделска компонента во забележаното слабеење. Сепак, фактот дека перформансата останува ограничена и по регуларизацијата ($R^2 = 0.40$) покажува дека деградацијата не може целосно да се објасни само со нумеричката нестабилност на моделот. Во оваа смисла, анализата поддржува мешано толкување, во кое полиномската екстраполација и можен физички компонент заеднички придонесуваат кон падот на перформансата во близина на оваа граница.

Прилог Ј. Репродуцибилност на DE и чувствителност на контролните параметри (контрола на робусноста на оптимизаторот)

Овој прилог ја документира нумеричката робусност на оптимизаторот Differential Evolution (DE) врз фиксен заменски модел PRM-3. Контролата се спроведува преку три дополнителни проверки: повторувања со повеќе случајни семиња, детерминистичка проверка со пребарување во мрежа и ограничено систематско варирање на контролните параметри. Резултатите се толкуваат како контрола на нумеричката робусност на решавачот, а не како физичка валидација на минимумот.

Ј.1. Цел

Целта на овој прилог е да покаже дека минимумот прикажан од DE не е артефакт на одредена иницијализација или на единствен избор на контролните параметри. Во согласност со оваа цел, се прикажуваат:

- (i) контрола со повеќе случајни семиња под референтната конфигурација на DE;
- (ii) детерминистичка проверка со пребарување во мрежа на минимумот вратен од DE; и
- (iii) ограничено систематско варирање на контролните параметри NP , F и CR .

Алгоритамската формулација и псевдокодот на DE се дадени во Прилог И и тука не се повторуваат.

Ј.2. Фиксен оптимизациски проблем

Во сите контроли прикажани во овој прилог, DE се применува врз истиот фиксен PRM-3 оптимизациски проблем и под истите граници како во главната анализа. Целната функција е предвидувањето на заменскиот модел PRM-3,

$$f(\alpha, v_x | H) = \hat{R}_{\max}(\alpha, H, v_x),$$

за секоја фиксна висина на режење $H \in \{20, 30, 40, 50\}$ mm. Оптимизацијата се изведува врз двете континуирани одлучувачки променливи (α, v_x) , под границите $\alpha \in [30^\circ, 90^\circ]$, $v_x \in [3.0, 9.0]$ m min⁻¹. Се менуваат само случајните семиња и, кога тоа е изрично наведено, контролните параметри на оптимизаторот.

Ј.3. Репродуцибилност во однос на случајните семиња (повторувања со повеќе семиња)

За контролата со повеќе семиња, DE е извршен повеќепати под референтната конфигурација, при што сите елементи остануваат фиксни освен случајното семе. Референтната конфигурација е:

$$NP = 40, \quad F = 0.8, \quad CR = 0.9, \quad G_{\max} = 300.$$

За секое ниво на $H \in \{20, 30, 40, 50\}$ mm, беа извршени $R = 30$ независни извршувања. За секое извршување се регистрирани вратениот кандидат $(\alpha_{DE}, v_{x,DE})$, соодветната вредност на целната функција, бројот на евалуации n_{fev} , бројот на итерации n_{it} и статусот на успешност. Еквиваленцијата меѓу решенијата е оценета со декларирани нумерички толеранции.

Табела J.1. Резиме на репродукцибилноста со повеќе семиња според висината на режеење (DE врз фиксен PRM-3)

H (mm)	R_{runs}	α^* (°) [медијана]	v_x^* (m · min ⁻¹) [медијана]	Фреквенција на еквивалентен кандидат (%)	\hat{R}_{max} (μm) [min]	\hat{R}_{max} (μm) [медијана]	\hat{R}_{max} (μm) [max]	n_{fev} [медијана]	n_{it} [медијана]	Стапка на успех (%)
20.0	30	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1086.0	26.0	100.0
30.0	30	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	1046.0	25.0	100.0
40.0	30	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1006.0	24.0	100.0
50.0	30	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1006.0	24.0	100.0

Табела J.2. Целосна трага на извршувања со повеќе семиња за референтната конфигурација на DE (регистар на ниво на извршување; $R = 30$ за секое H)

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	α_{opt} (°)	$v_{x,\text{opt}}$ (m · min ⁻¹)	$\hat{R}_{\text{max, opt}}$ (μm)	n_{fev}	n_{it}	Успех	Попака: Optimization terminated successfully.	Еквивалентно на медијаната за H
20.0	1000	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1001	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1206	29	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1002	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1003	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1004	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1005	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1006	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1007	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	886	21	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1008	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1009	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1010	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1011	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	966	23	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1012	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1206	29	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1013	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	966	23	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1014	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1015	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1246	30	TRUE	Yes	TRUE

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	α_{opt} ($^{\circ}$)	$v_{x,\text{opt}}$ (m· min $^{-1}$)	$\hat{R}_{\text{max, opt}}$ (μm)	n_{fev}	n_{it}	Успех	Попака: Optimization terminated successfully.	Еквивалентно на медијаната за H
20.0	1016	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1017	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1018	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1019	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	966	23	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1020	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1021	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1022	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	926	22	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1023	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1024	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1025	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1026	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1027	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1028	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
20.0	1029	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1206	29	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1000	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1001	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1002	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1003	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1004	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1005	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1006	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	926	22	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1007	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1166	28	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1008	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1009	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1010	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1011	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	966	23	TRUE	Yes	TRUE

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	α_{opt} (°)	$v_{x,\text{opt}}$ (m· min ⁻¹)	$\hat{R}_{\text{max, opt}}$ (μm)	n_{fev}	n_{it}	Успех	Попака: Optimization terminated successfully.	Еквивалентно на медијаната за H
30.0	1012	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1013	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1014	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1015	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1016	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1017	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1018	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1019	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1020	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	966	23	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1021	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	966	23	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1022	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	926	22	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1023	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1024	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	846	20	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1025	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1026	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1027	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1246	30	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1028	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
30.0	1029	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.6800	966	23	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1000	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	846	20	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1001	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1002	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	926	22	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1003	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1004	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	806	19	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1005	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	886	21	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1006	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1007	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	926	22	TRUE	Yes	TRUE

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	α_{opt} ($^{\circ}$)	$v_{x,\text{opt}}$ (m· min $^{-1}$)	$\hat{R}_{\text{max, opt}}$ (μm)	n_{fev}	n_{it}	Успех	Попака: Optimization terminated successfully.	Еквивалентно на медијаната за H
40.0	1008	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	926	22	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1009	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	966	23	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1010	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1011	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	886	21	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1012	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	886	21	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1013	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1014	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1015	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1126	27	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1016	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	926	22	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1017	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1018	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1019	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1020	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1021	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1022	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	886	21	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1023	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	966	23	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1024	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	966	23	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1025	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1026	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1027	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1028	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
40.0	1029	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1000	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1001	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1002	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1003	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	α_{opt} ($^{\circ}$)	$v_{x,\text{opt}}$ (m· min $^{-1}$)	$\hat{R}_{\text{max, opt}}$ (μm)	n_{fev}	n_{it}	Успех	Попака: Optimization terminated successfully.	Еквивалентно на медијаната за H
50.0	1004	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1005	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1006	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1007	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1008	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1009	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1010	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1011	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	886	21	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1012	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1013	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1014	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1015	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	926	22	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1016	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	926	22	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1017	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1018	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1019	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1020	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1021	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1022	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1023	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1024	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1025	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1026	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1027	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1028	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1166	28	TRUE	Yes	TRUE
50.0	1029	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes	TRUE

Резултатите од оваа контрола поддржуваат нумеричка репродукцибилност на решавачот под референтната конфигурација.

J.4. Детерминистичка проверка со пребарување во мрежа

Во оваа контрола, моделски условениот кандидат пријавен од DE се споредува со нумеричкиот кандидат добиен со пребарување во густи униформни мрежи со резолуција 200×200 и 400×400 . За секое фиксно ниво на H , се идентификува мрежната точка со најмала предвидена вредност на $\hat{R}_{\max}(\alpha, H, v_x)$ врз секоја мрежа. Потоа се прикажуваат апсолутните разлики меѓу кандидатот пријавен од DE и кандидатот добиен со пребарување во мрежа во однос на α , v_x и \hat{R}_{\max} . Оваа контрола служи како независна нумеричка проверка на доследноста на кандидатот добиен со DE.

Табела Ј.3. Проверка со пребарување во мрежа на оптимизацијата базирана на заменски модел (DE наспроти мрежи 200×200 и 400×400)

H (mm)	DE α^* (°)	DE v_x^* (m·min ⁻¹)	DE \hat{R}_{\max} (μm)	Grid200 α^* (°)	Grid200 v_x^*	Grid200 \hat{R}_{\max}	Grid400 α^* (°)	Grid400 v_x^*	Grid400 \hat{R}_{\max}	Δv_x (200 → 400)	$\Delta \hat{R}$ (200 → 400)	$\Delta \alpha$ (DE → Grid400)	Δv_x (DE → Grid400)	$\Delta \hat{R}$ (DE → Grid400)
20	30	3.0	98.94	30.0	3.0	98.94	30.0	3.0	98.9	0.0	0.0	4.307719e-07	2.231575e-07	3.237778e-06
30	30	3.0	130.68	30.0	3.0	130.7	30.0	3.0	130.7	0.0	0.0	1.426570e-08	1.385665e-08	2.223330e-07
40	30	3.0	156.13	30.0	3.0	156.1	30.0	3.0	156.1	0.0	0.0	9.984334e-08	1.653389e-07	3.064031e-06
50	30	3.0	167.87	30.0	3.0	167.9	30.0	3.0	167.9	0.0	0.0	7.406266e-07	3.705788e-09	1.155016e-06

J.5. Чувствителност на контролните параметри на DE (ограничено систематско варирање)

За да се оцени чувствителноста на DE на изборот на контролните параметри, е спроведено ограничено систематско варирање на:

$$NP \in \{20, 40, 80\}, \quad F \in \{0.5, 0.8, 1.0\}, \quad CR \in \{0.7, 0.9\}$$

При тоа, функцијата-цел, границите и критериумот на запирање остануваат непроменети. За секоја комбинација (NP, F, CR) и за секоја фиксна висина на режење, DE е извршен врз истиот заменски проблем како во главната анализа, со стратегијата DE/rand/1/bin и $G_{\max} = 300$. Табела J.4 ги прикажува сумираните излези на оваа sweep-анализа за секоја комбинација (H, NP, F, CR) .

Табела Ј.4. Резиме на чувствителноста на контролните параметри на DE според висината на режење H и комбинацијата (NP, F, CR)

H (mm)	NP	F	CR	R runs	Ref. α^* (°) [медијана]	Ref. v_x^* (m·min ⁻¹) [медијана]	Фреквенција на еквивалентен оптимум (%)	\hat{R}_{max}^* min (μm)	\hat{R}_{max}^* медијана (μm)	\hat{R}_{max}^* (μm)	n_{fev} медијана	n_{it} медијана	Стапка на успех (%)
20.0	20	0.5	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	416.0	19.5	100.0
20.0	20	0.5	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	406.0	19.0	100.0
20.0	20	0.8	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	526.0	25.0	100.0
20.0	20	0.8	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	496.0	23.5	100.0
20.0	20	1.0	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	616.0	29.5	100.0
20.0	20	1.0	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	626.0	30	100.0
20.0	40	0.5	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	826.0	19.5	100.0
20.0	40	0.5	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	826.0	19.5	100.0
20.0	40	0.8	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1006.0	24.0	100.0
20.0	40	0.8	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1066.0	25.5	100.0
20.0	40	1.0	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1166.0	28.0	100.0
20.0	40	1.0	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1306.0	31.5	100.0
20.0	80	0.5	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1606.0	19.0	100.0
20.0	80	0.5	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	1686.0	20.0	100.0
20.0	80	0.8	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	2206.0	26.5	100.0
20.0	80	0.8	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	2166.0	26.0	100.0
20.0	80	1.0	0.7	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	2566.0	31.0	100.0
20.0	80	1.0	0.9	10	30	3	100.0	98.9407	98.9407	98.9407	2446.0	29.5	100.0
30.0	20	0.5	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	416.0	19.5	100.0
30.0	20	0.5	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	386.0	18.0	100.0
30.0	20	0.8	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	476.0	22.5	100.0
30.0	20	0.8	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	496.0	23.5	100.0
30.0	20	1.0	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	556.0	26.5	100.0

H (mm)	NP	F	CR	R runs	Ref. α^* (°) [медијана]	Ref. v_x^* (m·min ⁻¹) [медијана]	Фреквенција на еквивалентен оптимум (%)	\hat{R}_{max}^* min (μm)	\hat{R}_{max}^* медијана (μm)	\hat{R}_{max}^* (μm)	n_{fev} медијана	n_{it} медијана	Стапка на успех (%)
30.0	20	1.0	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	546.0	26.0	100.0
30.0	40	0.5	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	786.0	18.5	100.0
30.0	40	0.5	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	746.0	17.5	100.0
30.0	40	0.8	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	1026.0	24.5	100.0
30.0	40	0.8	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	966.0	23	100.0
30.0	40	1.0	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	1106.0	26.5	100.0
30.0	40	1.0	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	1226.0	29.5	100.0
30.0	80	0.5	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	1686.0	20.0	100.0
30.0	80	0.5	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	1566.0	18.5	100.0
30.0	80	0.8	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	2126.0	25.5	100.0
30.0	80	0.8	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	2086.0	25.0	100.0
30.0	80	1.0	0.7	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	2366.0	28.5	100.0
30.0	80	1.0	0.9	10	30	3	100.0	130.6800	130.6800	130.6800	2326.0	28.0	100.0
40.0	20	0.5	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	396.0	18.5	100.0
40.0	20	0.5	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	367.5	17.0	100.0
40.0	20	0.8	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	466.0	22.0	100.0
40.0	20	0.8	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	516.0	24.5	100.0
40.0	20	1.0	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	566.0	27.0	100.0
40.0	20	1.0	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	586.0	28.0	100.0
40.0	40	0.5	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	746.0	17.5	100.0
40.0	40	0.5	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	766.0	18.0	100.0
40.0	40	0.8	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1006.0	24.0	100.0
40.0	40	0.8	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1026.0	24.5	100.0
40.0	40	1.0	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1166.0	28.0	100.0
40.0	40	1.0	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1226.0	29.5	100.0

H (mm)	NP	F	CR	R runs	Ref. α^* (°) [медијана]	Ref. v_x^* (m·min ⁻¹) [медијана]	Фреквенција на еквивалентен оптимум (%)	\hat{R}_{max}^* min (μm)	\hat{R}_{max}^* медијана (μm)	\hat{R}_{max}^* (μm)	n_{fev} медијана	n_{it} медијана	Стапка на успех (%)
40.0	80	0.5	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1566.0	18.5	100.0
40.0	80	0.5	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	1526.0	18.0	100.0
40.0	80	0.8	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	2006.0	24.0	100.0
40.0	80	0.8	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	2046.0	24.5	100.0
40.0	80	1.0	0.7	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	2326.0	28.0	100.0
40.0	80	1.0	0.9	10	30	3	100.0	156.1335	156.1335	156.1335	2406.0	29.0	100.0
50.0	20	0.5	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	396.0	18.5	100.0
50.0	20	0.5	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	366.0	17.0	100.0
50.0	20	0.8	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	496.0	23.5	100.0
50.0	20	0.8	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	506.0	24.0	100.0
50.0	20	1.0	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	546.0	26.0	100.0
50.0	20	1.0	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	566.0	27.0	100.0
50.0	40	0.5	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	786.0	18.5	100.0
50.0	40	0.5	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	746.0	17.5	100.0
50.0	40	0.8	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1006.0	24.0	100.0
50.0	40	0.8	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1046.0	25.0	100.0
50.0	40	1.0	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1206.0	29.0	100.0
50.0	40	1.0	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1166.0	28.0	100.0
50.0	80	0.5	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1526.0	18.0	100.0
50.0	80	0.5	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1526.0	18.0	100.0
50.0	80	0.8	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	1966.0	23.5	100.0
50.0	80	0.8	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	2006.0	24.0	100.0
50.0	80	1.0	0.7	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	2326.0	28.0	100.0
50.0	80	1.0	0.9	10	30	3	100.0	167.8728	167.8728	167.8728	2366.0	28.5	100.0

Табела J.5. Целосна трага на извршувањата за систематското варирање на контролните параметри на DE (регистар на ниво на извршување според комбинацијата (**NP, F, CR**), случајното семе и висината на режење **H**).

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	α_{opt} (°)	v_{xopt} (m·min ⁻¹)	\hat{R}_{opt} (μm)	n_{fev}	n_{it}	успех	Порака: Optimization terminated successfully
20	2000	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	326	15	TRUE	Yes
20	2001	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	426	20	TRUE	Yes
20	2002	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	406	19	TRUE	Yes
20	2003	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	426	20	TRUE	Yes
20	2004	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	486	23	TRUE	Yes
20	2005	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	386	18	TRUE	Yes
20	2006	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	526	25	TRUE	Yes
20	2007	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	406	19	TRUE	Yes
20	2008	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	346	16	TRUE	Yes
20	2009	20	20	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	426	20	TRUE	Yes
30	2010	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	366	17	TRUE	Yes
30	2011	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	386	18	TRUE	Yes
30	2012	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	426	20	TRUE	Yes
30	2013	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	466	22	TRUE	Yes
30	2014	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	406	19	TRUE	Yes
30	2015	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	326	15	TRUE	Yes
30	2016	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	446	21	TRUE	Yes
30	2017	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	426	20	TRUE	Yes
30	2018	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	426	20	TRUE	Yes
30	2019	20	20	0.5	0.7	300	30	3	130.68	406	19	TRUE	Yes
40	2020	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	306	14	TRUE	Yes
40	2021	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	466	22	TRUE	Yes
40	2022	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	486	23	TRUE	Yes
40	2023	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	486	23	TRUE	Yes
40	2024	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	386	18	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
40	2025	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	386	18	TRUE	Yes
40	2026	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
40	2027	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	386	18	TRUE	Yes
40	2028	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	366	17	TRUE	Yes
40	2029	20	20	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
50	2030	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	386	18	TRUE	Yes
50	2031	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	346	16	TRUE	Yes
50	2032	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	386	18	TRUE	Yes
50	2033	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	406	19	TRUE	Yes
50	2034	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	426	20	TRUE	Yes
50	2035	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	386	18	TRUE	Yes
50	2036	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	346	16	TRUE	Yes
50	2037	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	406	19	TRUE	Yes
50	2038	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	446	21	TRUE	Yes
50	2039	20	20	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	406	19	TRUE	Yes
20	2040	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	386	18	TRUE	Yes
20	2041	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	446	21	TRUE	Yes
20	2042	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	346	16	TRUE	Yes
20	2043	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	426	20	TRUE	Yes
20	2044	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	446	21	TRUE	Yes
20	2045	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	306	14	TRUE	Yes
20	2046	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	506	24	TRUE	Yes
20	2047	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	366	17	TRUE	Yes
20	2048	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	386	18	TRUE	Yes
20	2049	20	20	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	446	21	TRUE	Yes
30	2050	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	406	19	TRUE	Yes
30	2051	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	346	16	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2052	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	386	18	TRUE	Yes
30	2053	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	326	15	TRUE	Yes
30	2054	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	406	19	TRUE	Yes
30	2055	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	366	17	TRUE	Yes
30	2056	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	406	19	TRUE	Yes
30	2057	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	386	18	TRUE	Yes
30	2058	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	366	17	TRUE	Yes
30	2059	20	20	0.5	0.9	300	30	3	130.68	386	18	TRUE	Yes
40	2060	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	346	16	TRUE	Yes
40	2061	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	349	16	TRUE	Yes
40	2062	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	326	15	TRUE	Yes
40	2063	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
40	2064	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	446	21	TRUE	Yes
40	2065	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	466	22	TRUE	Yes
40	2066	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	326	15	TRUE	Yes
40	2067	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	386	18	TRUE	Yes
40	2068	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	249	11	TRUE	Yes
40	2069	20	20	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	426	20	TRUE	Yes
50	2070	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	326	15	TRUE	Yes
50	2071	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	366	17	TRUE	Yes
50	2072	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	346	16	TRUE	Yes
50	2073	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	406	19	TRUE	Yes
50	2074	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	386	18	TRUE	Yes
50	2075	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	389	18	TRUE	Yes
50	2076	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	349	16	TRUE	Yes
50	2077	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	366	17	TRUE	Yes
50	2078	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	366	17	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
50	2079	20	20	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	426	20	TRUE	Yes
20	2080	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	546	26	TRUE	Yes
20	2081	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	486	23	TRUE	Yes
20	2082	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	666	32	TRUE	Yes
20	2083	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	466	22	TRUE	Yes
20	2084	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	426	20	TRUE	Yes
20	2085	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	706	34	TRUE	Yes
20	2086	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	506	24	TRUE	Yes
20	2087	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	566	27	TRUE	Yes
20	2088	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	626	30	TRUE	Yes
20	2089	20	20	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	466	22	TRUE	Yes
30	2090	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	446	21	TRUE	Yes
30	2091	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	626	30	TRUE	Yes
30	2092	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	466	22	TRUE	Yes
30	2093	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	526	25	TRUE	Yes
30	2094	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	566	27	TRUE	Yes
30	2095	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	566	27	TRUE	Yes
30	2096	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	486	23	TRUE	Yes
30	2097	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	466	22	TRUE	Yes
30	2098	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	426	20	TRUE	Yes
30	2099	20	20	0.8	0.7	300	30	3	130.68	426	20	TRUE	Yes
40	2100	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	466	22	TRUE	Yes
40	2101	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	426	20	TRUE	Yes
40	2102	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	466	22	TRUE	Yes
40	2103	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	566	27	TRUE	Yes
40	2104	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
40	2105	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
40	2106	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	566	27	TRUE	Yes
40	2107	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	446	21	TRUE	Yes
40	2108	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	466	22	TRUE	Yes
40	2109	20	20	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	506	24	TRUE	Yes
50	2110	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	546	26	TRUE	Yes
50	2111	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	526	25	TRUE	Yes
50	2112	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	426	20	TRUE	Yes
50	2113	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	526	25	TRUE	Yes
50	2114	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2115	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	446	21	TRUE	Yes
50	2116	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	566	27	TRUE	Yes
50	2117	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2118	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	466	22	TRUE	Yes
50	2119	20	20	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	506	24	TRUE	Yes
20	2120	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	546	26	TRUE	Yes
20	2121	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	546	26	TRUE	Yes
20	2122	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	506	24	TRUE	Yes
20	2123	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	486	23	TRUE	Yes
20	2124	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	486	23	TRUE	Yes
20	2125	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	486	23	TRUE	Yes
20	2126	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	446	21	TRUE	Yes
20	2127	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	546	26	TRUE	Yes
20	2128	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	446	21	TRUE	Yes
20	2129	20	20	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	526	25	TRUE	Yes
30	2130	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	466	22	TRUE	Yes
30	2131	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	506	24	TRUE	Yes
30	2132	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	506	24	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2133	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	566	27	TRUE	Yes
30	2134	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	486	23	TRUE	Yes
30	2135	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	486	23	TRUE	Yes
30	2136	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	526	25	TRUE	Yes
30	2137	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	406	19	TRUE	Yes
30	2138	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	446	21	TRUE	Yes
30	2139	20	20	0.8	0.9	300	30	3	130.68	566	27	TRUE	Yes
40	2140	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	586	28	TRUE	Yes
40	2141	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	626	30	TRUE	Yes
40	2142	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	586	28	TRUE	Yes
40	2143	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	546	26	TRUE	Yes
40	2144	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
40	2145	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	446	21	TRUE	Yes
40	2146	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	546	26	TRUE	Yes
40	2147	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	486	23	TRUE	Yes
40	2148	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	486	23	TRUE	Yes
40	2149	20	20	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
50	2150	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	506	24	TRUE	Yes
50	2151	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2152	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	526	25	TRUE	Yes
50	2153	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	406	19	TRUE	Yes
50	2154	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	506	24	TRUE	Yes
50	2155	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2156	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	526	25	TRUE	Yes
50	2157	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2158	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	586	28	TRUE	Yes
50	2159	20	20	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	506	24	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2160	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	786	38	TRUE	Yes
20	2161	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	606	29	TRUE	Yes
20	2162	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	506	24	TRUE	Yes
20	2163	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	706	34	TRUE	Yes
20	2164	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	586	28	TRUE	Yes
20	2165	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	626	30	TRUE	Yes
20	2166	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	606	29	TRUE	Yes
20	2167	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	466	22	TRUE	Yes
20	2168	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	686	33	TRUE	Yes
20	2169	20	20	1	0.7	300	30	3	98.9407	666	32	TRUE	Yes
30	2170	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	566	27	TRUE	Yes
30	2171	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	746	36	TRUE	Yes
30	2172	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	466	22	TRUE	Yes
30	2173	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	746	36	TRUE	Yes
30	2174	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	626	30	TRUE	Yes
30	2175	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	446	21	TRUE	Yes
30	2176	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	546	26	TRUE	Yes
30	2177	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	546	26	TRUE	Yes
30	2178	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	506	24	TRUE	Yes
30	2179	20	20	1	0.7	300	30	3	130.68	586	28	TRUE	Yes
40	2180	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	586	28	TRUE	Yes
40	2181	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	646	31	TRUE	Yes
40	2182	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	466	22	TRUE	Yes
40	2183	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	646	31	TRUE	Yes
40	2184	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	546	26	TRUE	Yes
40	2185	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	606	29	TRUE	Yes
40	2186	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	486	23	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
40	2187	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	526	25	TRUE	Yes
40	2188	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	646	31	TRUE	Yes
40	2189	20	20	1	0.7	300	30	3	156.1335	526	25	TRUE	Yes
50	2190	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2191	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	506	24	TRUE	Yes
50	2192	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	546	26	TRUE	Yes
50	2193	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	546	26	TRUE	Yes
50	2194	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	566	27	TRUE	Yes
50	2195	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	526	25	TRUE	Yes
50	2196	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	726	35	TRUE	Yes
50	2197	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	546	26	TRUE	Yes
50	2198	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2199	20	20	1	0.7	300	30	3	167.8728	546	26	TRUE	Yes
20	2200	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	726	35	TRUE	Yes
20	2201	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	626	30	TRUE	Yes
20	2202	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	526	25	TRUE	Yes
20	2203	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	686	33	TRUE	Yes
20	2204	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	546	26	TRUE	Yes
20	2205	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	566	27	TRUE	Yes
20	2206	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	626	30	TRUE	Yes
20	2207	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	746	36	TRUE	Yes
20	2208	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	586	28	TRUE	Yes
20	2209	20	20	1	0.9	300	30	3	98.9407	646	31	TRUE	Yes
30	2210	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	606	29	TRUE	Yes
30	2211	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	766	37	TRUE	Yes
30	2212	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	486	23	TRUE	Yes
30	2213	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	506	24	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2214	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	626	30	TRUE	Yes
30	2215	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	486	23	TRUE	Yes
30	2216	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	706	34	TRUE	Yes
30	2217	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	566	27	TRUE	Yes
30	2218	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	506	24	TRUE	Yes
30	2219	20	20	1	0.9	300	30	3	130.68	526	25	TRUE	Yes
40	2220	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	406	19	TRUE	Yes
40	2221	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	526	25	TRUE	Yes
40	2222	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	646	31	TRUE	Yes
40	2223	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	526	25	TRUE	Yes
40	2224	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	646	31	TRUE	Yes
40	2225	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	546	26	TRUE	Yes
40	2226	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	746	36	TRUE	Yes
40	2227	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	586	28	TRUE	Yes
40	2228	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	606	29	TRUE	Yes
40	2229	20	20	1	0.9	300	30	3	156.1335	586	28	TRUE	Yes
50	2230	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	646	31	TRUE	Yes
50	2231	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	509	24	TRUE	Yes
50	2232	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	706	34	TRUE	Yes
50	2233	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	626	30	TRUE	Yes
50	2234	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	546	26	TRUE	Yes
50	2235	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	566	27	TRUE	Yes
50	2236	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	486	23	TRUE	Yes
50	2237	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	506	24	TRUE	Yes
50	2238	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	566	27	TRUE	Yes
50	2239	20	20	1	0.9	300	30	3	167.8728	726	35	TRUE	Yes
20	2240	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	806	19	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2241	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	846	20	TRUE	Yes
20	2242	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	886	21	TRUE	Yes
20	2243	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	766	18	TRUE	Yes
20	2244	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes
20	2245	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	886	21	TRUE	Yes
20	2246	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	806	19	TRUE	Yes
20	2247	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	766	18	TRUE	Yes
20	2248	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	886	21	TRUE	Yes
20	2249	40	40	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	766	18	TRUE	Yes
30	2250	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	846	20	TRUE	Yes
30	2251	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	726	17	TRUE	Yes
30	2252	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2253	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	846	20	TRUE	Yes
30	2254	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2255	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2256	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	806	19	TRUE	Yes
30	2257	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2258	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	886	21	TRUE	Yes
30	2259	40	40	0.5	0.7	300	30	3	130.68	846	20	TRUE	Yes
40	2260	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2261	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2262	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	686	16	TRUE	Yes
40	2263	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	886	21	TRUE	Yes
40	2264	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	686	16	TRUE	Yes
40	2265	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	726	17	TRUE	Yes
40	2266	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	846	20	TRUE	Yes
40	2267	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	726	17	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
40	2268	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	806	19	TRUE	Yes
40	2269	40	40	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	726	17	TRUE	Yes
50	2270	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	766	18	TRUE	Yes
50	2271	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	726	17	TRUE	Yes
50	2272	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	926	22	TRUE	Yes
50	2273	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	766	18	TRUE	Yes
50	2274	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	766	18	TRUE	Yes
50	2275	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	806	19	TRUE	Yes
50	2276	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	766	18	TRUE	Yes
50	2277	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	846	20	TRUE	Yes
50	2278	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	806	19	TRUE	Yes
50	2279	40	40	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	806	19	TRUE	Yes
20	2280	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	846	20	TRUE	Yes
20	2281	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	806	19	TRUE	Yes
20	2282	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	846	20	TRUE	Yes
20	2283	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	726	17	TRUE	Yes
20	2284	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	766	18	TRUE	Yes
20	2285	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	806	19	TRUE	Yes
20	2286	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	846	20	TRUE	Yes
20	2287	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	886	21	TRUE	Yes
20	2288	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	886	21	TRUE	Yes
20	2289	40	40	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	806	19	TRUE	Yes
30	2290	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	806	19	TRUE	Yes
30	2291	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	606	14	TRUE	Yes
30	2292	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	686	16	TRUE	Yes
30	2293	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2294	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2295	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	646	15	TRUE	Yes
30	2296	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2297	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	766	18	TRUE	Yes
30	2298	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	686	16	TRUE	Yes
30	2299	40	40	0.5	0.9	300	30	3	130.68	726	17	TRUE	Yes
40	2300	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	726	17	TRUE	Yes
40	2301	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2302	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2303	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	686	16	TRUE	Yes
40	2304	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2305	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2306	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2307	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2308	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	846	20	TRUE	Yes
40	2309	40	40	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
50	2310	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	726	17	TRUE	Yes
50	2311	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	846	20	TRUE	Yes
50	2312	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	646	15	TRUE	Yes
50	2313	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	726	17	TRUE	Yes
50	2314	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	846	20	TRUE	Yes
50	2315	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	766	18	TRUE	Yes
50	2316	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	726	17	TRUE	Yes
50	2317	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	686	16	TRUE	Yes
50	2318	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	806	19	TRUE	Yes
50	2319	40	40	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	766	18	TRUE	Yes
20	2320	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes
20	2321	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	926	22	TRUE	Yes

H (mm)	seed	NP_{target}	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2322	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
20	2323	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	926	22	TRUE	Yes
20	2324	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	1206	29	TRUE	Yes
20	2325	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2326	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
20	2327	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	1006	24	TRUE	Yes
20	2328	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	926	22	TRUE	Yes
20	2329	40	40	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	926	22	TRUE	Yes
30	2330	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1126	27	TRUE	Yes
30	2331	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1046	25	TRUE	Yes
30	2332	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1126	27	TRUE	Yes
30	2333	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1006	24	TRUE	Yes
30	2334	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1006	24	TRUE	Yes
30	2335	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1206	29	TRUE	Yes
30	2336	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1006	24	TRUE	Yes
30	2337	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	886	21	TRUE	Yes
30	2338	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1006	24	TRUE	Yes
30	2339	40	40	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1086	26	TRUE	Yes
40	2340	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2341	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2342	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2343	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	926	22	TRUE	Yes
40	2344	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes
40	2345	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	966	23	TRUE	Yes
40	2346	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes
40	2347	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes
40	2348	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1086	26	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
40	2349	40	40	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1086	26	TRUE	Yes
50	2350	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	926	22	TRUE	Yes
50	2351	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes
50	2352	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes
50	2353	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes
50	2354	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes
50	2355	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes
50	2356	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes
50	2357	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes
50	2358	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes
50	2359	40	40	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes
20	2360	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1046	25	TRUE	Yes
20	2361	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
20	2362	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1046	25	TRUE	Yes
20	2363	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1046	25	TRUE	Yes
20	2364	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
20	2365	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1046	25	TRUE	Yes
20	2366	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1126	27	TRUE	Yes
20	2367	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
20	2368	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1046	25	TRUE	Yes
20	2369	40	40	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
30	2370	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	806	19	TRUE	Yes
30	2371	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	1086	26	TRUE	Yes
30	2372	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	886	21	TRUE	Yes
30	2373	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	846	20	TRUE	Yes
30	2374	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	1086	26	TRUE	Yes
30	2375	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	1006	24	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2376	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	1046	25	TRUE	Yes
30	2377	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	926	22	TRUE	Yes
30	2378	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	1126	27	TRUE	Yes
30	2379	40	40	0.8	0.9	300	30	3	130.68	886	21	TRUE	Yes
40	2380	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	766	18	TRUE	Yes
40	2381	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2382	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2383	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes
40	2384	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1086	26	TRUE	Yes
40	2385	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	886	21	TRUE	Yes
40	2386	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1086	26	TRUE	Yes
40	2387	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes
40	2388	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2389	40	40	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1006	24	TRUE	Yes
50	2390	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	886	21	TRUE	Yes
50	2391	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes
50	2392	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	886	21	TRUE	Yes
50	2393	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes
50	2394	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	966	23	TRUE	Yes
50	2395	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1006	24	TRUE	Yes
50	2396	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes
50	2397	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2398	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1206	29	TRUE	Yes
50	2399	40	40	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1086	26	TRUE	Yes
20	2400	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1086	26	TRUE	Yes
20	2401	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2402	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1246	30	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2403	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2404	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2405	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2406	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2407	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1286	31	TRUE	Yes
20	2408	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1326	32	TRUE	Yes
20	2409	40	40	1	0.7	300	30	3	98.9407	1406	34	TRUE	Yes
30	2410	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	966	23	TRUE	Yes
30	2411	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1166	28	TRUE	Yes
30	2412	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1086	26	TRUE	Yes
30	2413	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	926	22	TRUE	Yes
30	2414	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1046	25	TRUE	Yes
30	2415	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1446	35	TRUE	Yes
30	2416	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	966	23	TRUE	Yes
30	2417	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1126	27	TRUE	Yes
30	2418	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1246	30	TRUE	Yes
30	2419	40	40	1	0.7	300	30	3	130.68	1246	30	TRUE	Yes
40	2420	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1166	28	TRUE	Yes
40	2421	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1126	27	TRUE	Yes
40	2422	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1166	28	TRUE	Yes
40	2423	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1286	31	TRUE	Yes
40	2424	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1166	28	TRUE	Yes
40	2425	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1366	33	TRUE	Yes
40	2426	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1086	26	TRUE	Yes
40	2427	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1246	30	TRUE	Yes
40	2428	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2429	40	40	1	0.7	300	30	3	156.1335	1286	31	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
50	2430	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2431	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1046	25	TRUE	Yes
50	2432	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1246	30	TRUE	Yes
50	2433	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1206	29	TRUE	Yes
50	2434	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1206	29	TRUE	Yes
50	2435	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1246	30	TRUE	Yes
50	2436	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1206	29	TRUE	Yes
50	2437	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2438	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1206	29	TRUE	Yes
50	2439	40	40	1	0.7	300	30	3	167.8728	1286	31	TRUE	Yes
20	2440	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1326	32	TRUE	Yes
20	2441	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1366	33	TRUE	Yes
20	2442	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1206	29	TRUE	Yes
20	2443	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1246	30	TRUE	Yes
20	2444	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1166	28	TRUE	Yes
20	2445	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1246	30	TRUE	Yes
20	2446	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1326	32	TRUE	Yes
20	2447	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1406	34	TRUE	Yes
20	2448	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1366	33	TRUE	Yes
20	2449	40	40	1	0.9	300	30	3	98.9407	1286	31	TRUE	Yes
30	2450	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1166	28	TRUE	Yes
30	2451	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1286	31	TRUE	Yes
30	2452	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1246	30	TRUE	Yes
30	2453	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1246	30	TRUE	Yes
30	2454	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1166	28	TRUE	Yes
30	2455	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1326	32	TRUE	Yes
30	2456	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1206	29	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2457	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1006	24	TRUE	Yes
30	2458	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1446	35	TRUE	Yes
30	2459	40	40	1	0.9	300	30	3	130.68	1126	27	TRUE	Yes
40	2460	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1326	32	TRUE	Yes
40	2461	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1246	30	TRUE	Yes
40	2462	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	966	23	TRUE	Yes
40	2463	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1126	27	TRUE	Yes
40	2464	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1206	29	TRUE	Yes
40	2465	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1046	25	TRUE	Yes
40	2466	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1206	29	TRUE	Yes
40	2467	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1246	30	TRUE	Yes
40	2468	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1246	30	TRUE	Yes
40	2469	40	40	1	0.9	300	30	3	156.1335	1286	31	TRUE	Yes
50	2470	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1206	29	TRUE	Yes
50	2471	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2472	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1166	28	TRUE	Yes
50	2473	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2474	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2475	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1166	28	TRUE	Yes
50	2476	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1286	31	TRUE	Yes
50	2477	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1126	27	TRUE	Yes
50	2478	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1286	31	TRUE	Yes
50	2479	40	40	1	0.9	300	30	3	167.8728	1166	28	TRUE	Yes
20	2480	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1766	21	TRUE	Yes
20	2481	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1606	19	TRUE	Yes
20	2482	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1606	19	TRUE	Yes
20	2483	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1526	18	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2484	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1686	20	TRUE	Yes
20	2485	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1846	22	TRUE	Yes
20	2486	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1606	19	TRUE	Yes
20	2487	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1766	21	TRUE	Yes
20	2488	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1606	19	TRUE	Yes
20	2489	80	80	0.5	0.7	300	30	3	98.9407	1606	19	TRUE	Yes
30	2490	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1926	23	TRUE	Yes
30	2491	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1686	20	TRUE	Yes
30	2492	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1606	19	TRUE	Yes
30	2493	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1686	20	TRUE	Yes
30	2494	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1686	20	TRUE	Yes
30	2495	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1926	23	TRUE	Yes
30	2496	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1686	20	TRUE	Yes
30	2497	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1446	17	TRUE	Yes
30	2498	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1606	19	TRUE	Yes
30	2499	80	80	0.5	0.7	300	30	3	130.68	1686	20	TRUE	Yes
40	2500	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1446	17	TRUE	Yes
40	2501	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1446	17	TRUE	Yes
40	2502	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1686	20	TRUE	Yes
40	2503	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1606	19	TRUE	Yes
40	2504	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1446	17	TRUE	Yes
40	2505	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1526	18	TRUE	Yes
40	2506	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1686	20	TRUE	Yes
40	2507	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1606	19	TRUE	Yes
40	2508	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1606	19	TRUE	Yes
40	2509	80	80	0.5	0.7	300	30	3	156.1335	1526	18	TRUE	Yes
50	2510	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1846	22	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
50	2511	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1606	19	TRUE	Yes
50	2512	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2513	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2514	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1446	17	TRUE	Yes
50	2515	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2516	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1686	20	TRUE	Yes
50	2517	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1606	19	TRUE	Yes
50	2518	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2519	80	80	0.5	0.7	300	30	3	167.8728	1446	17	TRUE	Yes
20	2520	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1686	20	TRUE	Yes
20	2521	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1846	22	TRUE	Yes
20	2522	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1686	20	TRUE	Yes
20	2523	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1606	19	TRUE	Yes
20	2524	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1526	18	TRUE	Yes
20	2525	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1766	21	TRUE	Yes
20	2526	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1686	20	TRUE	Yes
20	2527	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1526	18	TRUE	Yes
20	2528	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1686	20	TRUE	Yes
20	2529	80	80	0.5	0.9	300	30	3	98.9407	1766	21	TRUE	Yes
30	2530	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1686	20	TRUE	Yes
30	2531	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1766	21	TRUE	Yes
30	2532	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1526	18	TRUE	Yes
30	2533	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1526	18	TRUE	Yes
30	2534	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1766	21	TRUE	Yes
30	2535	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1606	19	TRUE	Yes
30	2536	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1766	21	TRUE	Yes
30	2537	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1526	18	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2538	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1526	18	TRUE	Yes
30	2539	80	80	0.5	0.9	300	30	3	130.68	1446	17	TRUE	Yes
40	2540	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1526	18	TRUE	Yes
40	2541	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1526	18	TRUE	Yes
40	2542	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1446	17	TRUE	Yes
40	2543	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1526	18	TRUE	Yes
40	2544	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1606	19	TRUE	Yes
40	2545	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1446	17	TRUE	Yes
40	2546	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1686	20	TRUE	Yes
40	2547	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1446	17	TRUE	Yes
40	2548	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1686	20	TRUE	Yes
40	2549	80	80	0.5	0.9	300	30	3	156.1335	1606	19	TRUE	Yes
50	2550	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2551	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2552	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2553	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2554	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2555	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1446	17	TRUE	Yes
50	2556	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1686	20	TRUE	Yes
50	2557	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1526	18	TRUE	Yes
50	2558	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1446	17	TRUE	Yes
50	2559	80	80	0.5	0.9	300	30	3	167.8728	1446	17	TRUE	Yes
20	2560	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2006	24	TRUE	Yes
20	2561	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2326	28	TRUE	Yes
20	2562	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2166	26	TRUE	Yes
20	2563	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2406	29	TRUE	Yes
20	2564	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2246	27	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2565	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2326	28	TRUE	Yes
20	2566	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2086	25	TRUE	Yes
20	2567	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2166	26	TRUE	Yes
20	2568	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2006	24	TRUE	Yes
20	2569	80	80	0.8	0.7	300	30	3	98.9407	2246	27	TRUE	Yes
30	2570	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2166	26	TRUE	Yes
30	2571	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1766	21	TRUE	Yes
30	2572	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1846	22	TRUE	Yes
30	2573	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2086	25	TRUE	Yes
30	2574	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	1766	21	TRUE	Yes
30	2575	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2166	26	TRUE	Yes
30	2576	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2577	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2006	24	TRUE	Yes
30	2578	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes
30	2579	80	80	0.8	0.7	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
40	2580	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	2006	24	TRUE	Yes
40	2581	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	2006	24	TRUE	Yes
40	2582	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1926	23	TRUE	Yes
40	2583	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	2006	24	TRUE	Yes
40	2584	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	2086	25	TRUE	Yes
40	2585	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1926	23	TRUE	Yes
40	2586	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1926	23	TRUE	Yes
40	2587	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	2006	24	TRUE	Yes
40	2588	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	2166	26	TRUE	Yes
40	2589	80	80	0.8	0.7	300	30	3	156.1335	1926	23	TRUE	Yes
50	2590	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	2006	24	TRUE	Yes
50	2591	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes

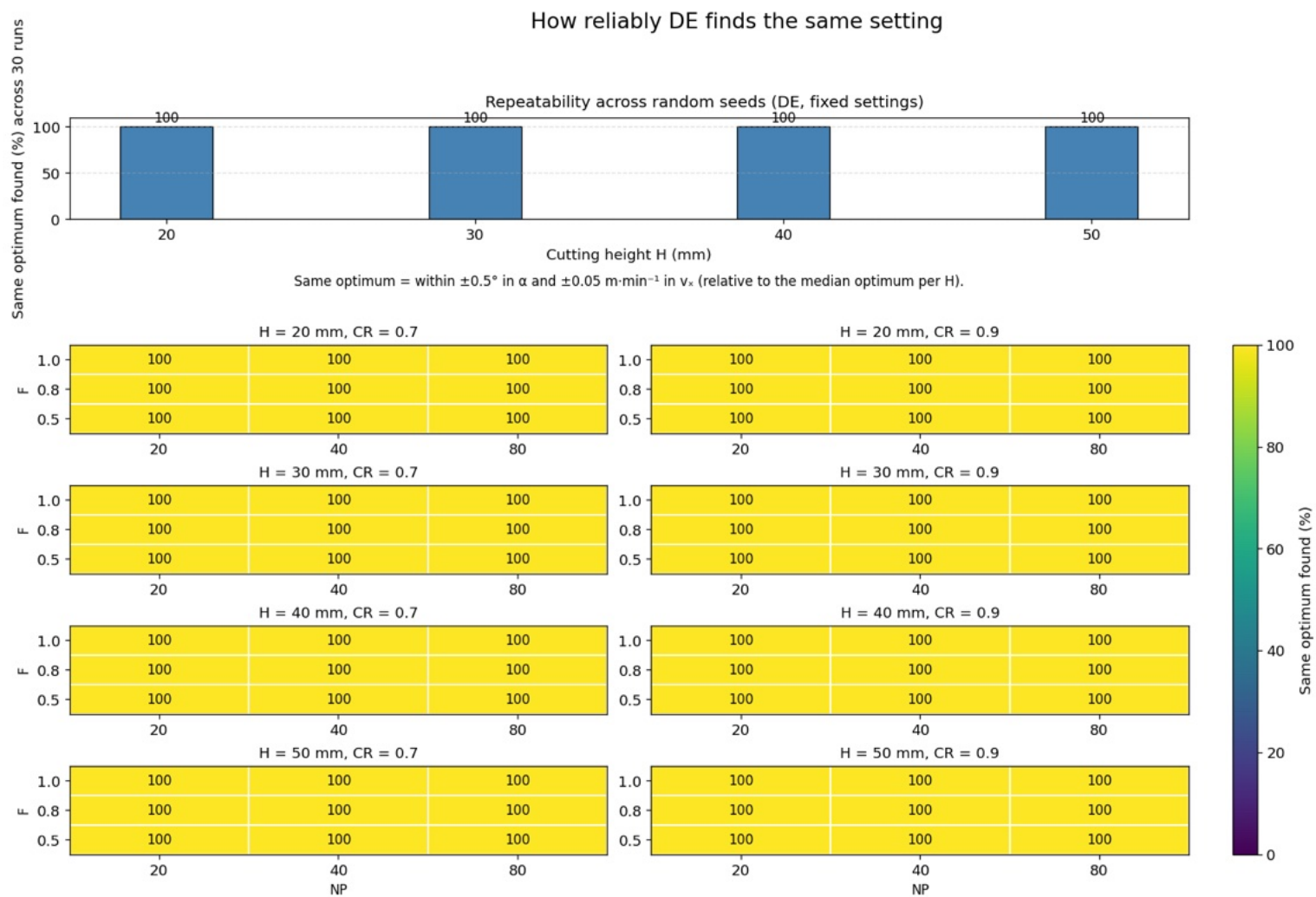
H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
50	2592	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1926	23	TRUE	Yes
50	2593	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1926	23	TRUE	Yes
50	2594	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1846	22	TRUE	Yes
50	2595	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1846	22	TRUE	Yes
50	2596	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	2086	25	TRUE	Yes
50	2597	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	2006	24	TRUE	Yes
50	2598	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	1846	22	TRUE	Yes
50	2599	80	80	0.8	0.7	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes
20	2600	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2246	27	TRUE	Yes
20	2601	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2326	28	TRUE	Yes
20	2602	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2006	24	TRUE	Yes
20	2603	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2006	24	TRUE	Yes
20	2604	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2246	27	TRUE	Yes
20	2605	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2606	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2166	26	TRUE	Yes
20	2607	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2006	24	TRUE	Yes
20	2608	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2166	26	TRUE	Yes
20	2609	80	80	0.8	0.9	300	30	3	98.9407	2166	26	TRUE	Yes
30	2610	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	1846	22	TRUE	Yes
30	2611	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2006	24	TRUE	Yes
30	2612	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2006	24	TRUE	Yes
30	2613	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2166	26	TRUE	Yes
30	2614	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2006	24	TRUE	Yes
30	2615	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2086	25	TRUE	Yes
30	2616	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2086	25	TRUE	Yes
30	2617	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2086	25	TRUE	Yes
30	2618	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
30	2619	80	80	0.8	0.9	300	30	3	130.68	2086	25	TRUE	Yes
40	2620	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	2086	25	TRUE	Yes
40	2621	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	2166	26	TRUE	Yes
40	2622	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1926	23	TRUE	Yes
40	2623	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1846	22	TRUE	Yes
40	2624	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1926	23	TRUE	Yes
40	2625	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	2166	26	TRUE	Yes
40	2626	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	2166	26	TRUE	Yes
40	2627	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	2086	25	TRUE	Yes
40	2628	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	2006	24	TRUE	Yes
40	2629	80	80	0.8	0.9	300	30	3	156.1335	1846	22	TRUE	Yes
50	2630	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1846	22	TRUE	Yes
50	2631	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	2246	27	TRUE	Yes
50	2632	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	2006	24	TRUE	Yes
50	2633	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1926	23	TRUE	Yes
50	2634	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	2326	28	TRUE	Yes
50	2635	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes
50	2636	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	2006	24	TRUE	Yes
50	2637	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	2086	25	TRUE	Yes
50	2638	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1926	23	TRUE	Yes
50	2639	80	80	0.8	0.9	300	30	3	167.8728	1846	22	TRUE	Yes
20	2640	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2641	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2726	33	TRUE	Yes
20	2642	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2643	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2406	29	TRUE	Yes
20	2644	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2486	30	TRUE	Yes
20	2645	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
20	2646	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2647	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2648	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2486	30	TRUE	Yes
20	2649	80	80	1	0.7	300	30	3	98.9407	2166	26	TRUE	Yes
30	2650	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2406	29	TRUE	Yes
30	2651	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2566	31	TRUE	Yes
30	2652	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2653	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes
30	2654	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes
30	2655	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2566	31	TRUE	Yes
30	2656	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2657	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes
30	2658	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2566	31	TRUE	Yes
30	2659	80	80	1	0.7	300	30	3	130.68	2486	30	TRUE	Yes
40	2660	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2166	26	TRUE	Yes
40	2661	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2326	28	TRUE	Yes
40	2662	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
40	2663	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2246	27	TRUE	Yes
40	2664	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
40	2665	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2326	28	TRUE	Yes
40	2666	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2326	28	TRUE	Yes
40	2667	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2166	26	TRUE	Yes
40	2668	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
40	2669	80	80	1	0.7	300	30	3	156.1335	2086	25	TRUE	Yes
50	2670	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2486	30	TRUE	Yes
50	2671	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2486	30	TRUE	Yes
50	2672	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2246	27	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
50	2673	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2326	28	TRUE	Yes
50	2674	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2406	29	TRUE	Yes
50	2675	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2326	28	TRUE	Yes
50	2676	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2326	28	TRUE	Yes
50	2677	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2326	28	TRUE	Yes
50	2678	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes
50	2679	80	80	1	0.7	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes
20	2680	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2406	29	TRUE	Yes
20	2681	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2406	29	TRUE	Yes
20	2682	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2683	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2646	32	TRUE	Yes
20	2684	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2486	30	TRUE	Yes
20	2685	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2566	31	TRUE	Yes
20	2686	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2326	28	TRUE	Yes
20	2687	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2406	29	TRUE	Yes
20	2688	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2486	30	TRUE	Yes
20	2689	80	80	1	0.9	300	30	3	98.9407	2406	29	TRUE	Yes
30	2690	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2691	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2726	33	TRUE	Yes
30	2692	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2693	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2406	29	TRUE	Yes
30	2694	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2695	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes
30	2696	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2326	28	TRUE	Yes
30	2697	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2406	29	TRUE	Yes
30	2698	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2486	30	TRUE	Yes
30	2699	80	80	1	0.9	300	30	3	130.68	2246	27	TRUE	Yes

H (mm)	seed	$ NP_{\text{target}} $	NP_{used}	F	CR	G_{max}	$\alpha_{\text{opt}} (^{\circ})$	$v_{\text{xopt}} (\text{m}\cdot\text{min}^{-1})$	$\hat{R}_{\text{opt}} (\mu\text{m})$	n_{fev}	n_{it}	успех	Попака: Optimization terminated successfully
40	2700	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
40	2701	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2566	31	TRUE	Yes
40	2702	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2006	24	TRUE	Yes
40	2703	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
40	2704	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2326	28	TRUE	Yes
40	2705	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2486	30	TRUE	Yes
40	2706	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2246	27	TRUE	Yes
40	2707	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
40	2708	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2566	31	TRUE	Yes
40	2709	80	80	1	0.9	300	30	3	156.1335	2406	29	TRUE	Yes
50	2710	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes
50	2711	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2566	31	TRUE	Yes
50	2712	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2486	30	TRUE	Yes
50	2713	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2086	25	TRUE	Yes
50	2714	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2166	26	TRUE	Yes
50	2715	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2326	28	TRUE	Yes
50	2716	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2566	31	TRUE	Yes
50	2717	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2086	25	TRUE	Yes
50	2718	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2486	30	TRUE	Yes
50	2719	80	80	1	0.9	300	30	3	167.8728	2406	29	TRUE	Yes



Слика J.1. Репродуцибилност на оптимизаторот за избор на кандидат-параметри на режење (контрола на робусноста на решавачот).

Панелот А го прикажува процентот на извршувања ($R = 30$ за секое H) што ја враќаат истата препорачана конфигурација (α^*, v_x^*), во рамките на толеранцијата на еквиваленција $|\Delta\alpha^*| \leq 0.5^\circ, |\Delta v_x^*| \leq 0.05 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. Панелот В ја сумира фреквенцијата на еквивалентниот кандидатски минимум низ целата мрежа на параметри (NP, F, CR).

Ј.6. Толкување и ограничувања

Резултатите од овој прилог ја поддржуваат нумеричката стабилност на DE-оптимизаторот за фиксен заменски модел и во рамките на декларираниите граници на пребарувањето. Оваа стабилност се толкува како својство на решавачот над фиксен оптимизациски проблем, а не како физичка валидација на минимум-кандидат конфигурацијата. Бидејќи минимумот се наоѓа на границата на испитаниот домен, повторената конвергенција кон истото решение може делумно да ја одразува геометријата на PRM-3 површината во зададените граници.

Ј.7. Интерпретативен статус на овој прилог

Овој прилог не прикажува нови емпириски резултати за физичкиот процес на режење. Тој ја документира нумеричката репродукцибилност и чувствителноста на оптимизаторот употребен за минимизација на PRM-3 и ја поддржува пресметковната ревизибилност на резултатите прикажани во главните поглавја. Затоа, материјалот се чита како доказ за стабилноста на решавачот, а не како потврда на физички или производствен оптимум.

Прилог К. Python код (пакет за репродукцибилност)

Прилог К ги содржи минималните Python-скрипти за репродуцирање на табелите и фигурите од финалните исчистени збирки на податоци. Прилогот е процедурален и служи како техничка документација на пакетот за репродукцибилност.

Освен кога е поинаку наведено, скриптите работат врз финалните конфигурациски податоци и ги експортираат излезите како `.csv` или `.png` според имињата определени во кодот. Постапките со случајност користат фиксни семиња кога тоа е специфицирано. Ако името или патеката на збирката на податоци се промени, се ажурира само константата `DATA_PATH` или `CSV_PATH`.

К.1. PRM-3 според аголот OOS: табели „измерено наспроти предвидено“ (тест-поделба според α)

Овој чекор ги генерира PRM-3 табелите „измерено наспроти предвидено“ за фиксниот OOS-дизајн според аголот, при што за секое α_{test} се остава надвор едно ниво на аголот ($n_{test} = 12$). За секоја поделба, скриптата ја приспособува скалата само врз `train`-подмножеството, го применува моделот врз соодветното `test`-подмножество и извезува табела со ревизиско резиме.

Скриптата ја користи ограничената PRM-3 база декларираниа во Секција А.2.

Излези:

- `PRM3_measured_vs_predicted_by_angle/measured_vs_predicted_a{\alpha}.csv` — по една датотека за секоја тест-поделба
- `PRM3_measured_vs_predicted_by_angle/PRM3_measured_vs_predicted_index.csv` — ревизиско резиме со n_{test} и точкестите метрики за секоја тест-поделба

```

# =====

import pandas as pd
import numpy as np
from pathlib import Path

from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.metrics import mean_absolute_error, mean_squared_error

# -----
# Settings
# -----

ANGLES = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]
EXPECTED_N_TEST = 12
EPS = 1e-9

BASE_DIR = Path("/content") # change to Path(".") if running locally
OUT_DIR = BASE_DIR / "PRM3_measured_vs_predicted_by_angle"
OUT_DIR.mkdir(parents=True, exist_ok=True)

REQUIRED_COLS = {"alpha", "H", "vx", "Rmax"}

def r2_manual(y_true: np.ndarray, y_pred: np.ndarray) -> float:
    y_true = np.asarray(y_true, dtype=float)
    y_pred = np.asarray(y_pred, dtype=float)
    ss_res = np.sum((y_true - y_pred) ** 2)
    ss_tot = np.sum((y_true - np.mean(y_true)) ** 2)
    return 0.0 if ss_tot == 0 else 1.0 - (ss_res / ss_tot)

def mape_safe(y_true: np.ndarray, y_pred: np.ndarray, eps: float = EPS) ->
float:
    y_true = np.asarray(y_true, dtype=float)
    y_pred = np.asarray(y_pred, dtype=float)

```

```

denom = np.maximum(np.abs(y_true), eps)
return np.mean(np.abs((y_true - y_pred) / denom)) * 100.0

def build_prm3_restricted(X_scaled: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    Restricted PRM-3 basis for scaled predictors [alpha, H, vx]:

    b0
    b1*a + b2*h + b3*v
    b4*a^2 + b5*h^2 + b6*v^2
    b7*a^3 + b8*h^3 + b9*v^3
    b10*a*h + b11*a*v + b12*h*v

    Total columns = 13:
    1 intercept
    3 linear terms
    3 quadratic terms
    3 cubic terms
    3 two-way interaction terms
    """
    a = X_scaled[:, 0]
    h = X_scaled[:, 1]
    v = X_scaled[:, 2]

    # Total columns = 13 (intercept + 12 restricted PRM-3 terms)
    return np.column_stack([
        np.ones(len(X_scaled)), # intercept
        a, h, v,
        a**2, h**2, v**2,
        a**3, h**3, v**3,
        a * h, a * v, h * v
    ])

```

```

results = []

for a_test in ANGLES:
    train_path = BASE_DIR / f"training_data_a{a_test}.csv"
    val_path = BASE_DIR / f"validation_data_a{a_test}.csv"

    if not train_path.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing train split: {train_path}")
    if not val_path.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing validation split: {val_path}")

    train = pd.read_csv(train_path)
    val = pd.read_csv(val_path)

    # Column checks
    miss_tr = REQUIRED_COLS - set(train.columns)
    miss_va = REQUIRED_COLS - set(val.columns)
    if miss_tr:
        raise ValueError(f" $\alpha$ ={a_test}: training file missing columns:
{miss_tr}")
    if miss_va:
        raise ValueError(f" $\alpha$ ={a_test}: validation file missing columns:
{miss_va}")

    # Protocol checks
    if not (val["alpha"] == a_test).all():
        raise ValueError(
            f" $\alpha$ ={a_test}: validation_data contains  $\alpha$  values other than
{a_test}."
        )
    if (train["alpha"] == a_test).any():
        raise ValueError(
            f" $\alpha$ ={a_test}: training_data contains  $\alpha$ ={a_test} rows
(leakage)."
        )

```

```

n_test = len(val)
if n_test != EXPECTED_N_TEST:
    raise ValueError(
        f"α={a_test}: n_test={n_test}, expected {EXPECTED_N_TEST}.
Split mismatch."
    )

# Predictors / target
X_train = train[["alpha", "H", "vx"]].to_numpy(dtype=float)
y_train = train["Rmax"].to_numpy(dtype=float)

X_val = val[["alpha", "H", "vx"]].to_numpy(dtype=float)
y_val = val["Rmax"].to_numpy(dtype=float)

# Training-only scaling
scaler = MinMaxScaler()
X_train_s = scaler.fit_transform(X_train)
X_val_s = scaler.transform(X_val)

# Restricted PRM-3 features
X_train_p = build_prm3_restricted(X_train_s)
X_val_p = build_prm3_restricted(X_val_s)

# Fit restricted OLS
# Intercept is already included in the design matrix
model = LinearRegression(fit_intercept=False)
model.fit(X_train_p, y_train)
y_pred = model.predict(X_val_p)

# OOS metrics
mae = mean_absolute_error(y_val, y_pred)
rmse = float(np.sqrt(mean_squared_error(y_val, y_pred)))
r2 = float(r2_manual(y_val, y_pred))
mape = float(mape_safe(y_val, y_pred))

```

```

# Export measured vs predicted table
out_df = val.copy()
out_df["Rmax_pred"] = y_pred
out_df["e"] = out_df["Rmax"] - out_df["Rmax_pred"]
out_df["Abs_Error"] = out_df["e"].abs()
out_df = out_df.sort_values(["H", "vx"]).reset_index(drop=True)

out_file = OUT_DIR / f"measured_vs_predicted_a{a_test}.csv"
out_df.to_csv(out_file, index=False)

results.append({
    "α_test (°)": a_test,
    "n_test": n_test,
    "MAE (µm)": mae,
    "RMSE (µm)": rmse,
    "R² (manual)": r2,
    "MAPE (%)": mape,
    "file": out_file.name,
})

print(
    f"✓ α_test={a_test}° | n_test={n_test} | saved {out_file.name} | "
    f"MAE={mae:.2f} | RMSE={rmse:.2f} | R²={r2:.4f} | MAPE={mape:.2f}%"
)

summary_df = pd.DataFrame(results).sort_values("α_test (°)")
summary_path = OUT_DIR / "PRM3_measured_vs_predicted_index.csv"
summary_df.to_csv(summary_path, index=False)

print("\n=== Index (all holdouts) ===")
print(summary_df.round(4).to_string(index=False))
print(f"\n✓ Saved index: {summary_path}")
print(f" Output folder: {OUT_DIR.resolve()}")

```

К.1.1. Дијагностички графици „измерено наспроти предвидено“ OOS според аголот

Овој чекор ги чита CSV-датотеките од К.1 и извезува по една дијагностичка фигура за секоја OOS-поделба според аголот. Излезите од овој чекор ја обезбедуваат графичката основа за дијагностичките прикази на PRM-3 по агол.

```
# =====
# L.1a - Optional diagnostic Figures
# Reads L.1 CSV outputs:
#   PRM3_measured_vs_predicted_by_angle/measured_vs_predicted_a{α}.csv
# Exports:
#   PRM3_measured_vs_predicted_by_angle/Figura_PRM3_OOS_alpha{α}.png
# =====

import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pathlib import Path

# Portable base directory:
# - In Colab, set BASE_DIR = Path("/content")
# - Locally, keep BASE_DIR = Path(".")
BASE_DIR = Path("/content") # change to Path(".") if running locally

DATA_DIR = BASE_DIR / "PRM3_measured_vs_predicted_by_angle"
ANGLES = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]

tables = {}

for a in ANGLES:
    p = DATA_DIR / f"measured_vs_predicted_a{a}.csv"
    if not p.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing: {p} (run J.1 first).")

    df = pd.read_csv(p)

    required = {"Rmax", "Rmax_pred", "H", "vx"}
```

```

missing = required - set(df.columns)

if missing:
    raise ValueError(f"{p.name} missing columns: {missing}. Found:
{list(df.columns)}")

# Ensure deterministic order (safe even if already sorted)
df = df.sort_values(["H", "vx"]).reset_index(drop=True)

tables[a] = df

# Common y-limits across angles
all_y = np.concatenate([np.r_[tables[a]["Rmax"].values,
tables[a]["Rmax_pred"].values] for a in ANGLES])
ymin = float(np.floor(all_y.min() - 5))
ymax = float(np.ceil(all_y.max() + 5))

for a, df in tables.items():
    x = np.arange(len(df))

    plt.Figura(figsize=(9, 5))
    plt.plot(x, df["Rmax"], "o-", linewidth=2, markersize=6,
             label=r"$\bar{R}_{\max}$ (measured)")
    plt.plot(x, df["Rmax_pred"], "s--", linewidth=2, markersize=6,
             label=r"$\hat{R}_{\max}$ (predicted)")

    plt.title(rf"PRM-3 OOS holdout diagnostics:
$\alpha_{\{\mathrm{{test}}\}}={a}^{\circ}$")
    plt.xlabel(f"Configuration index (0-{len(df)-1})")
    plt.ylabel(r"Surface roughness $R_{\max}$ ($\mu\text{m}$)")
    plt.ylim(ymin, ymax)
    plt.grid(True, linestyle="--", alpha=0.5)
    plt.legend(loc="best", frameon=True)
    plt.tight_layout()

    out_path = DATA_DIR / f"Figura_PRM3_OOS_alpha{a}.png"

```

```
plt.savefig(out_path, dpi=300, bbox_inches="tight")

plt.close()

print(f"✓ Saved: {out_path.name}")
```

К.1.2. Извоз на вектори на коефициенти на PRM-3 за секоја OOS-поделба според аголот

За секоја OOS-поделба според аголот, скриптата ги вчитува train/validation split-овите, ја приспособува ограничената PRM-3 параметризација врз train-подмножеството и ги извезува fold-wise коефициентите и параметрите на скалирањето.

Излези:

- PRM3_foldwise_coefficients_by_alpha_test_wide.csv - табела со една редица за секоја OOS-поделба според аголот, со сите коефициенти и параметрите на скалирањето
- PRM3_foldwise_coefficients_by_alpha_test_long.csv - табелата е дадена во долг формат и служи за поединечна аудит-документација на секој проценет коефициент.

Овие коефициенти се однесуваат на моделите обучени во поединечните OOS-поделби и служат како аудит-документација по поделба, а не како директно споредливи коефициенти меѓу поделбите.

```
import pandas as pd
import numpy as np
from pathlib import Path

from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
from sklearn.linear_model import LinearRegression

# =====
# Export fold-wise PRM-3 coefficient vectors for angle-wise OOS
# One coefficient vector per alpha_test holdout
# =====

ANGLES = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]
BASE_DIR = Path("/content") # change to Path(".") if local
OUT_DIR = BASE_DIR / "PRM3_foldwise_coefficients"
OUT_DIR.mkdir(parents=True, exist_ok=True)

REQUIRED_COLS = {"alpha", "H", "vx", "Rmax"}
```

```

FEATURE_NAMES = [
    "b0_intercept",
    "b1_alpha",
    "b2_H",
    "b3_vx",
    "b4_alpha2",
    "b5_H2",
    "b6_vx2",
    "b7_alpha3",
    "b8_H3",
    "b9_vx3",
    "b10_alpha_H",
    "b11_alpha_vx",
    "b12_H_vx",
]

```

```

def build_prm3_restricted(X_scaled: np.ndarray) -> np.ndarray:
    """
    Restricted PRM-3 basis for scaled predictors [alpha, H, vx]:

    b0
    b1*a + b2*h + b3*v
    b4*a^2 + b5*h^2 + b6*v^2
    b7*a^3 + b8*h^3 + b9*v^3
    b10*a*h + b11*a*v + b12*h*v
    """
    a = X_scaled[:, 0]
    h = X_scaled[:, 1]
    v = X_scaled[:, 2]

    return np.column_stack([
        np.ones(len(X_scaled)), # intercept
        a, h, v,
        a**2, h**2, v**2,
        a**3, h**3, v**3,
    ])

```

```

        a * h, a * v, h * v
    ])

wide_rows = []
long_rows = []

for a_test in ANGLES:
    train_path = BASE_DIR / f"training_data_a{a_test}.csv"
    val_path    = BASE_DIR / f"validation_data_a{a_test}.csv"

    if not train_path.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing train split: {train_path}")
    if not val_path.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing validation split: {val_path}")

    train = pd.read_csv(train_path)
    val    = pd.read_csv(val_path)

    miss_tr = REQUIRED_COLS - set(train.columns)
    miss_va = REQUIRED_COLS - set(val.columns)

    if miss_tr:
        raise ValueError(f"alpha_test={a_test}: training file missing
columns: {miss_tr}")
    if miss_va:
        raise ValueError(f"alpha_test={a_test}: validation file missing
columns: {miss_va}")

    # Protocol checks
    if (train["alpha"] == a_test).any():
        raise ValueError(f"alpha_test={a_test}: leakage detected in
training set.")
    if not (val["alpha"] == a_test).all():
        raise ValueError(f"alpha_test={a_test}: validation set is not pure
holdout for alpha={a_test}.")

    X_train = train[["alpha", "H", "vx"]].to_numpy(dtype=float)

```

```

y_train = train["Rmax"].to_numpy(dtype=float)

# Fit scaler on TRAIN ONLY
scaler = MinMaxScaler()
X_train_s = scaler.fit_transform(X_train)

# Restricted PRM-3 design matrix
X_train_p = build_prm3_restricted(X_train_s)

# Fit OLS on restricted basis
model = LinearRegression(fit_intercept=False)
model.fit(X_train_p, y_train)

coefs = model.coef_.astype(float)
if len(coefs) != 13:
    raise ValueError(f"alpha_test={a_test}: expected 13 coefficients,
got {len(coefs)}.")

# Wide-format row
row = {
    "alpha_test": a_test,
    "n_train": len(train),
    "n_test": len(val),
    "alpha_train_min": float(scaler.data_min_[0]),
    "alpha_train_max": float(scaler.data_max_[0]),
    "H_train_min": float(scaler.data_min_[1]),
    "H_train_max": float(scaler.data_max_[1]),
    "vx_train_min": float(scaler.data_min_[2]),
    "vx_train_max": float(scaler.data_max_[2]),
}
row.update({name: coef for name, coef in zip(FEATURE_NAMES, coefs)})
wide_rows.append(row)

# Long-format rows
for name, coef in zip(FEATURE_NAMES, coefs):

```

```

    long_rows.append({
        "alpha_test": a_test,
        "feature": name,
        "coefficient": float(coef),
        "n_train": len(train),
        "n_test": len(val),
    })

print(f"✓ alpha_test={a_test}: exported 13 coefficients")

# Save outputs
wide_df =
pd.DataFrame(wide_rows).sort_values("alpha_test").reset_index(drop=True)
long_df = pd.DataFrame(long_rows).sort_values(["alpha_test",
"feature"]).reset_index(drop=True)

wide_path = OUT_DIR / "PRM3_foldwise_coefficients_by_alpha_test_wide.csv"
long_path = OUT_DIR / "PRM3_foldwise_coefficients_by_alpha_test_long.csv"

wide_df.to_csv(wide_path, index=False)
long_df.to_csv(long_path, index=False)

print("\n=== Fold-wise PRM-3 coefficient vectors (wide) ===")
print(wide_df.round(6).to_string(index=False))

print(f"\n✓ Saved wide table: {wide_path}")
print(f"✓ Saved long table: {long_path}")

```

К.2. Конвенции за прикажување на кодот

Освен кога е поинаку наведено, скриптите работат врз финалните конфигурациски податоци, користат релативни патеки и ги екпортираат излезите како `.csv` или `.png` според имињата определени во кодот. Случајните семиња се поставуваат само за стохастичките чекори кога тоа е специфицирано.

К.3. Табела 6: OOS-перформанса на PRM-3 според аголот со 95% percentile bootstrap-интервали

Овој скрипт ја репродуцира Табела 6 преку пресметка на PRM-3 OOS-метриките и нивните 95% percentile bootstrap-интервали за секоја OOS-поделба според аголот на

режење. За секој оставен агол се пресметуваат MAE, RMSE, R^2 и MAPE врз задржаното test-подмножество, а интервалите се добиваат со повторно примерување во рамките на истото подмножество.

```
# === PRM-3 Bootstrap Validation per  $\alpha_{\text{test}} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}$  ===

import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler, PolynomialFeatures
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn.metrics import mean_absolute_error, mean_squared_error
from tqdm import tqdm

# --- Load full dataset ---
df = pd.read_csv("/content/measured_data_a_all.csv")

# --- Helper:  $R^2$  manual ---
def r2_score_manual(y_true, y_pred):
    ss_res = np.sum((y_true - y_pred)**2)
    ss_tot = np.sum((y_true - np.mean(y_true))**2)
    return 1 - ss_res / ss_tot

# --- Bootstrap function ---
def bootstrap_metrics(y_true, y_pred, B=10000):
    n = len(y_true)
    mae_b, rmse_b, r2_b, mape_b = [], [], [], []

    for _ in range(B):
        idx = np.random.choice(n, n, replace=True)
        yt, yp = y_true[idx], y_pred[idx]
        mae_b.append(mean_absolute_error(yt, yp))
        rmse_b.append(np.sqrt(mean_squared_error(yt, yp)))
        r2_b.append(r2_score_manual(yt, yp))
        mape_b.append(np.mean(np.abs((yt - yp) / yt)) * 100)

    def ci(a): return np.percentile(a, [2.5, 97.5])
```

```

return {
    "MAE": (np.mean(mae_b), *ci(mae_b)),
    "RMSE": (np.mean(rmse_b), *ci(rmse_b)),
    "R2": (np.mean(r2_b), *ci(r2_b)),
    "MAPE": (np.mean(mape_b), *ci(mape_b))
}

# --- Core function: train, validate, bootstrap ---
def run_prm3_bootstrap(alpha_test, B=10000):
    # Split
    train_df = df[df["alpha"] != alpha_test].copy()
    test_df = df[df["alpha"] == alpha_test].copy()

    X_train, y_train = train_df[["alpha", "H", "vx"]], train_df["Rmax"]
    X_test, y_test = test_df[["alpha", "H", "vx"]], test_df["Rmax"]

    # Scale + Polynomial transform
    scaler = MinMaxScaler()
    X_train_s, X_test_s = scaler.fit_transform(X_train),
    scaler.transform(X_test)

    poly = PolynomialFeatures(degree=3, include_bias=True)
    X_train_p, X_test_p = poly.fit_transform(X_train_s),
    poly.transform(X_test_s)

    # Fit PRM-3
    model = LinearRegression().fit(X_train_p, y_train)
    y_pred = model.predict(X_test_p)

    # Compute metrics
    mae = mean_absolute_error(y_test, y_pred)
    rmse = np.sqrt(mean_squared_error(y_test, y_pred))
    r2 = r2_score_manual(y_test, y_pred)
    mape = np.mean(np.abs((y_test - y_pred) / y_test)) * 100

    # Bootstrap 95 % CIs

```

```

ci_dict = bootstrap_metrics(np.array(y_test), np.array(y_pred), B=B)

# Print summary
print(f"\n=== PRM-3 Validation with 95 % CIs ( $\alpha_{\text{test}} = \{\alpha_{\text{test}}\}^\circ$ )
===")

print(f"MAE    = {mae:.2f}  $\mu\text{m}$  (95 % CI: {ci_dict['MAE'][1]:.2f}-
{ci_dict['MAE'][2]:.2f})")

print(f"RMSE   = {rmse:.2f}  $\mu\text{m}$  (95 % CI: {ci_dict['RMSE'][1]:.2f}-
{ci_dict['RMSE'][2]:.2f})")

print(f"R2    = {r2:.4f} (95 % CI: {ci_dict['R2'][1]:.4f}-
{ci_dict['R2'][2]:.4f})")

print(f"MAPE   = {mape:.2f} % (95 % CI: {ci_dict['MAPE'][1]:.2f}-
{ci_dict['MAPE'][2]:.2f})")

return {
    "Angle ( $^\circ$ )": alpha_test,
    "MAE ( $\mu\text{m}$ )": f"{ci_dict['MAE'][0]:.2f} ({ci_dict['MAE'][1]:.2f}-
{ci_dict['MAE'][2]:.2f})",
    "RMSE ( $\mu\text{m}$ )": f"{ci_dict['RMSE'][0]:.2f} ({ci_dict['RMSE'][1]:.2f}-
{ci_dict['RMSE'][2]:.2f})",
    "R2": f"{ci_dict['R2'][0]:.4f} ({ci_dict['R2'][1]:.4f}-
{ci_dict['R2'][2]:.4f})",
    "MAPE (%)": f"{ci_dict['MAPE'][0]:.2f} ({ci_dict['MAPE'][1]:.2f}-
{ci_dict['MAPE'][2]:.2f})"
}

# --- Run for all  $\alpha$  angles ---
angles = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]
results = []

for a in tqdm(angles):
    results.append(run_prm3_bootstrap(a, B=10000))

# --- Summarize results ---
df_results = pd.DataFrame(results)

print("\n\n=== Bootstrap 95 % Confidence Intervals for PRM-3 Performance
Metrics ===")

```

```
print(df_results.to_string(index=False))
```

К.4. Слика 9: PRM-3 OOS-перформанса според оставениот агол со 95% percentile bootstrap интервали

Овој скрипт графички ја репродуцира Слика 9 од вредностите веќе сумирани во Табела 6. Се прикажуваат точкестите OOS-вредности и соодветните 95% percentile bootstrap-интервали за MAE, RMSE, R^2 и MAPE долж OOS-поделбите според аголот.

```
=====
# Figure_7_PRM3_OOS_Bootstrap95CI.png
# Based on Table 4 (percentile bootstrap CIs; B=10,000; n_test=12 per
holdout)
# Panels: MAE, RMSE, R2, MAPE vs cutting angle  $\alpha$ 
# =====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# -----
# 1) Data from Table 4
# -----

alpha = np.array([30, 40, 50, 60, 70, 80, 90])

# MAE ( $\mu\text{m}$ ): mean (low-high)
mae_mean = np.array([8.32, 5.25, 9.66, 11.50, 5.65, 12.99, 26.46])
mae_low  = np.array([5.98, 2.74, 3.94, 7.40, 2.94, 7.81, 16.61])
mae_high = np.array([10.96, 8.78, 18.19, 16.37, 8.79, 18.65, 37.82])

# RMSE ( $\mu\text{m}$ ): mean (low-high)
rmse_mean = np.array([9.43, 7.58, 16.51, 13.97, 7.68, 16.18, 32.50])
rmse_low  = np.array([6.60, 3.43, 5.31, 8.46, 4.22, 9.78, 20.34])
rmse_high = np.array([12.23, 11.75, 26.88, 19.03, 10.87, 21.40, 44.06])

# R2: mean (low-high)
r2_mean = np.array([0.95, 0.97, 0.90, 0.92, 0.97, 0.82, 0.17])
r2_low  = np.array([0.91, 0.91, 0.77, 0.81, 0.90, 0.51, -2.20])
r2_high = np.array([0.97, 0.99, 0.99, 0.97, 0.99, 0.94, 0.69])
```

```

# MAPE (%): mean (low-high)
mape_mean = np.array([5.07, 2.82, 4.44, 5.10, 2.52, 5.03, 10.96])
mape_low  = np.array([3.32, 1.56, 2.13, 3.53, 1.30, 3.15, 6.62])
mape_high = np.array([7.54, 4.35, 7.26, 6.80, 3.96, 7.05, 15.80])

# -----
# 2) Helper for asymmetric CI error bars
# -----
def yerr_asym(mean, low, high):
    return np.vstack([mean - low, high - mean])

# -----
# 3) Plot (2x2 panels)
# -----
fig, axes = plt.subplots(2, 2, figsize=(12, 8), sharex=True)
axes = axes.ravel()

def plot_ci(ax, x, mean, low, high, ylabel, title, color):
    ax.errorbar(
        x, mean,
        yerr=yerr_asym(mean, low, high),
        fmt="o-", color=color, ecolor=color,
        elinewidth=1.6, capsize=4, markersize=6, linewidth=2
    )
    ax.set_title(title, pad=8)
    ax.set_ylabel(ylabel)
    ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)
    ax.set_xticks(x)

plot_ci(axes[0], alpha, mae_mean, mae_low, mae_high, "MAE ( $\mu\text{m}$ )", "(a)
MAE with 95% bootstrap interval", "steelblue")
plot_ci(axes[1], alpha, rmse_mean, rmse_low, rmse_high, "RMSE ( $\mu\text{m}$ )", "(b)
RMSE with 95% bootstrap interval", "seagreen")

```

```

plot_ci(axes[2], alpha, r2_mean, r2_low, r2_high, "R2", "(c)
R2 with 95% bootstrap interval", "indianred")

plot_ci(axes[3], alpha, mape_mean, mape_low, mape_high, "MAPE (%)", "(d)
MAPE with 95% bootstrap interval", "darkorange")

# Keep R2 panel readable (CI dips below 0)
axes[2].set_ylim(min(-0.5, r2_low.min() - 0.1), 1.05)

for ax in axes:
    ax.set_xlabel("Cutting angle  $\alpha$  (°)")

plt.tight_layout()
out_path = "Figure_7_PRM3_OOS_Bootstrap95CI.png"
plt.savefig(out_path, dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()

```

К.5. Табела 9: GPR споредбен модел (angle-wise OOS со 95% percentile bootstrap интервали)

Овој скрипт ја репродуцира Табела 9 за GPR под истиот фиксен OOS-протокол според аголот како и кај PRM-3. За секоја OOS-поделба, Min–Max скалирањето се приспособува само врз train-подмножеството, потоа се обучува GPR-моделот, а MAE, RMSE, R^2 и MAPE се пресметуваат само врз задржаното test-подмножество. 95% percentile bootstrap-интервалите се проценуваат со повторно примерување на паровите (y_i, \hat{y}_i) во рамките на фиксното test-подмножество и имаат split-conditional, а не параметарски статус. Скриптата дополнително ги извезува audit-табелите со предиктивната стандардна девијација и точковниот појас $\hat{\mu} \pm 1.96\hat{\sigma}$.

```

# =====
# Table 9 - GPR benchmark, angle-wise OOS with percentile 95% bootstrap
intervals
# MATCHED protocol (as reported):
# - Uses fixed splits: training_data_a{ $\alpha$ }.csv + validation_data_a{ $\alpha$ }.csv
# - n_test = 12 per holdout; B = 10,000; percentile CIs (2.5–97.5)
# - Leakage-safe: Min-Max scaler fit on TRAIN only, applied to TEST
unchanged
# - GPR: RBF(ARD) + WhiteKernel, normalize_y=True, n_restarts_optimizer=10
# - Deterministic seeds: model random_state=42; bootstrap seed = 42 +  $\alpha$ 
#
# Outputs:

```

```

#
/content/GPR_measured_vs_predicted_by_angle/gpr_measured_vs_predicted_a{α}.
csv
#
/content/GPR_measured_vs_predicted_by_angle/GPR_measured_vs_predicted_index
.csv    (point metrics)
#
/content/GPR_measured_vs_predicted_by_angle/Table_6_GPR_OOS_with_95CI.csv
(table-ready)
# =====

import numpy as np
import pandas as pd
from pathlib import Path

from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
from sklearn.gaussian_process import GaussianProcessRegressor
from sklearn.gaussian_process.kernels import RBF, WhiteKernel
from sklearn.metrics import mean_absolute_error, mean_squared_error,
r2_score

# -----
# Settings
# -----
BASE_DIR = Path("/content") # change to Path(".") if running locally
OUT_DIR  = BASE_DIR / "GPR_measured_vs_predicted_by_angle"
OUT_DIR.mkdir(parents=True, exist_ok=True)

ANGLES = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]
EXPECTED_N_TEST = 12
B = 10_000
EPS = 1e-9

MODEL_SEED = 42
BOOT_SEED_BASE = 42 # per-angle: BOOT_SEED_BASE + α

```

```

REQUIRED_COLS = {"alpha", "H", "vx", "Rmax"}

# -----
# Helpers
# -----
def r2_manual(y_true, y_pred):
    y_true = np.asarray(y_true, float)
    y_pred = np.asarray(y_pred, float)
    ss_res = np.sum((y_true - y_pred) ** 2)
    ss_tot = np.sum((y_true - np.mean(y_true)) ** 2)
    return 0.0 if ss_tot == 0 else 1.0 - ss_res / ss_tot

def mape_safe(y_true, y_pred, eps=EPS):
    y_true = np.asarray(y_true, float)
    y_pred = np.asarray(y_pred, float)
    denom = np.maximum(np.abs(y_true), eps)
    return np.mean(np.abs((y_true - y_pred) / denom)) * 100.0

def point_metrics(y_true, y_pred):
    return {
        "MAE": float(mean_absolute_error(y_true, y_pred)),
        "RMSE": float(np.sqrt(mean_squared_error(y_true, y_pred))),
        "R2": float(r2_manual(y_true, y_pred)), # manual to match
earlier policy
        "MAPE": float(mape_safe(y_true, y_pred)),
    }

def bootstrap_percentile_ci(y_true, y_pred, B=10_000, seed=42):
    rng = np.random.default_rng(seed)
    y_true = np.asarray(y_true, float)
    y_pred = np.asarray(y_pred, float)
    n = len(y_true)

    mae_b = np.empty(B, float)
    rmse_b = np.empty(B, float)

```

```

r2_b    = np.empty(B, float)
mape_b = np.empty(B, float)

for b in range(B):
    idx = rng.integers(0, n, size=n)
    yt = y_true[idx]
    yp = y_pred[idx]
    mae_b[b] = mean_absolute_error(yt, yp)
    rmse_b[b] = np.sqrt(mean_squared_error(yt, yp))
    r2_b[b]   = r2_manual(yt, yp)
    mape_b[b] = mape_safe(yt, yp)

def pct(arr):
    lo, hi = np.percentile(arr, [2.5, 97.5])
    return float(lo), float(hi)

return {"MAE": pct(mae_b), "RMSE": pct(rmse_b), "R2": pct(r2_b),
        "MAPE": pct(mape_b)}

def fmt(mean, lo, hi, decimals_mean=2, decimals_ci=2):
    return f"{mean:.{decimals_mean}f} ({lo:.{decimals_ci}f}-
{hi:.{decimals_ci}f})"

# -----
# Main
# -----

index_rows = [] # point metrics + file names
table_rows = [] # formatted with percentile CI (Table 4)

for a in ANGLES:
    train_path = BASE_DIR / f"training_data_a{a}.csv"
    test_path  = BASE_DIR / f"validation_data_a{a}.csv"

    if not train_path.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing: {train_path}")

```

```

if not test_path.exists():
    raise FileNotFoundError(f"Missing: {test_path}")

train = pd.read_csv(train_path)
test = pd.read_csv(test_path)

miss_tr = REQUIRED_COLS - set(train.columns)
miss_te = REQUIRED_COLS - set(test.columns)
if miss_tr:
    raise ValueError(f" $\alpha$ ={a}: training missing columns: {miss_tr}")
if miss_te:
    raise ValueError(f" $\alpha$ ={a}: validation missing columns: {miss_te}")

# Protocol checks
if not (test["alpha"] == a).all():
    raise ValueError(f" $\alpha$ ={a}: validation contains  $\alpha$  values other than {a}.")
if (train["alpha"] == a).any():
    raise ValueError(f" $\alpha$ ={a}: training still contains  $\alpha$ ={a} rows (leakage).")
if len(test) != EXPECTED_N_TEST:
    raise ValueError(f" $\alpha$ ={a}: n_test={len(test)}, expected {EXPECTED_N_TEST}.")

X_train = train[["alpha", "H", "vx"]].values
y_train = train["Rmax"].values.astype(float)

X_test = test[["alpha", "H", "vx"]].values
y_test = test["Rmax"].values.astype(float)

# Train-only scaling
scaler = MinMaxScaler()
X_train_s = scaler.fit_transform(X_train)
X_test_s = scaler.transform(X_test)

```

```

# Kernel (as reported)
kernel = RBF(length_scale=np.ones(3), length_scale_bounds=(1e-2, 1e2))
+ WhiteKernel(noise_level=1e-3)

# GPR (as reported)
gpr = GaussianProcessRegressor(
    kernel=kernel,
    normalize_y=True,
    n_restarts_optimizer=10,
    random_state=MODEL_SEED
)

gpr.fit(X_train_s, y_train)

# Predict (also save std + pointwise band for audit)
y_pred, y_std = gpr.predict(X_test_s, return_std=True)

# Point metrics
pt = point_metrics(y_test, y_pred)

# Percentile bootstrap CIs on fixed test set
cis = bootstrap_percentile_ci(
    y_test, y_pred,
    B=B,
    seed=BOOT_SEED_BASE + int(a)
)

# Save measured vs predicted (audit)
out_df = test.copy()
out_df["Rmax_pred"] = y_pred
out_df["Rmax_std"] = y_std
out_df["Lower_95"] = y_pred - 1.96 * y_std
out_df["Upper_95"] = y_pred + 1.96 * y_std
out_df["e"] = out_df["Rmax"] - out_df["Rmax_pred"]
out_df["Abs_Error"] = out_df["e"].abs()

```

```

out_df = out_df.sort_values(["H", "vx"]).reset_index(drop=True)

out_file = OUT_DIR / f"gpr_measured_vs_predicted_a{a}.csv"
out_df.to_csv(out_file, index=False)

index_rows.append({
    "α_test (°)": int(a),
    "n_test": int(len(test)),
    "MAE (µm)": pt["MAE"],
    "RMSE (µm)": pt["RMSE"],
    "R² (manual)": pt["R2"],
    "MAPE (%)": pt["MAPE"],
    "kernel_": str(gpr.kernel_),
    "file": out_file.name
})

table_rows.append({
    "α (°)": int(a),
    "MAE (µm)": fmt(pt["MAE"], cis["MAE"][0], cis["MAE"][1], 2, 2),
    "RMSE (µm)": fmt(pt["RMSE"], cis["RMSE"][0], cis["RMSE"][1], 2, 2),
    "R²": fmt(pt["R2"], cis["R2"][0], cis["R2"][1], 4, 4),
    "MAPE (%)": fmt(pt["MAPE"], cis["MAPE"][0], cis["MAPE"][1], 2, 2),
})

print(f"√ α_test={a}° | MAE={pt['MAE']:.2f} | RMSE={pt['RMSE']:.2f} |
R²={pt['R2']:.4f} | MAPE={pt['MAPE']:.2f}%")

# Save index (point metrics + filenames)
index_df = pd.DataFrame(index_rows).sort_values("α_test (°)")
index_path = OUT_DIR / "GPR_measured_vs_predicted_index.csv"
index_df.to_csv(index_path, index=False)

# Save Table 9 (formatted with CIs)
table_df = pd.DataFrame(table_rows).sort_values("α (°)")
table_path = OUT_DIR / "Table_6_GPR_OOS_with_95CI.csv"

```

```

table_df.to_csv(table_path, index=False)

print("\n=== Table 9 - GPR benchmark angle-wise OOS performance (percentile
95% bootstrap intervals) ===\n")

print(table_df.to_string(index=False))

print(f"\n✓ Saved index: {index_path}")
print(f"✓ Saved Table 9: {table_path}")
print(f" Output folder: {OUT_DIR.resolve()}")

```

К.6. Слика 12: GPR OOS-метрики според аголот со 95% percentile bootstrap интервали (само графички приказ)

Овој скрипт ја репродуцира Слика 12 како графички приказ на веќе пресметаните GPR OOS-метрики и нивните 95% percentile bootstrap-интервали. Вредностите се внесени директно од Табела 9, а скриптата не го дообучува GPR и не ги пресметува повторно bootstrap-интервалите.

```

# =====
# Figure 12 - Bootstrap percentile 95% confidence intervals
# GPR angle-wise out-of-sample (OOS) performance
#
# Percentile bootstrap CIs; B=10,000; n_test=12 per holdout
# Panels: MAE, RMSE, R2, MAPE vs cutting angle  $\alpha$ 
#
# Outputs:
#   - Figure 12_GPR_OOS_Bootstrap95CI.png
#   - Figure 12_GPR_OOS_Bootstrap95CI.pdf
# =====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from pathlib import Path

# -----
# 1) Data (Table 9 summary values)
#   Format: metric_mean, metric_low, metric_high
# -----

alpha = np.array([30, 40, 50, 60, 70, 80, 90])

```

```

mae_mean = np.array([11.30, 8.76, 9.01, 10.74, 5.61, 11.47, 14.28])
mae_low = np.array([ 7.70, 3.80, 3.90, 6.80, 3.40, 6.60, 7.20])
mae_high = np.array([15.00, 16.40, 17.10, 15.30, 8.60, 17.00, 23.10])

rmse_mean = np.array([13.07, 14.86, 15.60, 13.17, 7.33, 14.81, 20.24])
rmse_low = np.array([ 9.20, 4.60, 4.90, 7.90, 4.00, 8.70, 9.10])
rmse_high = np.array([16.30, 24.20, 25.70, 18.10, 10.80, 19.90, 29.90])

r2_mean = np.array([0.91, 0.89, 0.91, 0.93, 0.97, 0.85, 0.68])
r2_low = np.array([0.80, 0.60, 0.79, 0.84, 0.90, 0.58, -0.22])
r2_high = np.array([0.95, 0.99, 0.99, 0.97, 0.99, 0.95, 0.94])

mape_mean = np.array([6.93, 4.41, 3.96, 4.94, 2.60, 4.40, 5.51])
mape_low = np.array([4.45, 2.03, 2.02, 3.29, 1.50, 2.58, 2.79])
mape_high = np.array([9.67, 7.73, 6.60, 6.66, 4.07, 6.37, 8.99])

# -----
# 2) Helper: asymmetric CI error bars for matplotlib.errorbar
# -----
def yerr_asym(mean, low, high):
    mean = np.asarray(mean, dtype=float)
    low = np.asarray(low, dtype=float)
    high = np.asarray(high, dtype=float)
    return np.vstack([mean - low, high - mean])

# -----
# 3) Plotting helper (explicit colors to avoid "all blue")
# -----
def plot_ci(ax, x, mean, low, high, ylabel, panel_title, color):
    ax.errorbar(
        x, mean,
        yerr=yerr_asym(mean, low, high),
        fmt="o-",

```

```

        color=color,
        ecolor=color,
        elinewidth=1.6,
        capsizе=4,
        markersize=6,
        linewidth=2
    )
    ax.set_title(panel_title, pad=8)
    ax.set_ylabel(ylabel)
    ax.set_xticks(x)
    ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)

# -----
# 4) Слика layout (2x2 panels)
# -----

fig, axes = plt.subplots(2, 2, figsize=(12, 8), sharex=True)
axes = axes.ravel()

plot_ci(
    axes[0], alpha,
    mae_mean, mae_low, mae_high,
    ylabel="MAE ( $\mu\text{m}$ )",
    panel_title="(a) MAE (95% bootstrap interval)",
    color="steelblue"
)

plot_ci(
    axes[1], alpha,
    rmse_mean, rmse_low, rmse_high,
    ylabel="RMSE ( $\mu\text{m}$ )",
    panel_title="(b) RMSE (95% bootstrap interval)",
    color="seagreen"
)

```

```

plot_ci(
    axes[2], alpha,
    r2_mean, r2_low, r2_high,
    ylabel="R2",
    panel_title="(c) R2 (95% bootstrap interval)",
    color="indianred"
)

plot_ci(
    axes[3], alpha,
    mape_mean, mape_low, mape_high,
    ylabel="MAPE (%)",
    panel_title="(d) MAPE (95% bootstrap interval)",
    color="darkorange"
)

# R2 axis: allow CI to extend below 0 (if present)
axes[2].set_ylim(min(-0.5, r2_low.min() - 0.1), 1.05)

for ax in axes:
    ax.set_xlabel("Cutting angle  $\alpha$  (°)")

# Figura-level title aligned to dissertation caption
fig.suptitle(
    "Figure 11. Bootstrap percentile 95% confidence intervals for GPR
    angle-wise OOS performance",
    y=1.02
)

plt.tight_layout()

# -----
# 5) Outputs (PNG + PDF, stable dissertation naming)
# -----
OUT_DIR = Path(".")

```

```

png_path = OUT_DIR / "Figure 12_GPR_OOS_Bootstrap95CI.png"
pdf_path = OUT_DIR / "Figure 12_GPR_OOS_Bootstrap95CI.pdf"

fig.savefig(png_path, dpi=300, bbox_inches="tight")
fig.savefig(pdf_path, bbox_inches="tight")

plt.show()

print(f"✓ Saved: {png_path.resolve()}")
print(f"✓ Saved: {pdf_path.resolve()}")

```

К.7. Слика 13 и соодветните слики во Прилог Е: GPR дијагностика на конфигурациско ниво со точковен предиктивен појас

Овој скрипт ги генерира GPR конфигурациските дијагностички фигури за секој оставен агол, врз основа на CSV-датотеките извезени во К.5. За секоја OOS-поделба се прикажуваат измерените конфигурациски средни вредности, GPR-предвидената средина и точковниот предиктивен појас $\hat{\mu} \pm 1.96\hat{\sigma}$, со детерминистичко подредување на конфигурациите кога се достапни колоните H и v_x . Прикажаниот појас го одразува предиктивниот опсег условен од приспособениот модел и не претставува параметарска неизвесност.

```

# =====
# Figure 10 - Figure (E1-E5)
# GPR: measured R^max vs predicted R^max with pointwise band ( $\mu \pm 1.96\sigma$ )
# For ALL  $\alpha_{\text{test}} \in \{30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ 
#
# Reads:
#
/content/GPR_measured_vs_predicted_by_angle/gpr_measured_vs_predicted_a{alpha}.
csv
# Requires columns:
#   Rmax, Rmax_pred, Lower_95, Upper_95   (H and vx optional, for sorting)
#
# Writes:
#
/content/GPR_measured_vs_predicted_by_angle/Figura_5_5{letter}_GPR_a{alpha}.png
# =====

import numpy as np

```

```

import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from pathlib import Path

BASE_DIR = Path("/content")
IN_DIR   = BASE_DIR / "GPR_measured_vs_predicted_by_angle"
OUT_DIR  = IN_DIR

ANGLES  = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]
LETTERS = ["a", "b", "c", "d", "e", "f", "g"] # maps to ANGLES in order

plt.rcParams.update({
    "Figure.dpi": 110,
    "savefig.dpi": 300,
    "font.size": 11
})

REQUIRED = {"Rmax", "Rmax_pred", "Lower_95", "Upper_95"}

def make_one(angle: int, letter: str):
    f = IN_DIR / f"gpr_measured_vs_predicted_a{angle}.csv"
    if not f.exists():
        raise FileNotFoundError(f"Missing: {f}")

    df = pd.read_csv(f)

    missing = REQUIRED - set(df.columns)
    if missing:
        raise ValueError(f"{f.name} missing columns: {missing}. Found:
{list(df.columns)}")

    # Deterministic order (matches tables): sort by H then vx if present
    if {"H", "vx"}.issubset(df.columns):
        df = df.sort_values(["H", "vx"]).reset_index(drop=True)
        xlab = "Configuration index (sorted by H, then vx)"

```

```

else:
    df = df.reset_index(drop=True)
    xlabel = "Configuration index"

x = np.arange(len(df))

fig, ax = plt.subplots(figsize=(8.4, 5.2))

ax.fill_between(
    x,
    df["Lower_95"].to_numpy(float),
    df["Upper_95"].to_numpy(float),
    color="#ff7f0e",
    alpha=0.18,
    label=r"Pointwise band:  $\hat{\mu} \pm 1.96 \hat{\sigma}$ "
)

ax.plot(
    x,
    df["Rmax"].to_numpy(float),
    "o-",
    color="#1f77b4",
    lw=1.8,
    ms=5.2,
    label=r"Measured  $\bar{R}_{\max}$ "
)

ax.plot(
    x,
    df["Rmax_pred"].to_numpy(float),
    "s--",
    color="#d62728",
    lw=1.7,
    ms=4.8,

```

```

        label=r"GPR mean  $\hat{R}_{\max}$ "
    )

    ax.set_xlabel(xlab)
    ax.set_ylabel(r"Surface roughness ( $\mu\text{m}$ )")

    # ✓ Requested numbering: Figure 13 ... Figure 14
    ax.set_title(rf"GPR:  $\bar{R}_{\max}$  vs  $\hat{R}_{\max}$  ( $\alpha_{\text{test}} = \text{angle}^\circ$ )")

    # show 1..12 instead of 0..11
    ax.set_xticks(x)
    ax.set_xticklabels([str(i+1) for i in x])

    ax.grid(True, linestyle=":", alpha=0.65)
    ax.legend(loc="upper left", frameon=True)
    fig.tight_layout()

    out = OUT_DIR / f"Figura_10{letter}_GPR_a{angle}.png"
    fig.savefig(out, bbox_inches="tight")
    plt.close(fig)

    print(f"✓ Saved: {out.name}")

# ---- Run all angles ----
for angle, letter in zip(ANGLES, LETTERS):
    make_one(angle, letter)

print(f"\n Figures saved in: {OUT_DIR.resolve()}")

```

К.8. Слика Е.10: GPR средна предикција и точковен предиктивен појас долж аголот на режење при фиксни услови

Овој скрипт ја генерира Слика Е.10 преку приспособување на GPR врз train-split за $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ и прикажување на $\mu(\alpha)$ и $\mu(\alpha) \pm 1.96\sigma(\alpha)$ при фиксни H и v_x , со преклопување на набљудуваните вредности за истата конфигурација. Прикажаниот појас го одразува предиктивниот распон условен од конкретно приспособениот модел и не треба да се толкува како параметарска неизвесност.

```

# =====
# Figure E.10 - GPR Predictive Mean + Pointwise Uncertainty Band
# Across  $\alpha$  for fixed (H, vx), using TRAINING-ONLY scaling
# (matches your angle-wise holdout protocol style)
# =====

import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
from sklearn.gaussian_process import GaussianProcessRegressor
from sklearn.gaussian_process.kernels import RBF, WhiteKernel

# -----
# USER SETTINGS
# -----

# Choose which holdout split you want to use as the "training-only scaling"
reference.

# Example: alpha_ref = 90 means you fit the scaler + GPR on
training_data_a90.csv
alpha_ref = 90

# Fixed operating condition for the visualization
H_fixed = 30.0 # mm <-- EDIT
vx_fixed = 6.0 # m·min-1 <-- EDIT

# Query grid
alpha_grid = np.linspace(30, 90, 300)

# Paths (edit if needed)
train_path = f"training_data_a{alpha_ref}.csv"
measured_all_path = "measured_data_a_all.csv"

# Output

```

```

fig_out =
f"Figura_5xx_GPR_UncertaintyBand_H{int(H_fixed)}_vx{vx_fixed:g}_trainSplitA
{alpha_ref}.png"

# -----
# 1) Load training split (for training-only scaling)
# -----
train = pd.read_csv(train_path)

# Expect: alpha, H, vx, Rmax
X_train = train[["alpha", "H", "vx"]].values
y_train = train["Rmax"].values

# Training-only Min-Max scaling
scaler = MinMaxScaler()
X_train_s = scaler.fit_transform(X_train)

# -----
# 2) Fit GPR (RBF + WhiteKernel)
# -----
kernel = RBF(length_scale=np.ones(3), length_scale_bounds=(1e-2, 1e2)) +
WhiteKernel(noise_level=1e-3)

gpr = GaussianProcessRegressor(
    kernel=kernel,
    n_restarts_optimizer=10,
    random_state=42,
    normalize_y=True
)
gpr.fit(X_train_s, y_train)

# -----
# 3) Query across  $\alpha$  at fixed (H, vx)
# -----
X_query = np.column_stack([alpha_grid, np.full_like(alpha_grid, H_fixed),
np.full_like(alpha_grid, vx_fixed)])

```

```

X_query_s = scaler.transform(X_query)

mu, std = gpr.predict(X_query_s, return_std=True)
lower = mu - 1.96 * std
upper = mu + 1.96 * std

# -----
# 4) Overlay observed configuration means at same (H, vx)
# -----
df_all = pd.read_csv(measured_all_path)

# Keep the discrete tested angles at exactly this (H, vx) setting
obs = df_all[(df_all["H"] == H_fixed) & (df_all["vx"] == vx_fixed)].copy()
obs = obs.sort_values("alpha")

# -----
# 5) Plot
# -----
plt.Figura(figsize=(8.5, 5.5))

# Uncertainty band
plt.fill_between(alpha_grid, lower, upper, color="darkorange", alpha=0.22,
label=r"Pointwise band:  $\mu \pm 1.96\sigma$ ")

# Predictive mean
plt.plot(alpha_grid, mu, color="darkorange", linewidth=2.2, label=r"GPR
mean  $\mu(\alpha)$ ")

# Observations
if len(obs) > 0:
    plt.scatter(obs["alpha"], obs["Rmax"], s=55, color="black",
edgecolor="white", linewidth=0.6,
                zorder=4, label=r"Observed  $\bar{R}_{\max}$  at fixed  $(H,$ 
v_x)")

plt.xlabel(r"Cutting angle  $\alpha$  ( $^\circ$ )", fontsize=12)

```

```

plt.ylabel(r"Maximum profile roughness  $\bar{R}_{\max}$  ( $\mu\text{m}$ )", fontsize=12)

plt.xlim(30, 90)
plt.grid(True, linestyle="--", alpha=0.35)
plt.legend(loc="best", frameon=True)
plt.tight_layout()

plt.savefig(fig_out, dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()

print(f"✓ Saved: {fig_out}")
print(f"Overlay points found: n={len(obs)} at H={H_fixed}, vx={vx_fixed}")

```

К.9. Слика 14: PRM-3 наспроти GPR — OOS-метрики според аголот со 95% percentile bootstrap интервали

Овој скрипт ја репродуцира Слика 14 од рачно внесените PRM-3 и GPR OOS-вредности и нивните 95% percentile bootstrap-интервали. Се прикажуваат MAE, RMSE, R^2 и MAPE во однос на оставениот агол за двата модели, без повторно приспособување на моделите или повторно пресметување на bootstrap-интервалите.

```

# =====
# Figure 11 - PRM-3 vs GPR angle-wise OOS performance with percentile
bootstrap 95% intervals.
# =====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# =====
# Data (copy from your tables)
# =====

alpha = np.array([30, 40, 50, 60, 70, 80, 90])

# ---- PRM-3 (Table 5): mean (low-high) ----
prm_mae_mean = np.array([8.32, 5.25, 9.66, 11.50, 5.65, 12.99, 26.46])
prm_mae_low  = np.array([5.98, 2.74, 3.94, 7.40, 2.94, 7.81, 16.61])
prm_mae_high = np.array([10.96, 8.78, 18.19, 16.37, 8.79, 18.65, 37.82])

```

```

prm_rmse_mean = np.array([9.43, 7.58, 16.51, 13.97, 7.68, 16.18, 32.50])
prm_rmse_low  = np.array([6.60, 3.43, 5.31, 8.46, 4.22, 9.78, 20.34])
prm_rmse_high = np.array([12.23, 11.75, 26.88, 19.03, 10.87, 21.40, 44.06])

prm_r2_mean   = np.array([0.95, 0.97, 0.90, 0.92, 0.97, 0.82, 0.17])
prm_r2_low    = np.array([0.91, 0.91, 0.77, 0.81, 0.90, 0.51, -2.20])
prm_r2_high   = np.array([0.97, 0.99, 0.99, 0.97, 0.99, 0.94, 0.69])

prm_mape_mean = np.array([5.07, 2.82, 4.44, 5.10, 2.52, 5.03, 10.96])
prm_mape_low  = np.array([3.32, 1.56, 2.13, 3.53, 1.30, 3.15, 6.62])
prm_mape_high = np.array([7.54, 4.35, 7.26, 6.80, 3.96, 7.05, 15.80])

# ---- GPR (Table 8): mean (low-high) ----
gpr_mae_mean  = np.array([11.30, 8.76, 9.01, 10.74, 5.61, 11.47, 14.28])
gpr_mae_low   = np.array([7.70, 3.80, 3.90, 6.80, 3.40, 6.60, 7.20])
gpr_mae_high  = np.array([15.00, 16.40, 17.10, 15.30, 8.60, 17.00, 23.10])

gpr_rmse_mean = np.array([13.07, 14.86, 15.60, 13.17, 7.33, 14.81, 20.24])
gpr_rmse_low  = np.array([9.20, 4.60, 4.90, 7.90, 4.00, 8.70, 9.10])
gpr_rmse_high = np.array([16.30, 24.20, 25.70, 18.10, 10.80, 19.90, 29.90])

gpr_r2_mean   = np.array([0.91, 0.89, 0.91, 0.93, 0.97, 0.85, 0.68])
gpr_r2_low    = np.array([0.80, 0.60, 0.79, 0.84, 0.90, 0.58, -0.22])
gpr_r2_high   = np.array([0.95, 0.99, 0.99, 0.97, 0.99, 0.95, 0.94])

gpr_mape_mean = np.array([6.93, 4.41, 3.96, 4.94, 2.60, 4.40, 5.51])
gpr_mape_low  = np.array([4.45, 2.03, 2.02, 3.29, 1.50, 2.58, 2.79])
gpr_mape_high = np.array([9.67, 7.73, 6.60, 6.66, 4.07, 6.37, 8.99])

# =====
# Helper: asymmetric CI yerr
# =====
def yerr_asym(mean, low, high):
    return np.vstack([mean - low, high - mean])

```

```

def plot_two_models(ax, x, m1_mean, m1_low, m1_high, m2_mean, m2_low,
m2_high,

                    ylabel, title, ylim=None):

    ax.errorbar(
        x, m1_mean, yerr=yerr_asym(m1_mean, m1_low, m1_high),
        fmt="o-", color="navy", ecolor="navy", capsize=4,
        linewidth=2, markersize=6, label="PRM-3"
    )

    ax.errorbar(
        x, m2_mean, yerr=yerr_asym(m2_mean, m2_low, m2_high),
        fmt="s--", color="darkorange", ecolor="darkorange", capsize=4,
        linewidth=2, markersize=6, label="GPR"
    )

    ax.set_title(title, pad=8)
    ax.set_ylabel(ylabel)
    ax.set_xticks(x)
    ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)
    if ylim is not None:
        ax.set_ylim(*ylim)

# =====
# Figura: 2x2 panels
# =====
fig, axes = plt.subplots(2, 2, figsize=(12, 8), sharex=True)
axes = axes.ravel()

plot_two_models(axes[0], alpha,
                prm_mae_mean, prm_mae_low, prm_mae_high,
                gpr_mae_mean, gpr_mae_low, gpr_mae_high,
                ylabel="MAE ( $\mu\text{m}$ )", title="(a) MAE with 95% bootstrap CI")

plot_two_models(axes[1], alpha,
                prm_rmse_mean, prm_rmse_low, prm_rmse_high,
                gpr_rmse_mean, gpr_rmse_low, gpr_rmse_high,

```

```

        ylabel="RMSE ( $\mu\text{m}$ )", title="(b) RMSE with 95% bootstrap CI")

# R2 panel: include negative CI for PRM-3 at 90°
r2_lower = min(prm_r2_low.min(), gpr_r2_low.min())
plot_two_models(axes[2], alpha,
                prm_r2_mean, prm_r2_low, prm_r2_high,
                gpr_r2_mean, gpr_r2_low, gpr_r2_high,
                ylabel="R2", title="(c) R2 with 95% bootstrap CI",
                ylim=(min(-0.5, r2_lower - 0.1), 1.05))

plot_two_models(axes[3], alpha,
                prm_mape_mean, prm_mape_low, prm_mape_high,
                gpr_mape_mean, gpr_mape_low, gpr_mape_high,
                ylabel="MAPE (%)", title="(d) MAPE with 95% bootstrap CI")

for ax in axes:
    ax.set_xlabel(r"Held-out cutting angle  $\alpha_{\mathrm{test}}$  (°)")

axes[0].legend(loc="upper left", fontsize=10)

plt.tight_layout()
out_path = "Figura_11_PRM3_vs_GPR_OOS_with95CI.png"
plt.savefig(out_path, dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()

print(f"✓ Saved: {out_path}")

```

К.10. Слика F.1: Графици на совпаѓање низ OOS-поделбите според аголот (PRM-3 наспроти GPR)

Овој скрипт ги генерира parity-графиците за PRM-3 и GPR преку конкатенирање на CSV-датотеките „измерено–предвидено“ за сите OOS-поделби според аголот. Точките се прикажуваат одделно за двата модели, се обојуваат според α_{test} , а во секој панел се додава референтна линија 1:1. Скриптата има исклучиво графичка и описна функција и не вклучува повторно обучување на моделите или повторно пресметување на метриците.

```

# =====
# One script: PRM-3 vs GPR parity plots in ONE Слика (side-by-side)

```

```

# - Auto-finds files in /content (and common subfolders)
# - Loads angle-wise holdout measured vs predicted CSVs
# - Uses dissertation notation:  $R^-_{max}$  (measured) and  $R^+_{max}$  (predicted)
# - Saves: Figura_F.1_Parity_PRM3_vs_GPR.png
# =====

import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
from pathlib import Path

# -----
# Settings
# -----
ANGLES = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]
BASE = Path("/content") # Colab default

# Common locations we saw in your session
PRM3_CANDIDATE_DIRS = [
    BASE / "PRM3_OOS_predictions_by_angle",
    BASE / "PRM3_predictions_by_angle",
    BASE, # fallback (you found /content/measured_vs_predicted_a30.csv)
]

GPR_CANDIDATE_DIRS = [
    BASE / "GPR_measured_vs_predicted_by_angle",
    BASE, # fallback (you found
/content/gpr_measured_vs_predicted_a30.csv)
]

PRM3_PATTERN = "measured_vs_predicted_a{a}.csv"
GPR_PATTERN = "gpr_measured_vs_predicted_a{a}.csv"

OUT_FIG = BASE / "Figura_11_1_Parity_PRM3_vs_GPR.png"

```

```

# -----
# Helpers
# -----
def find_dir_with_file(candidates, filename):
    for d in candidates:
        if (d / filename).exists():
            return d
    return None

def pick_col(df, candidates):
    for c in candidates:
        if c in df.columns:
            return c
    raise KeyError(f"None of these columns found: {candidates}\nAvailable:
{list(df.columns)}")

def load_model_long(model_name: str, folder: Path, pattern: str) ->
pd.DataFrame:
    dfs = []
    for a in ANGLES:
        f = folder / pattern.format(a=a)
        if not f.exists():
            raise FileNotFoundError(f"Missing {model_name} file for  $\alpha$ ={a}:
{f}")

        df = pd.read_csv(f)

        # robustly find measured & predicted cols
        meas_col = pick_col(df, ["Rmax", "R_max", "Measured", "measured",
"y_true"])
        pred_col = pick_col(df, ["Rmax_pred", "R_max_pred", "Predicted",
"predicted", "y_pred"])

        tmp = df.rename(columns={meas_col: "Rbar", pred_col:
"Rhat"}).copy()
        tmp["alpha_test"] = a

```

```

    tmp["model"] = model_name

    dfs.append(tmp[["Rbar", "Rhat", "alpha_test", "model"]])

    out = pd.concat(dfs, ignore_index=True)

    return out

# -----
# Auto-detect folders
# -----

prm3_dir = find_dir_with_file(PRM3_CANDIDATE_DIRS,
PRM3_PATTERN.format(a=30))

gpr_dir = find_dir_with_file(GPR_CANDIDATE_DIRS,
GPR_PATTERN.format(a=30))

if prm3_dir is None:

    raise FileNotFoundError(

        "Could not find PRM-3 files. Looked for
measured_vs_predicted_a30.csv in:\n"
        + "\n".join(str(p) for p in PRM3_CANDIDATE_DIRS)
    )

if gpr_dir is None:

    raise FileNotFoundError(

        "Could not find GPR files. Looked for
gpr_measured_vs_predicted_a30.csv in:\n"
        + "\n".join(str(p) for p in GPR_CANDIDATE_DIRS)
    )

print("✓ Using PRM-3 folder:", prm3_dir)
print("✓ Using GPR folder :", gpr_dir)

# -----
# Load both models
# -----

prm3 = load_model_long("PRM-3", prm3_dir, PRM3_PATTERN)
gpr = load_model_long("GPR", gpr_dir, GPR_PATTERN)

```

```

# Common axis limits across both panels
all_vals = pd.concat([prm3[["Rbar", "Rhat"]], gpr[["Rbar", "Rhat"]],
ignore_index=True)
min_r = float(all_vals.min().min())
max_r = float(all_vals.max().max())
pad = 0.03 * (max_r - min_r)
lo, hi = min_r - pad, max_r + pad

# -----
# Plot (two panels)
# -----

sns.set_style("whitegrid")
fig, axes = plt.subplots(1, 2, figsize=(14.0, 6.2), sharex=True,
sharey=True)

palette = "viridis"

# Left: PRM-3
ax = axes[0]
sns.scatterplot(
    data=prm3, x="Rbar", y="Rhat",
    hue="alpha_test", palette=palette,
    s=55, edgecolor="k", linewidth=0.35, ax=ax
)
ax.plot([lo, hi], [lo, hi], "r--", lw=1.6)
ax.set_xlim(lo, hi)
ax.set_ylim(lo, hi)
ax.set_xlabel(r"Measured  $\bar{R}_{\max}$  ( $\mu\text{m}$ )")
ax.set_ylabel(r"Predicted  $\hat{R}_{\max}$  ( $\mu\text{m}$ ) - PRM-3")
ax.legend(title=r" $\alpha_{\text{test}}$  ( $^{\circ}$ )", loc="upper left",
bbox_to_anchor=(1.02, 1), frameon=True)
ax.grid(True, ls="--", lw=0.4, alpha=0.6)

# Right: GPR

```

```

ax = axes[1]
sns.scatterplot(
    data=gpr, x="Rbar", y="Rhat",
    hue="alpha_test", palette=palette,
    s=55, edgecolor="k", linewidth=0.35, ax=ax
)
ax.plot([lo, hi], [lo, hi], "r--", lw=1.6)
ax.set_xlim(lo, hi)
ax.set_ylim(lo, hi)
ax.set_xlabel(r"Measured  $\bar{R}_{\max}$  ( $\mu\text{m}$ )")
ax.set_ylabel(r"Predicted  $\hat{R}_{\max}$  ( $\mu\text{m}$ ) - GPR")

# Remove duplicate legend in panel B (keep only left panel legend)
ax.legend_.remove()
ax.grid(True, ls="--", lw=0.4, alpha=0.6)

plt.tight_layout()
plt.savefig(OUT_FIG, dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()

print(f"✓ Saved: {OUT_FIG}")

```

К.11. Слика F.2: OOS-распределби на апсолутната грешка (PRM-3 наспроти GPR)

Овој скрипт ја генерира Слика F.2 преку обединување на OOS-апсолутните грешки на конфигурациско ниво за PRM-3 и GPR од претходно извезените CSV-датотеки „измерено–предвидено“. Приказот е опишен и не вклучува повторно приспособување на моделите или тестирање на хипотези.

```

# - Figura_F2_OOS_AbsError_Boxplots_PRM3_vs_GPR.png
# =====
import pandas as pd
from pathlib import Path
import matplotlib.pyplot as plt

# If seaborn is available, it makes grouped boxplots nicer.
# If not, the script will fall back to matplotlib.
try:

```

```

import seaborn as sns

HAS_SEABORN = True
except ImportError:
    HAS_SEABORN = False

# -----
# Settings
# -----

folder = Path(".")
angles = [30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]

# ✓ Files
# PRM-3: you said you may or may not have *_with_e.csv; we support BOTH.
prm3_pattern_primary = "measured_vs_predicted_a{a}_with_e.csv"
prm3_pattern_fallback = "measured_vs_predicted_a{a}.csv"

# GPR: set to your actual convention (you can change this single line)
gpr_pattern = "gpr_results_a{a}.csv" # e.g., gpr_results_a30.csv ...
gpr_results_a90.csv

# numeric safety for MAPE etc. (not needed here, but harmless)
EPS = 1e-12

# -----
# Helpers
# -----

def find_existing(patterns, angle):
    """Return the first existing Path for the given angle among patterns,
    else None."""
    for pat in patterns:
        p = folder / pat.format(a=angle)
        if p.exists():
            return p
    return None

```

```

def standardize_pred_column(df: pd.DataFrame, file_name: str) ->
pd.DataFrame:
    """Rename any common prediction column to Rmax_pred."""
    pred_candidates = [
        "Rmax_pred", "RmaxPred", "Rmax_hat", "Rhat", "Rhat_max",
        "y_pred", "Pred", "Predicted", "prediction", "yhat"
    ]
    if "Rmax_pred" in df.columns:
        return df

    for c in pred_candidates:
        if c in df.columns:
            return df.rename(columns={c: "Rmax_pred"})

    raise ValueError(
        f"{file_name} is missing a prediction column. "
        f"Expected one of {pred_candidates}."
    )

def ensure_required_columns(df: pd.DataFrame, file_name: str) ->
pd.DataFrame:
    """Ensure we have at least Rmax and Rmax_pred; compute e and Abs_Error
    if needed."""
    df = standardize_pred_column(df, file_name)

    need = {"Rmax", "Rmax_pred"}
    if not need.issubset(df.columns):
        raise ValueError(f"{file_name} missing required columns {need}.
        Found: {set(df.columns)}")

    # Compute e and |e|
    if "e" not in df.columns:
        df["e"] = df["Rmax"] - df["Rmax_pred"]
    if "Abs_Error" not in df.columns:
        df["Abs_Error"] = df["e"].abs()

```

```

return df

def load_one(model_name: str, angle: int, patterns) -> pd.DataFrame:
    """
    Load one angle file for a model.
    patterns: list[str] or str pattern
    """
    if isinstance(patterns, str):
        patterns = [patterns]

    f = find_existing(patterns, angle)

    if f is None:
        tried = [str((folder / p.format(a=angle))) for p in patterns]
        raise FileNotFoundError(f"Missing file for {model_name},  $\alpha$ ={angle}.
Tried: {tried}")

    df = pd.read_csv(f)
    df = ensure_required_columns(df, f.name)

    # Add identifiers
    df["alpha_test"] = angle
    df["model"] = model_name

    # Keep columns if present (don't fail if identifiers are missing in
some files)
    keep = [c for c in ["model", "alpha_test", "alpha", "H", "vx", "Rmax",
"Rmax_pred", "e", "Abs_Error"] if c in df.columns]
    return df[keep].copy()

# -----
# Build long dataframe
# -----
rows = []
for a in angles:
    rows.append(load_one("PRM-3", a, [prm3_pattern_primary,
prm3_pattern_fallback]))

```

```

    rows.append(load_one("GPR", a, [gpr_pattern]))

long_df = pd.concat(rows, ignore_index=True)

# Save combined table (useful for appendix / reproducibility)
long_out = "OOS_abs_error_long_PRM3_vs_GPR.csv"
long_df.to_csv(long_out, index=False)
print(f"✓ Saved: {long_out} (n={len(long_df)})")

# -----
# Plot
# -----

fig, ax = plt.subplots(figsize=(11.5, 6.2))
order = angles

if not HAS_SEABORN:
    raise ImportError("Please install seaborn for grouped boxplots: pip
install seaborn")

sns.set_style("whitegrid")

# Boxplots
sns.boxplot(
    data=long_df,
    x="alpha_test", y="Abs_Error",
    hue="model",
    order=order,
    width=0.65,
    showfliers=False,
    ax=ax
)

# Points (optional)
sns.stripplot(
    data=long_df,

```

```

    x="alpha_test", y="Abs_Error",
    hue="model",
    order=order,
    dodge=True,
    size=3.2,
    alpha=0.55,
    linewidth=0,
    ax=ax
)

# Fix duplicated legend (boxplot + stripplot)
handles, labels = ax.get_legend_handles_labels()
keep_labels = ["PRM-3", "GPR"]
uniq = []
uniq_labels = []
for h, l in zip(handles, labels):
    if l in keep_labels and l not in uniq_labels:
        uniq.append(h)
        uniq_labels.append(l)
ax.legend(uniq, uniq_labels, title="", loc="upper left", frameon=True)

ax.set_xlabel(r"Held-out cutting angle  $\alpha_{\text{test}}$  ( $^{\circ}$ )", fontsize=12)
ax.set_ylabel(r"Absolute error  $|e| = |R_{\text{max}} - \hat{R}_{\text{max}}|$  ( $\mu\text{m}$ )",
    fontsize=12)

ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.35)
plt.tight_layout()

fig_out = "Figura_F2_OOS_AbsError_Boxplots_PRM3_vs_GPR.png"
plt.savefig(fig_out, dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()
print(f"✓ Saved: {fig_out}")

print("\nNote: This Слика is descriptive under the fixed angle-wise holdout
design (n_test=12 per  $\alpha_{\text{test}}$ ).")

```

```
print("It visualizes configuration-level |e| under the matched OOS
protocol; it is not a significance test and not model-parameter
uncertainty.")
```

К.12. Табела 12: DE-идентификувани кандидат-конфигурации на минимум за PRM-3 заменскиот модел

Овој скрипт ја репродуцира Табела 12 преку приспособување на PRM-3 врз целосниот конфигурациски датасет и примена на DE за идентификација на моделски условен кандидатски минимум за секое фиксно ниво на H , во рамките на тестираните граници. Доколку е овозможено, се спроведува и детерминистичка мрежна проверка како внатрешна нумеричка контрола. Излезите имаат аудиторски статус и се однесуваат на минимумот на заменскиот модел, а не на физички, експериментално или производствено потврден оптимум.

```
# =====
# PRM-3 (fit from measured_data_a_all.csv) + DE optimization
# One script: fit -> extract coefficients -> optimize per H
# =====

import numpy as np
import pandas as pd
from pathlib import Path
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from scipy.optimize import differential_evolution

# -----
# 0) Inputs
# -----
DATA_PATH = Path("measured_data_a_all.csv") # adjust if needed
REQUIRED_COLS = {"alpha", "H", "vx", "Rmax"}

# Fixed experimental levels for reporting (discrete)
H_LEVELS = [20.0, 30.0, 40.0, 50.0]

# DE settings (match your reported DE/rand/1/bin style)
DE_SETTINGS = dict(
    strategy="randlbin", # DE/rand/1/bin
    maxiter=300,
    popsize=20, # SciPy uses popsize*D (D=2)
```

```

    mutation=0.8,          # F
    recombination=0.9,    # CR
    tol=1e-7,
    polish=True,
    seed=42,
    updating="deferred",
    workers=1,
    disp=False,
)

# Optional grid check resolution (can be slow if large)
DO_GRID_CHECK = False
GRID_N_ALPHA = 161
GRID_N_VX = 161

# -----
# 1) Load data
# -----
df = pd.read_csv(DATA_PATH)
missing = REQUIRED_COLS - set(df.columns)
if missing:
    raise ValueError(f"Missing columns in {DATA_PATH.name}:
{missing}\nFound: {list(df.columns)}")

alpha = df["alpha"].astype(float).values
H      = df["H"].astype(float).values
vx     = df["vx"].astype(float).values
y      = df["Rmax"].astype(float).values

# -----
# 2) Min-Max scaling limits (FROM DATA)
# -----
DOMAIN = {
    "alpha": (float(alpha.min()), float(alpha.max())),
    "H":     (float(H.min()),    float(H.max())),

```

```

    "vx":    (float(vx.min()),    float(vx.max())),
}

def minmax(x, xmin, xmax):
    x = np.asarray(x, dtype=float)
    return (x - xmin) / (xmax - xmin)

# Normalize using DATA limits
an = minmax(alpha, DOMAIN["alpha"][0], DOMAIN["alpha"][1])
hn = minmax(H,    DOMAIN["H"][0],    DOMAIN["H"][1])
vxn = minmax(vx,  DOMAIN["vx"][0],   DOMAIN["vx"][1])

# -----
# 3) Build PRM-3 feature matrix (your exact 12-term layout)
#    Order must match later predictor.
# -----
X = np.column_stack([
    an, hn, vxn,
    an**2, hn**2, vxn**2,
    an**3, hn**3, vxn**3,
    an*hn, an*vxn, hn*vxn
])

# -----
# 4) Fit PRM-3 (OLS)
# -----
model = LinearRegression()
model.fit(X, y)

# Intercept + coefficients mapped to b0..b12 consistent with your surrogate
# formula:
BETA = {"b0": float(model.intercept_)}
coef = model.coef_.astype(float).ravel()
for i, c in enumerate(coef, start=1):
    BETA[f"b{i}"] = float(c)

```

```

print("=== PRM-3 fitted from measured_data_a_all.csv ===")
print("Min-Max DOMAIN used (from this dataset):", DOMAIN)
print("\nCoefficients:")
print("b0 (intercept):", BETA["b0"])
for i in range(1, 13):
    print(f"b{i}:", BETA[f"b{i}"])

# -----
# 5) PRM-3 predictor using SAME scaling + SAME term order
# -----
def prm3_predict(alpha_deg, H_mm, vx_mmin):
    a = minmax(alpha_deg, DOMAIN["alpha"][0], DOMAIN["alpha"][1])
    h = minmax(H_mm, DOMAIN["H"][0], DOMAIN["H"][1])
    v = minmax(vx_mmin, DOMAIN["vx"][0], DOMAIN["vx"][1])

    # enforce "no extrapolation" (optional but recommended)
    if np.any((a < 0) | (a > 1) | (h < 0) | (h > 1) | (v < 0) | (v > 1)):
        raise ValueError(
            f"Input out of training domain after scaling: "
            f"alpha={alpha_deg}, H={H_mm}, vx={vx_mmin} "
            f"=> (a*,h*,v*)=({a},{h},{v})"
        )

    # term order MUST match X columns
    return (
        BETA["b0"]
        + BETA["b1"] * a + BETA["b2"] * h + BETA["b3"] * v
        + BETA["b4"] * a**2 + BETA["b5"] * h**2 + BETA["b6"] * v**2
        + BETA["b7"] * a**3 + BETA["b8"] * h**3 + BETA["b9"] * v**3
        + BETA["b10"] * a * h + BETA["b11"] * a * v + BETA["b12"] * h * v
    )

# -----

```

```

# 6) DE optimization per fixed H
#   Bounds are the DATA domain by default (no extrapolation).
# -----
ALPHA_BOUNDS = DOMAIN["alpha"]
VX_BOUNDS    = DOMAIN["vx"]

def de_optimize_for_fixed_H(H_fixed):
    def obj(x):
        a_, v_ = float(x[0]), float(x[1])
        return float(prm3_predict(a_, H_fixed, v_))

    res = differential_evolution(
        obj,
        bounds=[ALPHA_BOUNDS, VX_BOUNDS],
        **DE_SETTINGS
    )

    return {
        "H (mm)": float(H_fixed),
        "alpha* (deg)": float(res.x[0]),
        "vx* (m·min-1)": float(res.x[1]),
        "Rmax* (μm)": float(res.fun),
        "nfev": int(res.nfev),
        "nit": int(res.nit),
        "success": bool(res.success),
        "message": str(res.message),
    }

# -----
# 7) Optional grid sanity-check (slow)
# -----
def grid_check_for_fixed_H(H_fixed, na=GRID_N_ALPHA, nv=GRID_N_VX):
    alphas = np.linspace(ALPHA_BOUNDS[0], ALPHA_BOUNDS[1], na)
    vxs    = np.linspace(VX_BOUNDS[0],    VX_BOUNDS[1],    nv)

```

```

best = (np.inf, None, None)
for a_ in alphas:
    for v_ in vxs:
        val = float(prm3_predict(a_, H_fixed, v_))
        if val < best[0]:
            best = (val, float(a_), float(v_))

return {
    "H (mm)": float(H_fixed),
    "alpha_grid (deg)": best[1],
    "vx_grid (m·min-1)": best[2],
    "Rmax_grid (μm)": best[0],
}

# -----
# 8) Run and print table
# -----
print("\n=== DE optimization on fitted PRM-3 surrogate ===")
print(f"Bounds used: alpha ∈ [{ALPHA_BOUNDS[0]:.1f}, {ALPHA_BOUNDS[1]:.1f}]
deg, "
      f"vx ∈ [{VX_BOUNDS[0]:.1f}, {VX_BOUNDS[1]:.1f}] m·min-1\n")

rows = []
for H_fixed in H_LEVELS:
    row = de_optimize_for_fixed_H(H_fixed)
    rows.append(row)
    print(f"H={row['H (mm)']:.0f} | alpha*={row['alpha* (deg)']:.4f}° | "
          f"vx*={row['vx* (m·min-1)']:.4f} m·min-1 | Rmax*={row['Rmax*
(μm)']:.4f} μm | "
          f"nfev={row['nfev']} | nit={row['nit']} |
success={row['success']}")

# -----
# 9) Save outputs (audit + table-ready)

```

```

# -----
results_df = pd.DataFrame(rows)

# (A) Full audit file (keeps diagnostics)
audit_csv = Path("DE_optima_from_fitted_PRM3.csv")
results_df.to_csv(audit_csv, index=False)
print(f"\n✓ Saved (audit): {audit_csv.resolve()}")

# (B) Table 12-ready file (minimal columns + rounding)
table_cols = ["H (mm)", "alpha* (deg)", "vx* (m·min-1)", "Rmax* (μm)"]
table_df = results_df[table_cols].copy()

# Match dissertation-style rounding (adjust if your Table uses different)
table_df["H (mm)"] = table_df["H (mm)"].round(0).astype(int)
table_df["alpha* (deg)"] = table_df["alpha* (deg)"].round(0).astype(int)
table_df["vx* (m·min-1)"] = table_df["vx* (m·min-1)"].round(1)
table_df["Rmax* (μm)"] = table_df["Rmax* (μm)"].round(2)

table_csv = Path("Table_I1_DE_PRM3_optima.csv")
table_df.to_csv(table_csv, index=False)
print(f"✓ Saved (Table 12-ready): {table_csv.resolve()}")

if DO_GRID_CHECK:
    print("\n=== Grid sanity check (optional) ===")
    grid_rows = [grid_check_for_fixed_H(H_fixed) for H_fixed in H_LEVELS]
    grid_df = pd.DataFrame(grid_rows)
    print(grid_df.to_string(index=False))

    grid_csv = Path("DE_gridcheck_from_fitted_PRM3.csv")
    grid_df.to_csv(grid_csv, index=False)
    print(f"✓ Saved (grid check): {grid_csv.resolve()}")

```

К.13. Слика И.1–И.2: PRM-3 предвидени одговорни површини со DE-избран минимум-кандидат

Овој скрипт ги генерира тридимензионалните PRM-3 одговорни површини за фиксни нивоа на H и ја преклопува DE-избраната минимум-кандидат точка врз секоја површина. Излезите служат како графичка основа за Слика И.1 и Слика И.2.

```
# =====
L.13 - Figure L.13 - Figure I.1-I.2: PRM-3 response surface + DE optimum (H
= 20-50 mm)

# - Faceted 3D surfaces (coarse mesh; visible edges; no smoothing)
# - DE/rand/1/bin (strategy="rand1bin") within tested bounds
#
# Outputs:
#   AX_RS_3D_surfaces_faceted/Figura_I1_PRM3_DE_surface_H{H}.png#
=====

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib import colors
from scipy.optimize import differential_evolution
from pathlib import Path

# -----
# 1) PRM-3 coefficients ( $\beta_0.. \beta_{12}$ )
# -----
B = {
    "b0": 98.9407,
    "b1": 107.7738,
    "b2": 97.2179,
    "b3": 66.2495,
    "b4": 9.5714,
    "b5": 5.1429,
    "b6": 3.8158,
    "b7": -10.5000,
    "b8": -33.4286,
    "b9": -27.4010,
    "b10": -20.4643,
```

```

    "b11": -25.5000,
    "b12":  58.8857,
}

# -----
# 2) Scaling bounds (experimental design bounds)
# -----
SCALE = {
    "alpha_min": 30.0, "alpha_max": 90.0,
    "H_min":     20.0, "H_max":    50.0,
    "vx_min":    3.0, "vx_max":    9.0,
}

H_VALUES      = [20.0, 30.0, 40.0, 50.0]
ALPHA_RANGE   = (30.0, 90.0)
VX_RANGE      = (3.0, 9.0)

def minmax(x, xmin, xmax):
    x = np.asarray(x, dtype=float)
    return (x - xmin) / (xmax - xmin)

def prm3_predict(alpha_deg, H_mm, vx_mmin, coef=B, scale=SCALE):
    a = minmax(alpha_deg, scale["alpha_min"], scale["alpha_max"])
    h = minmax(H_mm,      scale["H_min"],      scale["H_max"])
    v = minmax(vx_mmin,  scale["vx_min"],      scale["vx_max"])

    return (
        coef["b0"]
        + coef["b1"] * a + coef["b2"] * h + coef["b3"] * v
        + coef["b4"] * a**2 + coef["b5"] * h**2 + coef["b6"] * v**2
        + coef["b7"] * a**3 + coef["b8"] * h**3 + coef["b9"] * v**3
        + coef["b10"] * a * h + coef["b11"] * a * v + coef["b12"] * h * v
    )

```

```

def de_optimize_at_H(H_fixed, seed=42, maxiter=200, NP=40, F=0.8, CR=0.9,
tol=1e-7):
    """DE/rand/1/bin equivalent in SciPy: strategy='randlbin'."""
    D = 2
    popsize = max(1, int(round(NP / D))) # SciPy uses popsize*D
    def obj(x):
        alpha, vx = x
        return float(prm3_predict(alpha, H_fixed, vx))

    res = differential_evolution(
        obj,
        bounds=[ALPHA_RANGE, VX_RANGE],
        strategy="randlbin",
        maxiter=maxiter,
        popsize=popsize,
        mutation=F,
        recombination=CR,
        tol=tol,
        seed=int(seed),
        polish=True,
        updating="deferred",
        workers=1,
        disp=False,
    )
    a_opt, v_opt = res.x
    return {
        "H": float(H_fixed),
        "alpha_opt": float(a_opt),
        "vx_opt": float(v_opt),
        "Rhat_opt": float(res.fun),
        "nfev": int(res.nfev),
        "nit": int(res.nit),
        "success": bool(res.success),
        "message": str(res.message),
    }

```

```

def plot_surface_at_H(
    H_fixed: float,
    n_alpha: int = 25,      # coarse grid => less "smooth"
    n_vx: int = 25,        # coarse grid => faceted look
    show_optimum: bool = True,
    show_wireframe: bool = True,
    show_title: bool = False, # set True if you want a title
    seed: int = 42,
    maxiter: int = 200,
    NP: int = 40,
    F: float = 0.8,
    CR: float = 0.9,
    tol: float = 1e-7,
    save_path: str | Path | None = None,
    show: bool = True
):
    alpha = np.linspace(ALPHA_RANGE[0], ALPHA_RANGE[1], n_alpha)
    vx     = np.linspace(VX_RANGE[0],    VX_RANGE[1],    n_vx)
    A, V   = np.meshgrid(alpha, vx, indexing="xy")
    Z      = prm3_predict(A, H_fixed, V)

    norm = colors.Normalize(vmin=float(np.min(Z)), vmax=float(np.max(Z)))

    fig = plt.Figure(figsize=(10, 7))
    ax = fig.add_subplot(111, projection="3d")

    # FACETED surface (edges + no antialias + no shading)
    ax.plot_surface(
        A, V, Z,
        cmap="viridis",
        norm=norm,
        rstride=1, cstride=1,
        linewidth=0.35,

```

```

        edgecolor="k",
        antialiased=False,
        shade=False,
        alpha=0.98
    )

    # Optional: exact grid-lines
    if show_wireframe:
        ax.plot_wireframe(A, V, Z, rstride=1, cstride=1, color="k",
linewidht=0.25, alpha=0.35)

    # Colorbar
    mappable = plt.cm.ScalarMappable(norm=norm, cmap="viridis")
    mappable.set_array(Z)
    cbar = fig.colorbar(mappable, ax=ax, shrink=0.72, pad=0.10)
    cbar.set_label(r"$\hat{R}_{\max}$ ($\mu\text{m}$)")

    ax.set_xlabel(r"Cutting angle $\alpha$ ($^\circ$)")
    ax.set_ylabel(r"Feed speed $v_x$ (m$\cdot\text{min}^{-1}$)")
    ax.set_zlabel(r"$\hat{R}_{\max}$ ($\mu\text{m}$)")

    if show_title:
        ax.set_title(f"PRM-3 response surface (H = {int(H_fixed)} mm)")

    if show_optimum:
        opt = de_optimize_at_H(H_fixed, seed=seed, maxiter=maxiter, NP=NP,
F=F, CR=CR, tol=tol)

        ax.scatter([opt["alpha_opt"]], [opt["vx_opt"]], [opt["Rhat_opt"]],
s=70, marker="o", depthshade=False, color="red")

    legend_text = (
        rf"DE optimum (H={int(H_fixed)} mm): "
        rf"$\alpha$={opt['alpha_opt']:.2f}$^\circ$, "
        rf"$v_x$={opt['vx_opt']:.2f}$ m$\cdot\text{min}^{-1}$"

```

```

    )
    ax.legend([legend_text], loc="upper left", frameon=True)

plt.tight_layout()

if save_path is not None:
    save_path = Path(save_path)
    save_path.parent.mkdir(parents=True, exist_ok=True)
    plt.savefig(save_path, dpi=300, bbox_inches="tight")
    print(f"✓ Saved: {save_path}")

if show:
    plt.show()
else:
    plt.close(fig)

return Z

# =====
# MAIN - generate 3D surfaces for all H in {20,30,40,50}
# =====
if __name__ == "__main__":
    out_dir = Path("AX_RS_3D_surfaces_faceted")
    out_dir.mkdir(exist_ok=True)

    for H in H_VALUES:
        print(f"\n--- H={H:.0f} mm ---")
        opt = de_optimize_at_H(H, seed=42, maxiter=200, NP=40, F=0.8,
CR=0.9)
        print(
            f"H={opt['H']:.0f} | alpha*={opt['alpha_opt']:.4f}° | "
            f"vx*={opt['vx_opt']:.4f} m·min-1 | Rhat={opt['Rhat_opt']:.4f}
μm | "
            f"nfev={opt['nfev']} | success={opt['success']}"
        )

```

```

fig_name = out_dir / f" Figura_I1_PRM3_DE_surface_H{H}.png"
plot_surface_at_H(
    H_fixed=H,
    n_alpha=25, n_vx=25,          # coarse grid => "exact" look
    show_optimum=True,
    show_wireframe=True,
    show_title=False,           # removes big titles
    seed=42, maxiter=200,
    NP=40, F=0.8, CR=0.9,
    save_path=fig_name,
    show=True

```

К.14. Слика 14 и 15: контурни одговорни површини на PRM-3 при фиксен H

Овој скрипт ги генерира контурните мапи на PRM-3 за фиксни нивоа на H во тестираните домени на α и v_x , со преклопување на DE-пријавениот минимум-кандидат. Поединечните контурни излези служат како основа за уредувачката композиција на Слика 14 и Слика 15.

```

# Contour Figures Only (PRM-3): Figure 13 - Figure 14
#
# - Generates PRM-3 contour maps at fixed  $H \in \{20, 30, 40, 50\}$  mm
# - Overlays DE-reported minimizer ( $\alpha^*$ ,  $v_x^*$ ) for each  $H$  (using your inputs)
# - Saves Figures with dissertation-ready names
# =====

import numpy as np
from pathlib import Path
import matplotlib.pyplot as plt

# -----
# Paths (edit if needed)
# -----
OUT_DIR = Path("AX_DE_outputs") # where you want Figures saved
FIG_DIR = OUT_DIR
FIG_DIR.mkdir(parents=True, exist_ok=True)

```

```

# -----
# PRM-3 coefficients (your fitted values)
# -----
B = {
    "b0": 98.94067460317473,
    "b1": 107.77380952380932,
    "b2": 97.21785714285727,
    "b3": 66.24948979591827,
    "b4": 9.571428571428093,
    "b5": 5.142857142857163,
    "b6": 3.8158163265305554,
    "b7": -10.499999999999922,
    "b8": -33.428571428571146,
    "b9": -27.40102040816322,
    "b10": -20.46428571428568,
    "b11": -25.500000000000085,
    "b12": 58.88571428571436,
}

# -----
# Domain / scaling (must match your optimization workflow)
# -----
BOUNDS = {"alpha": (30.0, 90.0), "vx": (3.0, 9.0)}
H_VALUES = [20.0, 30.0, 40.0, 50.0]

# DE-reported minimizer (replace with per-H values if they differ)
ALPHA_STAR = 30.0
VX_STAR = 3.0

# -----
# Helpers
# -----
def minmax(x, xmin, xmax):
    x = np.asarray(x, dtype=float)

```

```

    return (x - xmin) / (xmax - xmin)

def prm3_predict(alpha_deg, H_mm, vx_mmin, coef=B, bounds=BOUNDS,
H_vals=H_VALUES):
    a = minmax(alpha_deg, bounds["alpha"][0], bounds["alpha"][1])
    h = minmax(H_mm, min(H_vals), max(H_vals))
    v = minmax(vx_mmin, bounds["vx"][0], bounds["vx"][1])

    return (
        coef["b0"]
        + coef["b1"] * a + coef["b2"] * h + coef["b3"] * v
        + coef["b4"] * a**2 + coef["b5"] * h**2 + coef["b6"] * v**2
        + coef["b7"] * a**3 + coef["b8"] * h**3 + coef["b9"] * v**3
        + coef["b10"] * a * h + coef["b11"] * a * v + coef["b12"] * h * v
    )

# -----
# Contour plot
# -----
def make_contour_for_H(
    H_mm,
    alpha_star=ALPHA_STAR,
    vx_star=VX_STAR,
    n_alpha=250,
    n_vx=250,
    out_dir=FIG_DIR,
    fig_name=None,
    Figura_number_label=None
):
    a = np.linspace(BOUNDS["alpha"][0], BOUNDS["alpha"][1], n_alpha)
    v = np.linspace(BOUNDS["vx"][0], BOUNDS["vx"][1], n_vx)
    A, V = np.meshgrid(a, v)

    Z = prm3_predict(A, H_mm, V)

```

```

fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6))

# Filled contours + contour lines (no smoothing)
cf = ax.contourf(A, V, Z, levels=18, cmap="viridis")
cs = ax.contour(A, V, Z, levels=8, colors="k", linewidths=0.8,
alpha=0.75)
ax.clabel(cs, inline=True, fontsize=9, fmt="%.0f")

cbar = fig.colorbar(cf, ax=ax, pad=0.02)
cbar.set_label("Predicted roughness  $R_{\max}^{\wedge}$  ( $\mu\text{m}$ )", fontsize=12)

ax.set_xlabel("Cutting angle  $\alpha$  ( $^{\circ}$ )", fontsize=12)
ax.set_ylabel("Feed speed  $v_x$  ( $\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$ )", fontsize=12)
ax.set_xlim(BOUNDS["alpha"])
ax.set_ylim(BOUNDS["vx"])
ax.grid(True, linestyle="--", alpha=0.35)

# Title (optional; you can remove if you only want captions in Word)
if Figura_number_label is None:
    title = f"PRM-3 surrogate contour map (H = {int(H_mm)} mm)"
else:
    title = f"PRM-3 surrogate contour map at H = {int(H_mm)} mm (tested
domain)"
ax.set_title(title, fontsize=13, pad=10)

# Overlay DE minimizer
ax.plot(alpha_star, vx_star, marker="*", markersize=16,
color="red", markeredgecolor="black", zorder=5)
ax.annotate(
    " $(\alpha^*, v_x^*)$ ",
    xy=(alpha_star, vx_star),
    xytext=(alpha_star + 3.0, vx_star + 0.25),
    fontsize=12,
    bbox=dict(boxstyle="round,pad=0.25", fc="white", ec="0.4"),
    arrowprops=dict(arrowstyle="->", color="black", lw=1.1)

```

```

)

out_dir.mkdir(parents=True, exist_ok=True)
if fig_name is None:
    fig_name = f"Figura_5.8.1_contour_H{int(H_mm)}.png"
out_path = out_dir / fig_name

plt.tight_layout()
plt.savefig(out_path, dpi=300, bbox_inches="tight")
plt.show()
print(f"✓ Saved: {out_path}")

def make_all_RS_contours():
    names = {
        20.0: ("Figure 13_PRM3_contour_H20mm.png", "Figure 13."),
        30.0: ("Figure 13_PRM3_contour_H30mm.png", " Figure 13."),
        40.0: ("Figure 14_PRM3_contour_H40mm.png", " Figure 14."),
        50.0: ("Figure 14_PRM3_contour_H50mm.png", " Figure 14."),
    }
    for H in H_VALUES:
        fig_name, fig_label = names[float(H)]
        make_contour_for_H(H_mm=H, fig_name=fig_name,
Figura_number_label=fig_label)

# -----
# RUN
# -----
if __name__ == "__main__":
    make_all_RS_contours()

```

K.15. Табела J.1 и J.2: репродукцибилност на DE со повеќе случајни семиња (фиксен PRM-3)

Овој скрипт ги репродуцира Табела J.1 и Табела J.2 преку повеќекратно извршување на DE врз фиксен PRM-3 заменски модел, при што под референтната конфигурација се менува само случајното семе. За секое H , резултатите се сумираат околу медијанското решение и фреквенцијата на еквивалентниот оптимум, според декларираните

толеранции. Овие излези ја документираат повторливоста на оптимизаторот, а не физичката валидација на минимумот.

```
# =====  
# Table 12 - Multi-seed reproducibility summary by cutting height  
# DE on fixed PRM-3 surrogate (no recalibration)  
#  
# - Strategy: DE/rand/1/bin (SciPy: strategy="randlbin")  
# - NP = 40, F = 0.8, CR = 0.9, Gmax = 300  
# - R = 30 runs per H with distinct seeds  
# - Equivalence tolerance:  $|\Delta\alpha^*| \leq 0.5^\circ$  and  $|\Delta v_{x^*}| \leq 0.05 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$   
#  
# Outputs:  
#   AX_DE1_multiseed_all_runs.csv  
#   AX_DE1_multiseed_summary_by_H.csv  
# =====  
  
import numpy as np  
import pandas as pd  
from pathlib import Path  
from scipy.optimize import differential_evolution  
  
# -----  
# PRM-3 coefficients ( $\beta_0.. \beta_{12}$ )  
# -----  
B = {  
    "b0": 98.94067460317473,  
    "b1": 107.77380952380932,  
    "b2": 97.21785714285727,  
    "b3": 66.24948979591827,  
    "b4": 9.571428571428093,  
    "b5": 5.142857142857163,  
    "b6": 3.8158163265305554,  
    "b7": -10.499999999999922,  
    "b8": -33.428571428571146,  
    "b9": -27.40102040816322,
```

```

    "b10": -20.46428571428568,
    "b11": -25.500000000000085,
    "b12":  58.88571428571436,
}

# -----
# Bounds + Min-Max scaling convention
# -----
BOUNDS = {
    "alpha": (30.0, 90.0), # degrees
    "vx":    (3.0,  9.0),  # m·min-1
}

H_VALUES = [20.0, 30.0, 40.0, 50.0] # mm

def minmax(x, xmin, xmax):
    x = np.asarray(x, dtype=float)
    return (x - xmin) / (xmax - xmin)

def prm3_predict(alpha_deg, H_mm, vx_mmin, coef=B):
    a = minmax(alpha_deg, BOUNDS["alpha"][0], BOUNDS["alpha"][1])
    h = minmax(H_mm,      min(H_VALUES),      max(H_VALUES))
    v = minmax(vx_mmin,   BOUNDS["vx"][0],     BOUNDS["vx"][1])

    return (
        coef["b0"]
        + coef["b1"] * a + coef["b2"] * h + coef["b3"] * v
        + coef["b4"] * a**2 + coef["b5"] * h**2 + coef["b6"] * v**2
        + coef["b7"] * a**3 + coef["b8"] * h**3 + coef["b9"] * v**3
        + coef["b10"] * a * h + coef["b11"] * a * v + coef["b12"] * h * v
    )

# -----
# DE runner (DE/rand/1/bin)
# SciPy uses popsize * D (D=2 here); choose popsize so NP≈40

```

```

# -----
def run_de_once(H_fixed, NP=40, F=0.8, CR=0.9, Gmax=300, seed=0):
    D = 2
    popsize = max(1, int(round(NP / D)))
    NP_used = popsize * D

    def obj(x):
        alpha, vx = x
        return float(prm3_predict(alpha, H_fixed, vx))

    res = differential_evolution(
        obj,
        bounds=[BOUNDS["alpha"], BOUNDS["vx"]],
        strategy="randlbin",
        maxiter=Gmax,
        popsize=popsize,
        mutation=F,
        recombination=CR,
        seed=int(seed),
        polish=True,
        updating="deferred",
        workers=1,
        disp=False,
    )

    alpha_opt, vx_opt = res.x
    return {
        "H (mm)": float(H_fixed),
        "seed": int(seed),
        "NP_target": int(NP),
        "NP_used": int(NP_used),
        "F": float(F),
        "CR": float(CR),
        "Gmax": int(Gmax),
    }

```

```

    "alpha_opt_deg": float(alpha_opt),
    "vx_opt_mmin": float(vx_opt),    # internal name is fine
    "Rhat_opt_um": float(res.fun),
    "nfev": int(res.nfev),
    "nit": int(res.nit),
    "success": bool(res.success),
    "message": str(res.message),
}

# -----
# Equivalence tolerance ("same optimum")
# -----
TOL_ALPHA = 0.5    # degrees
TOL_VX     = 0.05  # m·min-1

def equivalent_to_reference(alpha, vx, alpha_ref, vx_ref):
    return (abs(alpha - alpha_ref) <= TOL_ALPHA) and (abs(vx - vx_ref) <=
TOL_VX)

# =====
# Compute Table 12 (Multi-seed reproducibility by H)
# =====

def compute_table_5821(R=30, base_seed=1000,
                      NP=40, F=0.8, CR=0.9, Gmax=300,
                      out_dir=Path(".")):

    all_runs = []
    for H in H_VALUES:
        for i in range(R):
            seed = base_seed + i
            all_runs.append(run_de_once(H, NP=NP, F=F, CR=CR, Gmax=Gmax,
seed=seed))

    df = pd.DataFrame(all_runs)

```

```

summary_rows = []
for H in H_VALUES:
    sub = df[df["H (mm)"] == H].copy()

    alpha_ref = float(sub["alpha_opt_deg"].median())
    vx_ref     = float(sub["vx_opt_mmin"].median())

    equiv = sub.apply(
        lambda r: equivalent_to_reference(r["alpha_opt_deg"],
r["vx_opt_mmin"], alpha_ref, vx_ref),
        axis=1
    )
    freq = 100.0 * float(equiv.mean())

    summary_rows.append({
        "H (mm)": H,
        "R runs": int(len(sub)),
        "Reference alpha* (deg) [median]": alpha_ref,
        "Reference vx* (m·min-1) [median]": vx_ref, # ✓ fixed unit +
subscript x
        "Equivalent-optimum frequency (%)": freq,
        "Rhat* min (μm)": float(sub["Rhat_opt_um"].min()),
        "Rhat* median (μm)": float(sub["Rhat_opt_um"].median()),
        "Rhat* max (μm)": float(sub["Rhat_opt_um"].max()),
        "nfev median": float(sub["nfev"].median()),
        "nit median": float(sub["nit"].median()),
        "success rate (%)": 100.0 * float(sub["success"].mean()),
    })

summary = pd.DataFrame(summary_rows).sort_values("H (mm)")

out_dir.mkdir(parents=True, exist_ok=True)
df_path = out_dir / "AX_DE1_multiseed_all_runs.csv"
sm_path = out_dir / "AX_DE1_multiseed_summary_by_H.csv"
df.to_csv(df_path, index=False)

```

```

summary.to_csv(sm_path, index=False)

print("\n=== Table 12. Multi-seed reproducibility summary by cutting
height (DE on fixed PRM-3; no recalibration) ===\n")

print(summary.round(4).to_string(index=False))

print(f"\n✓ Saved: {df_path.name}, {sm_path.name}")

return df, summary

# =====
# MAIN
# =====

if __name__ == "__main__":
    out_dir = Path("AX_DE_outputs")

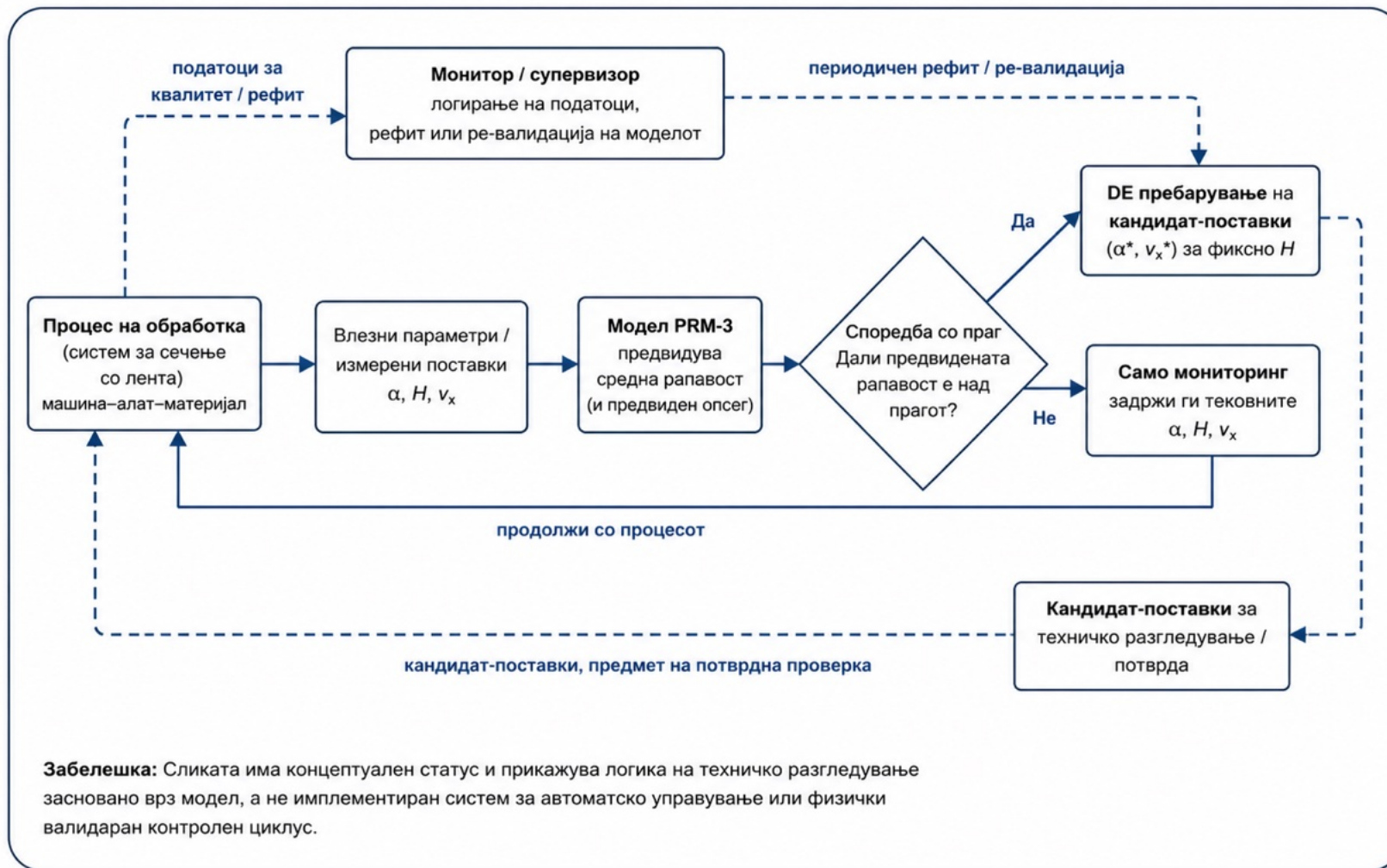
    compute_table_5821(
        R=30, base_seed=1000,
        NP=40, F=0.8, CR=0.9, Gmax=300,
        out_dir=out_dir

```

Прилог Л. – Концептуална илустрација на поддршката за техничко разгледување со PRM-3 и DE

Овој прилог концептуално илустрира како PRM-3 и ограничената оптимизација со DE можат да се користат за прелиминарно техничко разгледување на параметрите на режење во рамките на испитаниот домен. Целта не е да се прикаже имплементиран систем за управување, туку да се покаже како моделот може да поддржи параметарска споредба, проверка во однос на праг на рапавост и избор на кандидат-конфигурации. Илустрациите имаат моделски и концептуален статус и не претставуваат физичка валидација.

Слика Л.1 прикажува концептуален тек во кој тековните параметри на процесот (α, H, v_x) се користат како влез во PRM-3, кој дава точкесто предвидување на \hat{R}_{\max} . Споредбениот блок проверува дали $\hat{R}_{\max} > \bar{R}_{\max,thr}$. Ако прагот е надминат, DE може да предложи кандидатска конфигурација $(\alpha_{DE}, v_{x,DE})$ во рамките на испитаниот домен, при фиксно H . Ако прагот не е надминат, тековната конфигурација останува во режим на мониторирање. Предложените параметри се толкуваат како кандидатски поставки за техничко разгледување и потврдна проверка, а не како автоматски применети производствени поставки.



Слика Л.1. Концептуален тек за проверка на праг и избор на кандидат-конфигурација со PRM-3 и DE.

Забелешка: Сликата има концептуален статус и прикажува логика на техничко разгледување засновано врз модел, а не имплементиран систем за автоматско управување или физички валидиран контролен циклус.

Илустративен пример за проверка на праг

Илустративен пример (праг $R_{\max,thr} = 180 \mu\text{m}$; само моделско предвидување)

- Ако $\alpha = 50^\circ$, $H = 50 \text{ mm}$, $v_x = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, тогаш PRM-3 предвидува $\hat{R}_{\max} \approx 200.8 \mu\text{m}$. Бидејќи предвидената вредност е над зададениот праг, концептуално се активира пребарување на кандидат-конфигурација.
- Ако при истите H и v_x , аголот се промени на $\alpha = 30^\circ$ тогаш PRM-3 предвидува $\hat{R}_{\max} \approx 177.1 \mu\text{m}$. Бидејќи предвидената вредност е под зададениот праг, не се активира пребарување на нова кандидат-конфигурација.

Овој пример има само илустративен статус и не претставува дополнителна експериментална валидација.

Л. 1. Пример на условено оперативно разгледување со $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$

Резултатот од слободната оптимизација со DE во оваа студија води до $\alpha_{DE} = 30^\circ$ и $v_{x,DE} = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, бидејќи целната функција е дефинирана како минимизирање на предвидената рапавост. Во производствено ориентирано разгледување, брзината на подавање може однапред да биде зададена од барањата за капацитет. Во таков случај, моделот не се користи за слободно пребарување на минимумот, туку за условена споредба на аголот на режење при зададено v_x и фиксно H .

Ако $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ се земе како фиксен услов, проблемот се формулира како:

$$\min_{\alpha} \hat{R}_{\max}(\alpha, H, v_x = 9.0)$$

Табела Л.1. Условно техничко разгледување при фиксно $v_x = 9.0 \cdot \text{min}^{-1}$ најповолен агол според PRM-3 за секое ниво на H

H (mm)	фиксно v_x ($\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$)	α^* ($^\circ$)	$\hat{R}_{\max, \min}$ (μm)
20	9.0	30.0	141.60
30	9.0	30.0	192.97
40	9.0	30.0	238.05
50	9.0	30.0	269.42

Резултатите во Табела Л.1 покажуваат дека, за сите испитани нивоа на H , моделот го идентификува $\alpha^* = 30^\circ$ како најповолен агол за сите испитани нивоа на H , додека минималната предвидена рапавост расте со зголемување на H . Примерот има илустративен статус: покажува условена употреба на моделот, но не претставува нова експериментална валидација.

Л.2. Интерпретативен статус на прилогот

Овој прилог има концептуален и методолошко-објаснувачки статус. Тој не воведува нови експериментални резултати, не претставува имплементиран систем за управување и не обезбедува физичка валидација на кандидатските конфигурации. Неговата функција е да покаже како PRM-3 и DE можат да се читаат како моделски поддржана постапка за прелиминарно техничко разгледување во рамките на испитаниот домен.

СПИСОК НА ОБЈАВЕНИ НАУЧНИ ТРУДОВИ

- Selimi, B. (2025). Statistical modeling of surface roughness in wood bandsawing for design, process monitoring and product quality optimization. In *Proceedings of the 7th International Scientific Conference “Wood Technology & Product Design”* (pp. 136–145). Ss. Cyril and Methodius University in Skopje, Faculty of Design and Technologies of Furniture and Interior.
- Selimi, B. (2025). Monitoring surface stability in wood sawing using CV–SPC integration for predictive quality control and process design. In *Proceedings of the 7th International Scientific Conference “Wood Technology & Product Design”* (pp. 146–154). Ss. Cyril and Methodius University in Skopje, Faculty of Design and Technologies of Furniture and Interior.
- Selimi, B., Temelkova, A., & Jevtoska, E. (2025). AI-based optimization of surface roughness in wood band sawing using polynomial regression and differential evolution. *International Conference “Artificial Intelligence (AI) in the Age of Transformation: Opportunities and Challenges”*, AAB College, Pristina.

БИОГРАФИЈА

Бујар Абдурахим Селими е роден на 27 април 1970 година во Ѓилан, Косово, каде што го завршил средното образование во 1989 година. Во 2003 година ги завршил студиите по дизајн на Факултетот за уметности при Универзитетот во Приштина и ја стекнал универзитетската титула дизајн-уметник. Подоцна ги завршил магистерските студии по графички дизајн на истиот факултет, со одбрана на трудот „Типографија во јавни и резиденцијални објекти“ во 2021 година, со што го стекнал звањето магистер по графички дизајн. Во 2017 година ја завршил мастер-програмата по дизајн на ентериер на Florence Design Academy во Фиренца, Италија.

Неговото професионално искуство опфаќа мултимедија, дизајн на звук, графички дизајн, дизајн на ентериер, дизајн поврзан со мебел, консалтинг и академска настава. Од 2000 до 2007 година работел во областа на дизајнот на звук и мултимедијалната продукција. Од 2004 година е професионално ангажиран во дизајнерска практика и консалтинг, главно во проекти за ентериер, мултимедија, мебел, канцелариски простори и кујни.

Неговата академска кариера вклучува настава во високото образование во областите дизајн на ентериер, графички дизајн и методологија на дизајнот. На AAB College работел како асистент-професор од 2013 до 2015 година и како професор по дизајн на ентериер и графички дизајн од 2019 до 2025 година. Во моментот работи како предавач по дизајн на ентериер и графички дизајн на Universum College во Феризај, Косово, каде што ја извршува и функцијата раководител на Одделот за дизајн.

Во академската 2022/2023 година е примен на докторски студии на Факултетот за дизајн и технологии на мебел и ентериер при Универзитетот „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје, под менторство на проф. д-р Зоран Трпоски.

BIOGRAPHY

Bujar Abdurahim Selimi was born on April 27, 1970, in Gjilan, Kosovo, where he completed secondary education in 1989. In 2003, he completed studies in Design at the Faculty of Arts, University of Prishtina, earning the university title of Design Artist. He later completed Master's studies in Graphic Design at the same faculty, defending the thesis "Typography in Public and Residential Buildings" in 2021 and obtaining the title Master of Graphic Design. In 2017, he completed the Master programme in Interior Design at Florence Design Academy in Florence, Italy.

His professional work includes multimedia, sound design, graphic design, interior design, furniture-related design, consulting, and academic teaching. From 2000 to 2007, he worked in sound design and multimedia production. Since 2004, he has been engaged in design practice and consulting, mainly in interiors, multimedia, furniture, office spaces, and kitchens.

His academic career includes teaching in higher education in interior design, graphic design, and design methodology. He worked at AAB College as Assistant Professor from 2013 to 2015 and as Professor of Interior and Graphic Design from 2019 to 2025. He currently works as a lecturer in Interior Design and Graphic Design at Universum College in Ferizaj, Kosovo, where he also serves as Head of the Department of Design. His academic engagement includes supervision of Bachelor's thesis projects, curriculum development, accreditation, quality assurance, and programme review.

In the 2022/2023 academic year, he was admitted to doctoral studies at the Faculty of Design and Technologies of Furniture and Interior, Ss. Cyril and Methodius University in Skopje, under the mentorship of Prof. Dr. Zoran Trposki.



**УНИВЕРЗИТЕТ „СВ. КИРИЛ И МЕТОДИЈ“
ВО СКОПЈЕ**

**ФАКУЛТЕТ ЗА ДИЗАЈН И ТЕХНОЛОГИИ НА
МЕБЕЛ И ЕНТЕРИЕР**



М-р Бујар Абдурахим Селими

**ВЛИЈАНИЕ НА АГОЛОТ НА РЕЖЕЊЕ КАЈ ЛЕНТОВИДНА ПИЛА
ВРЗ ОПЕРАЦИОНАЛНАТА МОЌНОСТ НА РЕЖЕЊЕ И
РАПАВОСТА НА РЕЗНАТА ПОВРШИНА**

Авторезиме на докторска дисертација

Скопје, 2026

1. ВОВЕД

1.1. Истражувачки контекст и дисциплинарно позиционирање

Оваа дисертација ја разгледува врската меѓу контролираните параметри на режење со лентовидна пила, операционалната моќност на режење и рапавоста на резната површина при обработка на европска бука. Операционалната моќност на режење се третира како одзив на машинскиот систем за време на режењето и се оценува преку електричните показатели на оптоварувањето на главниот и помошниот мотор, EM1 и EM2. На тој начин, конфигурациите не се споредуваат само според квалитетот на резната површина, туку и според нивниот операционален одзив во рамките на истиот експериментален домен.

Дрвото е значаен природен материјал во дрвната индустрија, со широка примена во столарија, мебел, ентериерски елементи, конструктивни дрвени елементи и други производи базирани на дрво. Неговата техничка вредност не произлегува само од механичките и физичките својства, туку и од можноста за обработка, димензионирање, завршна обработка, составување и употреба во различни производствени и применети контексти. Затоа механичката обработка е дел од технолошкиот синџир преку кој дрвото се трансформира во елементи погодни за понатамошна обработка и употреба.

Режењето е една од основните операции во машинската обработка на дрвото. Квалитетот на површината создадена при режењето ја определува почетната технолошка состојба на елементот за следните фази, како рамнење, брусеење, лепење, површинска обработка, составување и вградување. Погруба резна површина може да ја зголеми потребата од дополнителна обработка, да влијае врз квалитетот на лепење или премачкување и да ја намали ефикасноста на производниот процес.

Дисертацијата е позиционирана првенствено во научната област дрвна индустрија, со применета поврзаност со технологиите на мебел и ентериер. Таа не се занимава со естетика на мебел, креативни методи на дизајн или визуелна композиција. Придонесот е технолошки: се испитува како параметрите на режење влијаат врз рапавоста на резната површина и врз системското оптоварување. Затоа врската со мебелот и ентериерот се чита како производствено-технолошка, односно преку подготовката на дрвени елементи што подоцна можат да влезат во мебеларска, столарска или ентериерска употреба.

Истражувањето се фокусира на надолжно режење на европска бука (*Fagus sylvatica* L.) со лентовидна пила. Буката е широко употребувана поради своите механички својства, обработливост и применлив потенцијал, но како природен материјал е хетерогена. Нејзиниот одзив при обработка зависи од интеракцијата меѓу материјалот, резниот алат, машината и работните услови, што го прави предвидувањето и споредувањето на квалитетот на резната површина технички релевантен и методолошки сложен проблем.

1.2. Позадина на проблемот

При режење со лентовидна пила, квалитетот на создадената површина е под влијание на повеќе процесни променливи. Меѓу контролираните параметри, особено важни се аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x . Овие параметри влијаат врз интеракцијата меѓу резната острица и дрвниот материјал, врз формирањето на резната површина и врз оптоварувањето на машинскиот систем. Сепак, нивното влијание не може соодветно да се толкува ако секој параметар се разгледува изолирано. Треба да се разгледува конфигурацијата на режење како целина.

Практичниот проблем е што една конфигурација на режење не треба да се оценува само според тоа дали создава ниска вредност на рапавост. Во производствени услови, квалитетот на површината мора да се разгледува заедно со производниот ритам и операционалното оптоварување на машинскиот систем. Конфигурација што дава помазна површина може да биде побавна, додека конфигурација што ја зголемува брзината на подавање може да го подобри протокот, но истовремено да ја зголеми рапавоста или системското оптоварување. Затоа, оценувањето на конфигурациите на режење бара споредбена технолошка рамка.

Научниот проблем што го обработува оваа дисертација е развојот на транспарентен и проверлив начин за карактеризирање, моделирање, валидирање и толкување на врската меѓу контролираните параметри на режење и одзивот на рапавоста. Дисертацијата ја третира средната конфигурациска рапавост, означена како \bar{R}_{\max} , како централна одзивна променлива. Дополнително, ги вклучува електричните показатели EM1 и EM2 како операционални показатели на оптоварувањето на машинскиот систем. Овие показатели се користат за релативно споредување на операционалната моќност на режење во рамките на истиот експериментален систем.

Понатамошен методолошки проблем е поврзан со валидноста на моделот. Модел што добро се приспособува на набљудуваните податоци не мора да биде сигурен кога се користи за предвидување на услови што не биле вклучени во тренинг-подмножеството. Затоа дисертацијата не се потпира само на приспособување во примерокот. Таа применува OOS-протокол според аголот, при што едно ниво на аголот на режење се изоставува од тренирањето и се користи за тестирање. Овој пристап овозможува да се испита предиктивната преносливост на моделот низ доменот на аголот на режење.

1.3. Предмет на истражувањето

Предмет на истражувањето е влијанието на аголот на режење кај лентовидна пила врз операционалната моќност на режење и рапавоста на резната површина при обработка на европска бука. Поточно, истражувањето ја испитува врската меѓу контролираните параметри на процесот на режење и набљудуваниот конфигурациски одзив на резната површина.

Контролираните параметри се:

- агол на режење, α ;
- висина на режење, H ;
- брзина на подавање, v_x .

Примарниот одзив е рапавоста на површината, измерена преку оперативниот индекс R_{\max} и анализирана на ниво на конфигурација преку средната вредност \bar{R}_{\max} . Во оваа дисертација, конфигурацијата е аналитичката единица, бидејќи секоја комбинација од α , H и v_x претставува посебна процесна состојба во рамките на испитаниот домен.

Дисертацијата ја разгледува и операционалната моќност на режење на ниво на машински систем. Таа се следи преку два електрични показатели на системско оптоварување: EM1 за главниот мотор и EM2 за помошниот мотор за подавање. Овие показатели се користат како релативни електрични показатели на системско оптоварување. Тие не се толкуваат како директно калибрирани мерења на механичката моќност на режење во зоната алат--материјал. Ова разграничување е важно затоа што го дефинира опсегот на инференцијата на дисертацијата.

1.4. Цел на истражувањето

Општата цел на дисертацијата е да се развие и оцени доменски ограничена рамка за емпириска карактеризација, предиктивна валидација и прелиминарна моделска ориентација на конфигурации на режење со лентовидна пила при обработка на европска бука.

Дисертацијата настојува да ги поврзе експерименталното мерење, интерпретабилното моделирање, валидацијата надвор од примерокот, споредбеното предвидување, моделската идентификација на кандидатски конфигурации и релативното технолошко толкување. Целта не е да се воспостави универзален закон на однесување при режење, ниту да се дефинира конечен индустриски оптимум. Целта е да се обезбеди транспарентна и технички читлива рамка во рамките на декларираниот експериментален домен.

Посебните цели се:

- емпириски да се карактеризира промената на \bar{R}_{\max} меѓу конфигурациите дефинирани преку α , H и v_x ;
- да се развие и претстави PRM-3 како експлицитен полиномски модел од трет степен за предвидување на \bar{R}_{\max} на конфигурациско ниво;
- да се оцени OOS-перформансата на PRM-3 преку протокол на валидација со изоставен агол;
- да се спореди PRM-3 со Gaussian Process Regression како пофлексибилна предиктивна референца под истиот протокол;
- да се примени Диференцијална еволуција врз конечниот PRM-3 модел за идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации со ниска предвидена \bar{R}_{\max} ;
- да се вклучи операционалната моќност на режење, следена преку електричните показатели EM1 и EM2, како дополнителна техничка димензија за релативна споредба на конфигурациите;
- да се толкуваат добиените резултати во однос на технолошката подготовка на дрвени елементи што се користат во мебел, ентериер и сродни апликации.

1.5. Истражувачки прашања

Дисертацијата е организирана околу три поврзани аналитички слоја: емпириско-технолошка карактеризација на одзивот на рапавоста, оценување на предиктивната преносливост и прелиминарна технолошка ориентација на кандидатски конфигурации.

Истражувачките прашања се:

ИП1. Како варира \bar{R}_{\max} меѓу конфигурациите дефинирани преку α , H и v_x во рамките на испитаниот експериментален домен?

ИП2. Каква предиктивна преносливост покажува PRM-3 под OOS-валидација според аголот, и како неговата перформанса се споредува со GPR под истиот протокол?

ИП3. Кои моделски условени кандидатски конфигурации се идентификуваат преку оптимизација на конечниот PRM-3 модел, и како треба да се толкуваат во рамките на испитаниот домен?

Овие прашања ја определуваат структурата на дисертацијата. Првото прашање се однесува на емпириското однесување на одзивот на рапавоста. Второто прашање се однесува на предиктивната сигурност и ограничувањата на моделите. Третото

прашање се однесува на употребата на конечниот интерпретабилен модел за прелиминарна идентификација на кандидатски конфигурации.

1.6. Истражувачки хипотези

Хипотезите се формулирани во рамките на границите на експерименталниот дизајн, мерниот протокол и стратегијата на валидација. Тие не се формулирани како универзални тврдења за сите дрвни видови, сите лентовидни пили или сите производствени услови. Тие се однесуваат на испитаниот материјал, поставеноста на машината, конфигурацијата на алатот, мерниот пристап и параметарскиот домен.

X1. Во рамките на испитаниот експериментален домен, \bar{R}_{\max} се очекува да покаже систематски разлики меѓу конфигурациите дефинирани преку α , H и v_x . Ова ја поддржува употребата на конфигурацијата како аналитичка единица и го оправдува моделирањето на средниот конфигурациски одзив на рапавоста.

X2. Под протоколот на валидација надвор од примерокот, PRM-3 се очекува да покаже поповолна предиктивна перформанса во неграничните тест-поделби отколку во тест-поделбите блиску до горната граница на доменот на аголот на режење.

X3. Под истиот протокол на валидација, GPR се очекува да служи како постабилна споредбена предиктивна референца во близина на горната граница на испитаниот домен, додека PRM-3 ја задржува главната улога како транспарентен, проверлив и технички интерпретабилен модел.

Разликувањето меѓу неграничните и граничните тест-поделби е важно бидејќи горниот дел од доменот на аголот на режење може да вклучи намалена предиктивна преносливост. Особено, кога $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ е изоставен од тренирањето, моделот треба да предвидува надвор од аголната поддршка достапна во тренинг-подмножеството. Ова го прави граничниот регион особено релевантен за оценување на стабилноста на моделот и за толкување на границите на предиктивната употреба.

1.7. Експериментален и аналитички опсег

Експерименталниот домен се состои од 84 конфигурации на режење, добиени преку комбинација на седум нивоа на аголот на режење, четири нивоа на висината на режење и три нивоа на брзината на подавање. Материјалот е европска бука, а операцијата е надолжно режење со лентовидна пила. Анализата се спроведува на конфигурациско ниво, при што \bar{R}_{\max} се користи како главна одзивна променлива.

Дисертацијата го користи PRM-3 како примарен предиктивен модел затоа што е експлицитен, интерпретабилен и погоден за техничко читање. GPR се користи како споредбен модел затоа што обезбедува пофлексибилна предиктивна референца. Диференцијалната еволуција се користи само врз конечната PRM-3 одзивна површина и само за моделски условена идентификација на кандидатски конфигурации. CRITIC се користи како секундарна описна постапка за релативно рангирање на тестираните конфигурации според избрани критериуми.

Опсегот на дисертацијата е намерно ограничен. Резултатите треба да се толкуваат во рамките на испитаниот материјал, доменот на режење, поставеноста на машината, мерниот систем и моделскиот протокол. Идентификуваните кандидатски конфигурации не се потврдени индустриски оптимуми. Тие се кандидатски конфигурации генерирани од приспособената моделска површина и бараат понатамошна експериментална потврда пред да се пренесат во производствено одлучување.

1.8. Научно и применето значење

Научното значење на дисертацијата е во интегрирањето на експериментално мерење, интерпретабилно предиктивно моделирање, валидација надвор од примерокот, споредбено флексибилно моделирање и ограничена моделска идентификација на кандидатски конфигурации. Дисертацијата не се потпира само на дескриптивна статистика или на регресија во примерокот. Таа ја оценува предиктивната преносливост преку протокол на валидација структуриран околу аголот на режење, кој е централниот параметар на докторската тема.

Применетото значење е во можноста конфигурациите на режење да се споредуваат според квалитетот на површината, производниот ритам и релативното системско оптоварување. Ова овозможува резултатите да се читаат не само како мерења на рапавост, туку и како технолошка информација корисна за подготовка на дрвени елементи. Во технологиите на мебел и ентериер, квалитетот на резната површина е релевантен бидејќи влијае врз состојбата на материјалот пред понатамошна обработка, завршна обработка, составување и употреба.

Во оваа смисла, дисертацијата придонесува со рамка ограничена на испитаниот домен за емпириска карактеризација, предиктивна валидација и прелиминарна моделска ориентација на конфигурации на режење со лентовидна пила. Толкувањето останува споредбено и ограничено на конкретниот систем машина--алат--материјал--мерење. Во применета смисла, резултатите се поврзуваат со областа на технологиите на мебел и ентериер затоа што квалитетот на резната површина претставува важен технолошки предуслов за понатамошна обработка, завршна обработка, составување и употреба на дрвени елементи.

2. ПРИМЕНЕТИ НАУЧНИ МЕТОДИ И НАЧИН НА РАБОТА

2.1. Општа методолошка ориентација

Дисертацијата користи експериментална и моделско-аналитичка методолошка рамка. Емпирискиот дел се состои од контролирани резови на европска бука, додека аналитичкиот дел опфаќа агрегирање на конфигурациско ниво, предиктивно моделирање, валидација надвор од примерокот, споредбена процена на моделите, моделски условена идентификација на кандидатски конфигурации и секундарно описно рангирање.

Централниот моделиран и валидиран одзив е средната конфигурациска рапавост \bar{R}_{\max} . Таа се добива од оперативниот индекс R_{\max} , измерен на локални сегменти од резната површина и потоа агрегирана на ниво на секоја конфигурација. Конфигурацијата е главната аналитичка единица на трудот. Секоја конфигурација е дефинирана преку уникатна комбинација од α , H и v_x .

Операционалната моќност на режење е вклучена преку електричните показатели EM1 и EM2. Овие показатели овозможуваат релативно читање на системското оптоварување меѓу конфигурациите, но не претставуваат директно калибрирани механички мерења на моќноста на режење во зоната алат--материјал.

Методолошката логика се одвива во четири главни чекори. Прво, се дефинира експерименталниот домен преку целосен факторски распоред на α , H и v_x . Второ, се мерат рапавоста и електричните показатели и се агрегираат на ниво на конфигурација. Трето, PRM-3 се развива како главен интерпретабилен предиктивен модел за \bar{R}_{\max} и се оценува преку OOS-валидација според аголот. Четврто, конечната PRM-3 површина се користи за моделски условена идентификација на кандидатски конфигурации преку DE, додека GPR и CRITIC обезбедуваат споредбен и описен аналитички слој.

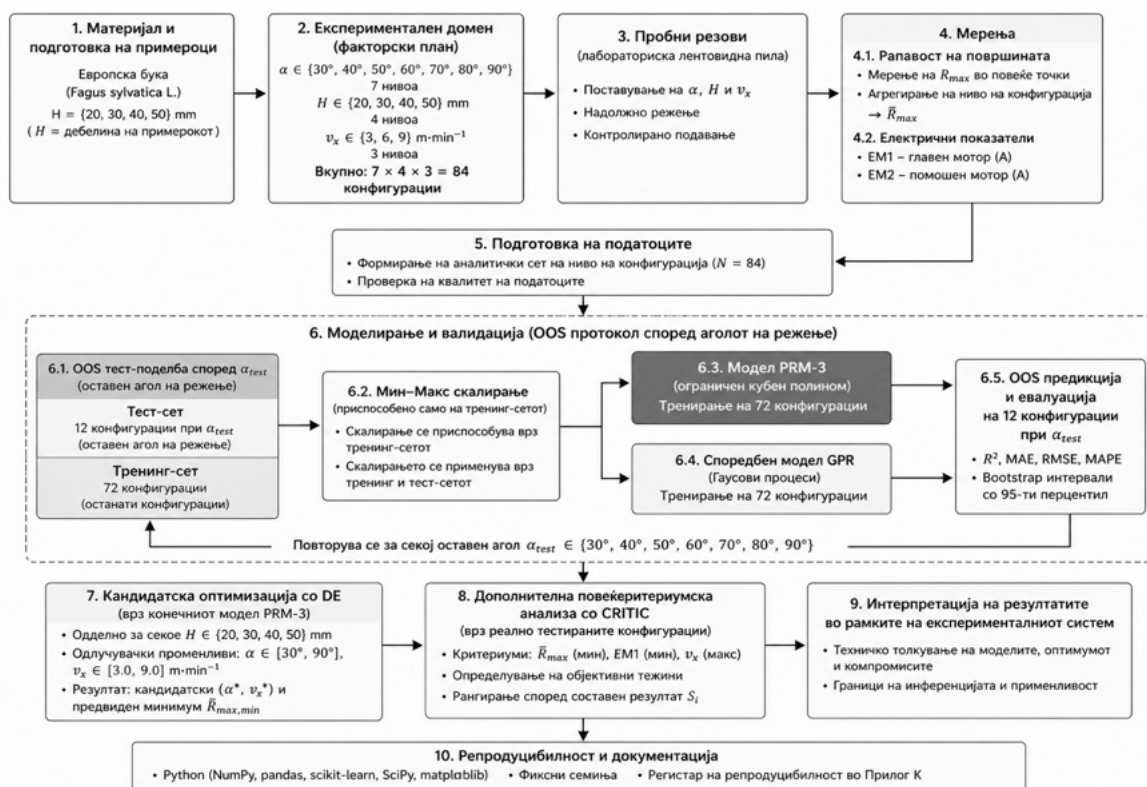
2.2. Работен тек на истражувањето

Работниот тек на дисертацијата ги поврзува подготовката на материјалот, експерименталното режење, мерењето, агрегирањето, предиктивното моделирање, валидацијата, оптимизацијата и толкувањето. Тој е поставен така што емпириската основа, моделската постапка и границите на интерпретацијата остануваат јасно раздвоени.

Првата фаза се состои од избор и подготовка на примероците од европска бука, дефинирање на експерименталниот домен и поставување на системот машина--алат--материјал--мерење. Втората фаза се состои од изведување на резовите според планираните комбинации на α , H и v_x . Третата фаза опфаќа мерење на R_{\max} , EM1 и EM2, и агрегирање на локалните мерења на рапавоста во \bar{R}_{\max} на конфигурациско ниво.

Четвртата фаза се состои од развивање на PRM-3 и оценување на неговата предиктивна преносливост преку OOS-валидација според аголот. Во овој протокол, едно ниво на аголот α_{test} се изоставува од тренирањето и се користи само за тестирање. Петтата фаза се состои од GPR моделирање под истиот протокол, со цел добивање пофлексибилна споредбена предиктивна референца. Шестата фаза се состои од примена на DE врз конечната PRM-3 површина. На крај, CRITIC се користи како секундарна описна постапка за рангирање на реално тестираните конфигурации.

Работниот тек е прикажан на Слика 1.



Слика 1. Работен тек на мерењето, агрегирањето, моделирањето, валидацијата, моделски условената идентификација на кандидатски конфигурации и секундарното описно рангирање

2.3. Материјал, експериментален систем и експериментален домен

Експерименталниот материјал во дисертацијата е европска бука (*Fagus sylvatica* L.). Примероците се подготвени за надолжно режење, со насока на подавање паралелна со влакната на дрвото. Во експерименталната поставеност, висината на режење H одговара на дебелината на примерокот T . Затоа, H се толкува како материјално-процесен услов, а не како целосно слободен оперативен параметар во иста смисла како α и v_x .

Резовите се изведени на лабораториски систем со лентовидна пила, со прилагодлива накосена рамка за поставување на аголот на режење и моторно движечка количка за контролирано подавање. Аголот α е поставуван и проверуван пред соодветните серии и по механичките прилагодувања. Брзината на подавање v_x е контролирана преку моторната количка и проверувана на фиксно растојание.

Експерименталниот систем се третира како јасно дефиниран систем машина--алат--материјал--мерење. Затоа резултатите, моделите и кандидатските конфигурации се толкуваат во рамките на конкретната лабораториска поставеност, а не како директно преносливи на сите лентовидни пили, сите алати, сите дрвни видови или сите производствени услови.

Табела 1. Експериментален домен и конфигурациска аналитичка структура

Елемент	Дефиниција во трудот	Нивоа / вредности	Аналитички статус
Агол на режење	α	30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90°	Контролиран конфигурациски фактор

Висина на режење	H	20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm	Конфигурациски фактор; во оваа поставеност $H = T$
Брзина на подавање	v_x	$3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, $6.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, $9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$	Контролиран фактор и показател на произведен ритам
Експериментален дизајн	Целосен факторски дизајн	$7 \times 4 \times 3 = 84$ конфигурации	Основа за конфигурациско моделирање
Главен одзив	\bar{R}_{\max}	Една агрегирана вредност по конфигурација	Главен одзив за PRM-3, GPR, OOS и DE
Дополнителни показатели	EM1 и EM2	Електрични показатели во А	Релативни показатели на системско оптоварување

Затоа, целосната експериментална база употребена за моделирање содржи $N = 84$ записи на конфигурациско ниво. Секој запис одговара на една единствена комбинација од α , H и v_x и ја содржи соодветната агрегирана вредност на рапавоста \bar{R}_{\max} . Оваа структура е суштинска за разбирање на дисертацијата: анализата не се заснова на независни репликации на секоја целосна конфигурација, туку на средни конфигурациски одзиви изведени од локалните мерења на рапавоста.

2.4. Мерење, агрегирање и аналитичка единица

Рапавоста на резната површина е операционализирана преку индексот R_{\max} , измерен со дигитален компаратор според применетиот компараторски протокол. Постапката обезбедува внатрешно конзистентен показател за споредба на површини добиени во истиот систем машина--алат--материјал--мерење. R_{\max} не се третира како целосна стандардизирана карактеризација на површинската текстура во поширока метролошка смисла, туку како оперативен индекс погоден за внатрешна споредба, моделирање и валидација.

Локалните мерења на R_{\max} се агрегираат во средната конфигурациска вредност \bar{R}_{\max} . Ова агрегирање е неопходно затоа што целта е да се споредуваат и моделираат конфигурации, а не секој локален сегмент како независна експериментална состојба.

Табела 2. Мерни, агрегирачки и аналитички единици

Ниво	Дефиниција	Улога во дисертацијата
Локален мерен сегмент	Сегмент од резната површина каде се регистрира R_{\max}	Основна мерна единица за рапавост
Резна површина	Површина добиена под дадена состојба на режење	Носител на локалните мерења
Конфигурација	Единствена комбинација (α, H, v_x)	Главна аналитичка единица
Средна конфигурациска рапавост	\bar{R}_{\max}	Главен одзив за моделирање, валидација и DE
OOS тест-поделба	Сите конфигурации што припаѓаат на еден изоставен агол α_{test}	Единица за оценка на предиктивна преносливост

Оваа структура го определува толкувањето на резултатите. Конечната база содржи една агрегирана одзивна вредност за секоја конфигурација. Затоа, дисертацијата не тврди класична факторска структура на грешка заснована на повторени независни изведби на истата целосна конфигурација. Анализата е поставена како емпириско-предиктивна студија на конфигурациско ниво.

Електричните показатели EM1 и EM2 исто така се евидентирани на конфигурациско ниво. EM1 го претставува електричниот показател на оптоварувањето поврзан со главниот мотор, додека EM2 го претставува електричниот показател на оптоварувањето поврзан со помошниот мотор за подавање. Двата показатели се користат за релативно споредување на системското оптоварување во рамките на истиот експериментален домен.

2.5. Подготовка на податоците и скалирање

За предиктивното моделирање, влезни променливи се α , H и v_x , додека одзивна променлива е \hat{R}_{\max} . Во OOS-постапката, скалирањето се изведува посебно во секоја тренинг-поделба, со цел да се избегне протекување на информација од тест-податоците во тренирањето.

Min--Max скалирањето се приспособува само врз тренинг-подмножеството и потоа непроменето се применува врз соодветното тест-подмножество. За предиктор $x \in \{\alpha, H, v_x\}$, скалираната вредност е:

$$x^* = \frac{x - \min(x_{\text{train}})}{\max(x_{\text{train}}) - \min(x_{\text{train}})}.$$

Оваа постапка е важна затоа што граничните тест-поделби можат да вклучат предвидување надвор од опсегот застапен во тренинг-подмножеството. На пример, кога $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, најголемиот агол на режење достапен во тренинг-подмножеството е 80° . Во таа поделба, од моделот се бара да предвидува на горната граница, над аголниот опсег употребен за приспособување. Истата логика важи и за долната граница кога $\alpha_{\text{test}} = 30^\circ$. Затоа граничното однесување на моделите се толкува внимателно.

2.6. Спецификација на PRM-3

PRM-3 е главниот модел на дисертацијата. Тој е интерпретабилен полиномски регресиски модел од трет степен со ограничена структура на термини. Моделот ја предвидува \hat{R}_{\max} како функција од скалираните предиктори α^* , H^* и v_x^* . Вклучени се линеарни, квадратни и кубни членови, како и првостепени двофакторски интеракции.

$$\hat{R}_{\max} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \alpha^* + \hat{\beta}_2 H^* + \hat{\beta}_3 v_x^* + \hat{\beta}_4 (\alpha^*)^2 + \hat{\beta}_5 (H^*)^2 + \hat{\beta}_6 (v_x^*)^2 + \hat{\beta}_7 (\alpha^*)^3 + \hat{\beta}_8 (H^*)^3 + \hat{\beta}_9 (v_x^*)^3 + \hat{\beta}_{10} (\alpha^* H^*) + \hat{\beta}_{11} (\alpha^* v_x^*) + \hat{\beta}_{12} (H^* v_x^*).$$

PRM-3 не се користи како механистички модел на процесот на режење. Тој се користи како емпириски заменски модел со експлицитна и технички читлива структура. Неговата вредност е во транспарентноста, во можноста да претстави одзивна површина во рамките на испитаниот домен и во погодноста за понатамошна моделски условена идентификација на кандидатски конфигурации.

Бидејќи моделот вклучува повеќе полиномски членови во однос на база од $N = 84$ записи на конфигурациско ниво, неговата употребливост не може да се оценува само според приспособувањето на целосната база. Поради тоа, дисертацијата го оценува PRM-3 преку OOS-протоколот на валидација според аголот, опишан во следниот дел.

2.7. OOS-валидација според аголот

OOS-валидацијата се заснова на изоставување на едно ниво на аголот α_{test} во секоја поделба. Во секој случај, сите конфигурации што припаѓаат на изоставениот агол се

користат како тест-сет, а останатите конфигурации како тренинг-сет. Бидејќи секој агол содржи четири нивоа на H и три нивоа на v_x , секој тест-сет содржи:

$$n_{\text{test}} = 4 \times 3 = 12.$$

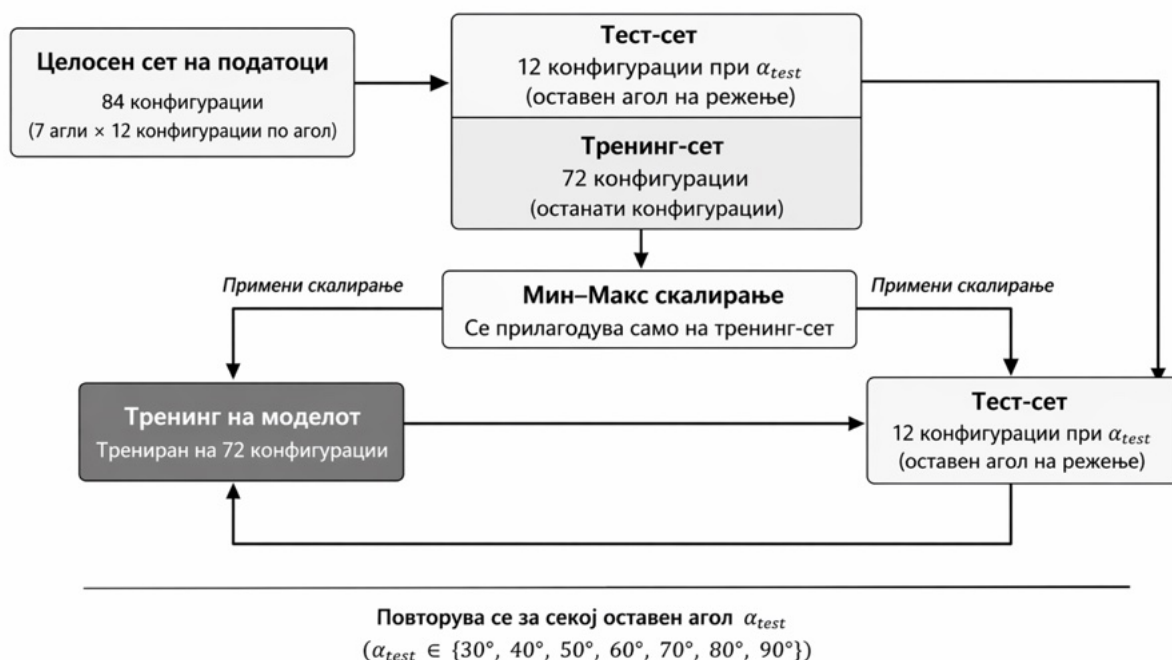
Протоколот се спроведува за:

$$\alpha_{\text{test}} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}.$$

За секое α_{test} , PRM-3 се тренира врз преостанатите шест нивоа на аголот и се тестира врз изоставениот агол. Истиот протокол се применува и за GPR, што овозможува двата модели да се споредат под идентични услови на валидација.

Целта на овој протокол е да се оцени предиктивната преносливост меѓу нивоата на аголот на режење. Тој не ја тестира генерализацијата кон други дрвни видови, други машини, други алати, други услови на влажност или други мерни системи. Исто така, протоколот не ја тестира генерализацијата кон невидени нивоа на H или v_x одделно. Неговиот опсег е конкретно преносот на предвидувањето меѓу изоставени нивоа на аголот на режење во рамките на декларираниот експериментален домен.

OOS-перформансата се оценува преку R^2 , MAE, RMSE и MAPE. Bootstrap-интервалите со перцентил се пресметуваат преку повторно примеркување на набљудувано-предвидените парови (y_i, \hat{y}_i) во рамките на секоја тест-поделба. Бидејќи секој тест-сет содржи само $n_{\text{test}} = 12$ конфигурации, овие интервали се толкуваат описно, како показатели на чувствителноста на метриците во рамките на поделбата. Тие не се третираат како популациски интервали на доверба за параметрите на моделот.



Слика 2. Шематски приказ на OOS-валидацијата според изоставен агол на режење

2.8. GPR како споредбена предиктивна референца

Гаусова процесна регресија (GPR) се користи како пофлексибилен споредбен модел. Неговата улога е да обезбеди предиктивна референца под истиот OOS-протокол на валидација што се користи за PRM-3. GPR не се користи за да го замени PRM-3 како главен модел на дисертацијата. Наместо тоа, тој помага да се оцени дали

пофлексибилен модел покажува поголема стабилност во делови од доменот каде што полиномскиот модел може да биде почувствителен.

Споредбата меѓу PRM-3 и GPR е особено релевантна во близина на горната граница на доменот на аголот на режење. Кога $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, PRM-3 мора да предвидува надвор од аголната поддршка застапена во тренинг-подмножеството. Тоа создава граничен услов во кој стабилноста на интерпретабилниот полиномски модел може да се спореди со однесувањето на флексибилен непараметарски модел.

Затоа, дисертацијата им доделува различни улоги на двата модели. PRM-3 е главниот транспарентен и технички интерпретабилен заменски модел. GPR е споредбена предиктивна референца што се користи за контекстуализација на предиктивната перформанса и граничната чувствителност.

2.9. Диференцијална еволуција врз конечната PRM-3 површина

Диференцијалната еволуција се применува врз конечниот PRM-3 модел, приспособен на целосната база на конфигурациско ниво. Целта е да се идентификуваат моделски условени кандидатски конфигурации што ја минимизираат предвидената вредност на \hat{R}_{max} во рамките на декларираниот експериментален домен.

Оптимизацијата се изведува одделно за секое фиксно ниво на H . За секое фиксно H , одлучувачки променливи се α и v_x , ограничени во рамките на тестираниот домен:

$$\alpha \in [30^\circ, 90^\circ], v_x \in [3.0, 9.0] \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}.$$

Целната функција е предвидената рапавост од PRM-3:

$$\min_{\alpha, v_x} \hat{R}_{\text{max}}(\alpha, H, v_x).$$

Резултатот се толкува како кандидатска конфигурација условена од приспособената моделска површина. Тој не се толкува како експериментално потврден глобален оптимум. Ова разграничување е суштинско затоа што оптимизацијата ја користи предвидената рапавост како целна функција и не ги вклучува сите можни практични производствени критериуми, како абење на алатот, директни сили на режење, трошоци за завршна обработка, производствено распоредување или долгорочна стабилност на процесот.

2.10. Секундарна описна CRITIC анализа

По главното моделирање, валидацијата и идентификацијата на кандидатски конфигурации со DE, во дисертацијата се применува CRITIC како секундарна описна повеќекритериумска постапка. Алтернативите се 84-те реално тестирани конфигурации. Критериумите ја вклучуваат измерената рапавост на конфигурациско ниво \hat{R}_{max} , брзината на подавање v_x и електричен показател на оптоварувањето што го претставува системското оптоварување.

Целта на CRITIC-анализата не е да го дефинира главниот оптимум на дисертацијата. Нејзината цел е да обезбеди дополнително релативно читање на компромисот меѓу квалитетот на површината, производниот ритам и операционалното системско оптоварување. Затоа, таа ја надополнува главната анализа со PRM-3 и DE, но не ја заменува.

CRITIC се толкува како описна алатка за рангирање. Неговите резултати зависат од избраните критериуми, како и од постапката на нормализација и тежинско вреднување.

Поради тоа, CRITIC не се претставува како универзален модел за донесување одлуки или како замена за експериментална потврда.

2.11. Аналитички улоги на методите и показателите

Дисертацијата користи повеќе методи и показатели, при што секој од нив има посебна аналитичка улога. Нивните функции се сумирани во Табела 3.

Табела 3. Аналитички улоги на моделите, постапките и показателите

Елемент	Главна улога во дисертацијата	Граница на интерпретација
R_{\max}	Операционален индекс на рапавост измерен на локални површински сегменти	Внатрешно споредување во рамките на применетиот мерен протокол
\bar{R}_{\max}	Главен одзив на конфигурациско ниво за моделирање и валидација	Среден одзив на рапавоста на конфигурациско ниво; не ја претставува сегментната варијабилност
EM1	Електричен показател на оптоварувањето на главниот мотор	Релативен показател на оптоварувањето на машинскиот систем; не е директно калибрирана моќност на режење
EM2	Електричен показател на оптоварувањето на помошниот мотор за подавање	Дополнителен релативен показател на системското оптоварување
PRM-3	Главен интерпретабилен заменски модел за \bar{R}_{\max}	Транспарентен емпириски модел во рамките на испитаниот домен
OOS-валидација	Оценка на предиктивната преносливост меѓу изоставени нивоа на аголот на режење	Валидна само за декларираниот протокол на валидација според аголот
GPR	Флексибилна споредбена предиктивна референца	Се користи за споредба, особено во близина на границите на доменот
DE	Идентификација на кандидатски конфигурации врз конечната PRM-3 одзивна површина	Дава моделски условени кандидати, а не експериментално потврдени оптимуми
CRITIC	Секундарно описно рангирање на тестираните конфигурации	Описна повеќекритериумска споредба; не е главен метод на оптимизација

Ова раздвојување на улогите е централно за методолошката дисциплина на дисертацијата. Одзивот на рапавоста се моделира и валидира; електричните показатели обезбедуваат дополнителна операционална интерпретација; GPR обезбедува споредбена референца; DE идентификува кандидати условени од конечната PRM-3 површина; а CRITIC нуди секундарно описно читање на компромисите меѓу избраните критериуми.

2.12. Репродуцибилност и софтверска средина

Аналитичките резултати се генерирани од подготвена конфигурациска база со $N = 84$ записи. Работниот тек се потпира врз однапред определени OOS-поделби според аголот, Min–Max скалирање применето само врз тренинг-податоците, фиксни случајни семиња за стохастичките постапки и документирани верзии на софтверот. Овие елементи ја поддржуваат репродукцибилноста на прикажаните резултати во рамките на истата база на податоци и истата пресметковна средина.

Главните пресметковни алатки вклучуваат Python-библиотеки за нумеричка обработка, управување со податоци, регресиско моделирање, Гаусова процесна регресија,

диференцијална еволуција, бутстреп-примеркување и визуализација. Репродуцибилниот пакет поврзан со дисертацијата ги документира базата на податоци, спецификациите на моделите, протоколот на валидација, параметрите на оптимизацијата и релевантните пресметковни излези.

Репродуцибилноста во оваа дисертација треба да се разбере пресметковно и процедурно. Прикажаните пресметки можат да се регенерираат од истата подготвена база и истите скрипти. Сепак, тоа не ги отстранува експерименталните ограничувања на истражувањето, како што се отсуството на формална рандомизација, агрегирањето на локалните мерења на рапавоста во конфигурациски средни вредности и доменски ограничената природа на резултатите.

3. ДОБИЕНИ РЕЗУЛТАТИ И НИВНО ЗНАЧЕЊЕ

3.1. Структура на делот со резултати

Резултатите од дисертацијата се организирани од набљудуваниот одзив на резната површина, кон предиктивна валидација, споредба на модели, моделски условена идентификација на кандидатски конфигурации и операционално толкување на оптоварувањето на машинскиот систем. Оваа последователност ја одразува аналитичката логика на трудот: најпрво се карактеризира измерениот одзив, потоа се оценува предиктивната способност на PRM-3, Гаусовата процесна регресија (GPR) се користи како споредбена референца, диференцијалната еволуција се применува врз конечната PRM-3 одзивна површина, а EM1/EM2 се користат за поддршка на техничкото читање на операционалната моќност на режење на ниво на машински систем.

Главниот моделиран и валидиран одзив останува средната рапавост на конфигурациско ниво \bar{R}_{\max} . Електричните показатели EM1 и EM2 се толкуваат како релативни показатели на системското оптоварување, а не како директно калибрирана механичка моќност на режење на спојот алат–материјал. Ова разграничување се задржува низ целото толкување на резултатите.

Суштинските резултати се претставени подолу во збиена форма. Големите емпириски табели, дијагностичките излези и деталните прилози остануваат во телото и прилозите на дисертацијата. Во авторезимето, целта е да се претстават главните резултати, техничкото значење на тие резултати и границите во кои тие можат да се толкуваат.

3.2. Емпириска одзивна површина на измерената рапавост

Измерената одзивна површина најпрво беше разгледана преку средната рапавост на конфигурациско ниво \bar{R}_{\max} . Експерименталната база содржи $N = 84$ конфигурации, при што секоја е дефинирана преку комбинацијата од аголот на режење α , висината на режење H и брзината на подавање v_x . Набљудуваните вредности покажуваат дека \bar{R}_{\max} систематски се менува низ испитаниот домен.

Воопштено, повисоки вредности на рапавоста се појавуваат во регионот на повисоки агли на режење и повисоки брзини на подавање, особено кај $\alpha = 80^\circ - 90^\circ$ и $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. На пример, при $H = 50 \text{ mm}$ и $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, измерената \bar{R}_{\max} се зголемува од $247 \text{ }\mu\text{m}$ кај $\alpha = 30^\circ$ до $320 \text{ }\mu\text{m}$ кај $\alpha = 90^\circ$. Ова покажува дека аголот на режење има технички релевантна улога кога се толкува заедно со H и v_x .

Истовремено, врската меѓу α и \bar{R}_{\max} не е строго монотона низ секој слој на H и v_x . Тоа значи дека површинскиот одзив не може да се сведе на еднофакторско објаснување. Конфигурацијата како целина е соодветното ниво на интерпретација.

Табела 4. Збиено емпириско читање на измерениот одзив на рапавоста

Аналитички слој	Главно набљудување	Значење
Брзина на подавање v_x	Повисока v_x генерално е поврзана со повисока \bar{R}_{\max}	Укажува на компромис меѓу производниот ритам и квалитетот на површината
Висина на режење H	Поголема H генерално го поместува одзивот кон повисока рапавост	Ја потврдува потребата H да се задржи во моделот
Агол на режење α	Ефектот на α зависи од слојот H, v_x	Поддржува моделирање на одзивна површина, наместо изолирано читање на факторите

Конфигурација (α, H, v_x)	Рапавоста систематски се разликува меѓу конфигурациите	Ја поддржува употребата на анализа на конфигурациско ниво
Одзив \bar{R}_{\max}	Конечната база за моделирање содржи еден агрегиран одзив по конфигурација	Го дефинира опсегот на PRM-3, GPR, OOS-валидацијата и DE

Овие наоди се описно конзистентни со X1. Во рамките на испитаниот експериментален домен, \bar{R}_{\max} покажува систематски разлики меѓу конфигурациите дефинирани со α , H и v_x . Ова ја поддржува употребата на конфигурацијата како аналитичка единица и го оправдува моделирањето на средниот одзив на рапавоста на конфигурациско ниво.

3.3. OOS-валидација на PRM-3

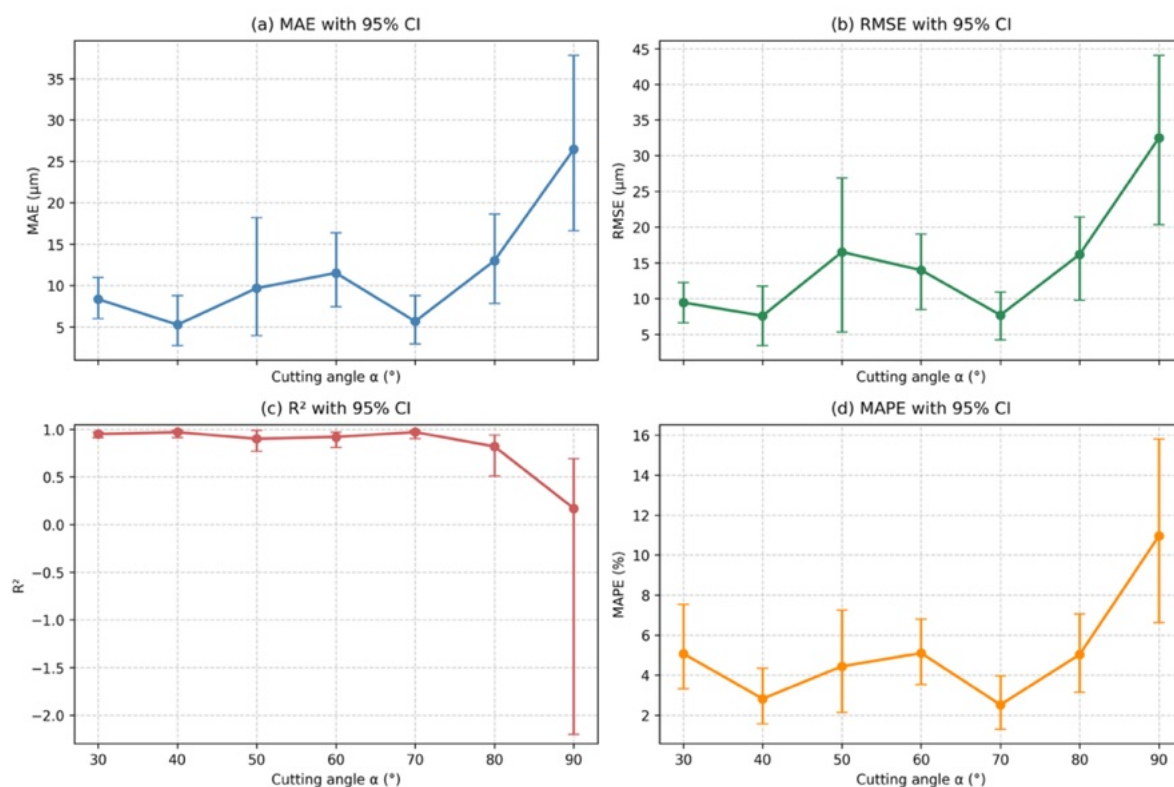
OOS-перформансата на PRM-3 беше оценета според однапред дефинираниот протокол со изоставување според аголот. За секоја поделба, едно ниво на аголот на режење α_{test} беше исклучено од тренингот и употребено само за тестирање. Тест-сетот содржеше $n_{\text{test}} = 12$ конфигурации, што одговара на четири нивоа на H и три нивоа на v_x кај изоставениот агол.

PRM-3 покажа поволна перформанса во неграничниот дел од доменот. За $\alpha_{\text{test}} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ\}$, пријавените вредности на R^2 се движат приближно од 0.90 до 0.97, со MAE вредности од 5.25 μm до 11.50 μm и MAPE вредности од 2.52% до 5.10%. Ова укажува дека PRM-3 има употреблива предиктивна способност во главниот дел од тестираниот аголен домен.

Перформансата ослабува во близина на горната граница. Кај $\alpha_{\text{test}} = 80^\circ$, PRM-3 покажува намалување на предиктивната перформанса. Кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, деградацијата станува изразена, со MAE = 26.46 μm , RMSE = 32.50 μm , $R^2 = 0.17$ и MAPE = 10.96%.

Табела 5. Збиена OOS-перформанса на PRM-3 според изоставениот агол на режење

α_{test}	MAE (μm)	RMSE (μm)	R^2	MAPE (%)	Интерпретација
30°	8.32	9.43	0.95	5.07	Поволна OOS-перформанса
40°	5.25	7.58	0.97	2.82	Поволна OOS-перформанса
50°	9.66	16.51	0.90	4.44	Прифатлива, со поголема RMSE
60°	11.50	13.97	0.92	5.10	Прифатлива
70°	5.65	7.68	0.97	2.52	Поволна OOS-перформанса
80°	12.99	16.18	0.82	5.03	Послаба перформанса близу граница
90°	26.46	32.50	0.17	10.96	Силна деградација на горната граница



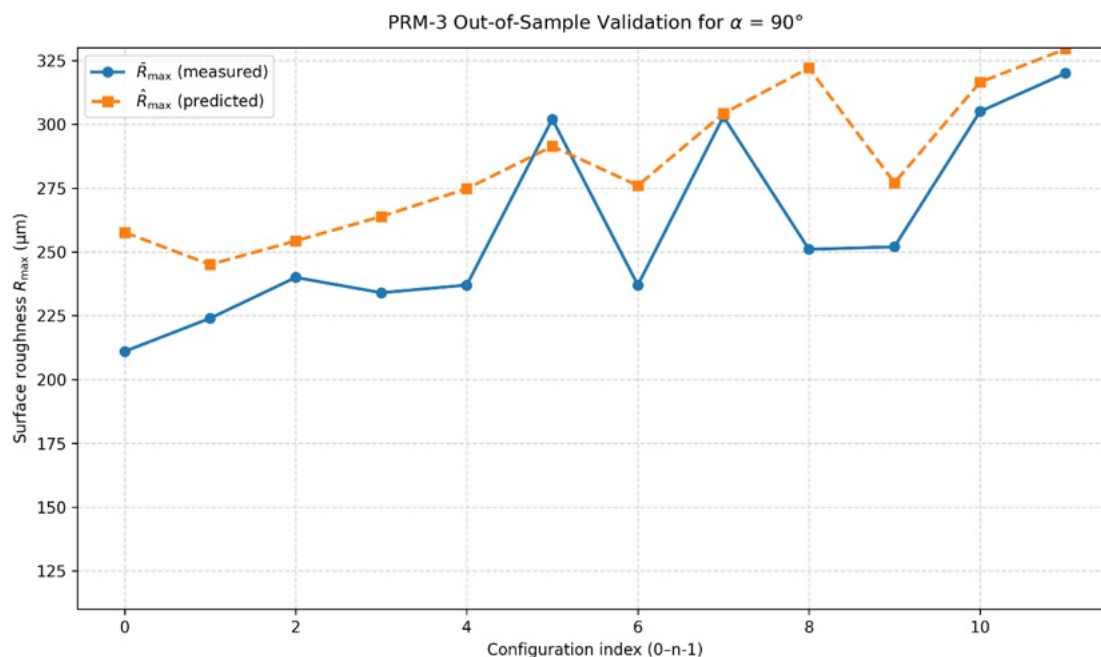
Слика 3. OOS-перформанса на PRM-3 според изоставениот агол на режење, со bootstrap-перцентилни интервали

Поделбата кај 90° е особено важна. Кога $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, највисокиот агол достапен во тренинг-подмножеството е 80° . Бидејќи Min–Max скалирањето се приспособува само врз тренинг-подмножеството, предвидувањето кај 90° се изведува надвор од аголната поддршка застапена за време на тренингот. Затоа, ослабената перформанса на оваа граница треба да се толкува како комбиниран ефект на предиктивен пренос меѓу агли, гранична екстраполација и можна чувствителност на физички режим во близина на горната аголна граница.

Резултатите се описно конзистентни со X2. PRM-3 покажува поповолна и постабилна перформанса во тест-поделбите пред горната гранична зона отколку во поделбите блиску до горната граница. Овој заклучок се однесува на применетиот OOS-протокол и не претставува формален статистички тест меѓу две групи поделби.

Дијагностичката споредба меѓу измерените и предвидените вредности за поделбата $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ покажува дека загубата на перформансата не е еднаква кај сите конфигурации. Некои конфигурации се предвидуваат релативно блиску, додека други покажуваат поголеми отстапувања.

Најголемата апсолутна грешка во PRM-3 поделбата кај 90° се јавува при $H = 40 \text{ mm}$ и $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. Во оваа конфигурација, набљудуваната \bar{R}_{max} изнесува $251 \mu\text{m}$, предвидената вредност е $322.08 \mu\text{m}$, а апсолутната грешка е $71.08 \mu\text{m}$. Овој дијагностички резултат покажува дека деградацијата на горната граница зависи од конфигурацијата и не треба без квалификација да се припише на една општа причина.



Слика 4. Измерени и PRM-3-предвидени вредности на \hat{R}_{\max} за OOS-поделбата кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$

Овој дијагностички слој ја поддржува внимателната интерпретација на PRM-3 во близина на горната граница. Моделот останува употреблив како транспарентен модел на одзивна површина, но неговите предвидувања во близина на 90° бараат дополнителна претпазливост и не треба да се третираат како еднакво доверливи со неограничените предвидувања.

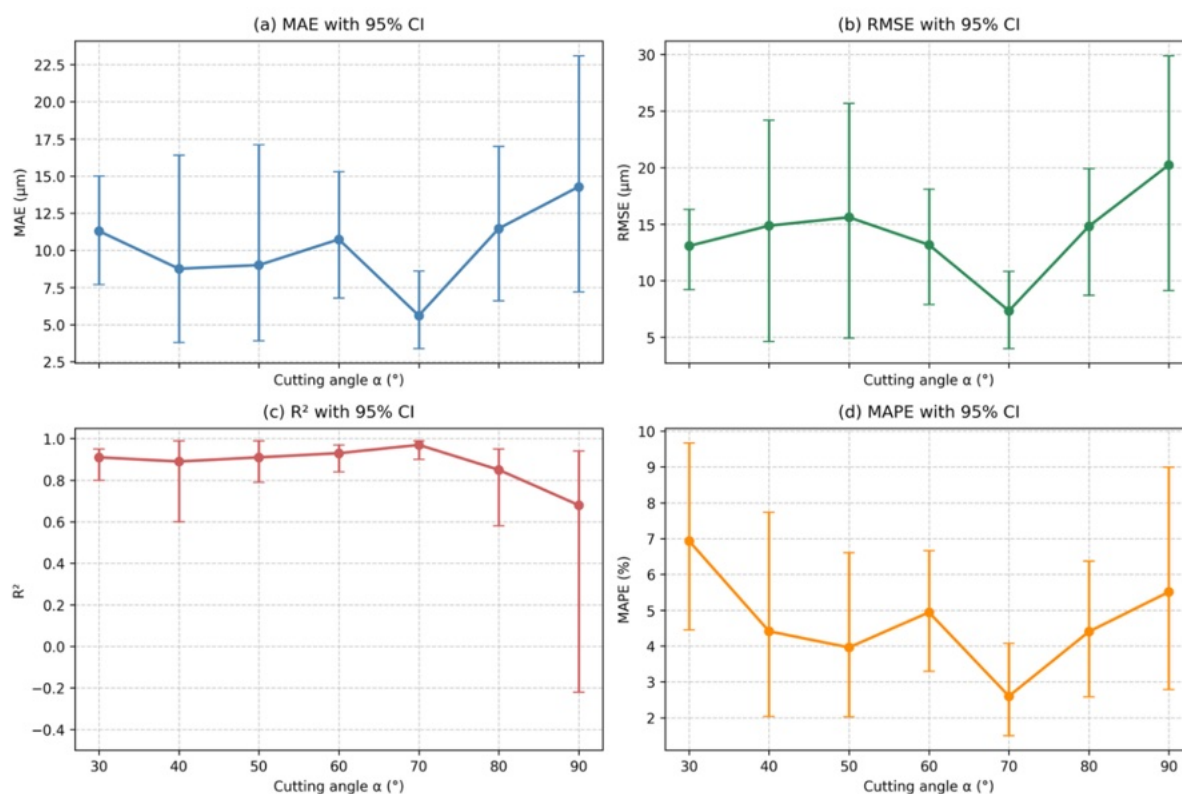
3.4. GPR како споредбена предиктивна референца

GPR беше оценет под истиот OOS-протокол според аголот како и PRM-3. Ова овозможува двата модели да се споредат под идентични услови на валидација. GPR служи како пофлексибилна предиктивна референца, додека PRM-3 ја задржува својата главна улога како експлицитен и технички интерпретабилен модел.

GPR задржува поволна перформанса до $\alpha_{\text{test}} = 80^\circ$, со $R^2 \geq 0.85$ во поделбите од 30° до 80° . Кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, GPR исто така ослабува, но помалку сериозно од PRM-3. Во оваа поделба, GPR дава MAE = $14.28 \mu\text{m}$, RMSE = $20.24 \mu\text{m}$, $R^2 = 0.68$ и MAPE = 5.51%.

Табела 6. Збиена OOS-перформанса на GPR според изоставениот агол на режење

α_{test}	MAE (μm)	RMSE (μm)	R^2	MAPE (%)	Интерпретација
30°	11.30	13.07	0.91	6.93	Поволна, но послаба од PRM-3 во оваа поделба
40°	8.76	14.86	0.89	4.41	Прифатлива
50°	9.01	15.60	0.91	3.96	Прифатлива
60°	10.74	13.17	0.93	4.94	Поволна
70°	5.61	7.33	0.97	2.60	Поволна
80°	11.47	14.81	0.85	4.40	Послаба, но сè уште употреблива во близина на границата
90°	14.28	20.24	0.68	5.51	Послаба, но постабилна од PRM-3 кај 90°



Слика 5. OOS-перформанса на GPR според изоставениот агол на режење, со bootstrap-перцентилни интервали

GPR резултатите потврдуваат дека горната граница е тешка за предвидување. Сепак, деградацијата е помала од онаа забележана кај PRM-3. Ова ја поддржува употребата на GPR како споредбена референца за оценување на граничната чувствителност.

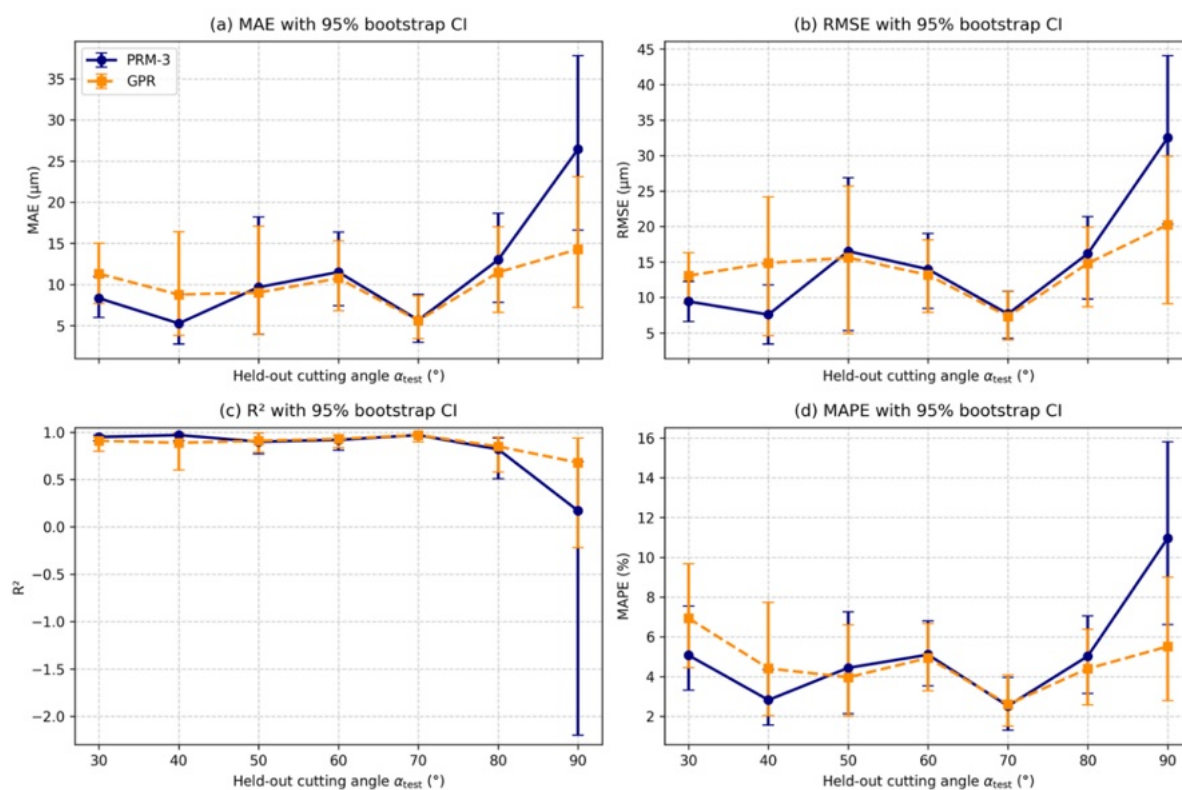
3.5. Споредбена OOS-перформанса на PRM-3 и GPR

Споредбата меѓу PRM-3 и GPR покажува два различни обрасци. Во неграничниот дел од доменот, моделите покажуваат перформанса од ист ред на големина. Разликите се мешани и генерално ограничени во практична големина. Во близина на горната граница, разликата станува поизразена, особено кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$.

Кај 90° , GPR дава пониски грешки и повисоко R^2 од PRM-3. Парната разлика за оваа поделба е $\Delta_{\text{MAE}} = -12.18 \mu\text{m}$, $\Delta_{\text{RMSE}} = -12.26 \mu\text{m}$, $\Delta R^2 = +0.51$ и $\Delta_{\text{MAPE}} = -5.45\%$, каде што разликата се пресметува како GPR минус PRM-3. Кај метриците на грешка, негативните вредности затоа укажуваат на пониска грешка за GPR.

Табела 7. Збиена споредба на PRM-3 и GPR во истите OOS-поделби

Регион на доменот	Главен наод	Техничка интерпретација
30°- 70°	PRM-3 и GPR имаат перформанса од ист ред на големина	PRM-3 останува оправдан поради транспарентноста и техничката читливост
80°	Двата модели покажуваат одредено ослабување	Предвидувањето близу граница станува почувствително
90°	GPR деградира помалку од PRM-3	Флексибилното моделирање е постабилно на горната граница под овој протокол
Вкупно	GPR не е униформно супериорен во сите поделби	Споредбата поддржува диференцирана интерпретација, а не општа замена на PRM-3



Слика 6. Споредбена OOS-перформанса на PRM-3 и GPR според изоставениот агол на режење

Резултатите се описно конзистентни со X3. Под истиот OOS-протокол, GPR покажува помала деградација на перформансата од PRM-3 во близина на горната граница на испитаниот домен, особено кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. Во неграничните поделби, разликите меѓу двата модели се помали и мешани. Овој наод се толкува како споредбена тенденција во рамките на применетиот протокол на валидација, а не како формално утврдена универзална супериорност на GPR.

3.6. Диференцијална еволуција врз конечната PRM-3 одзивна површина

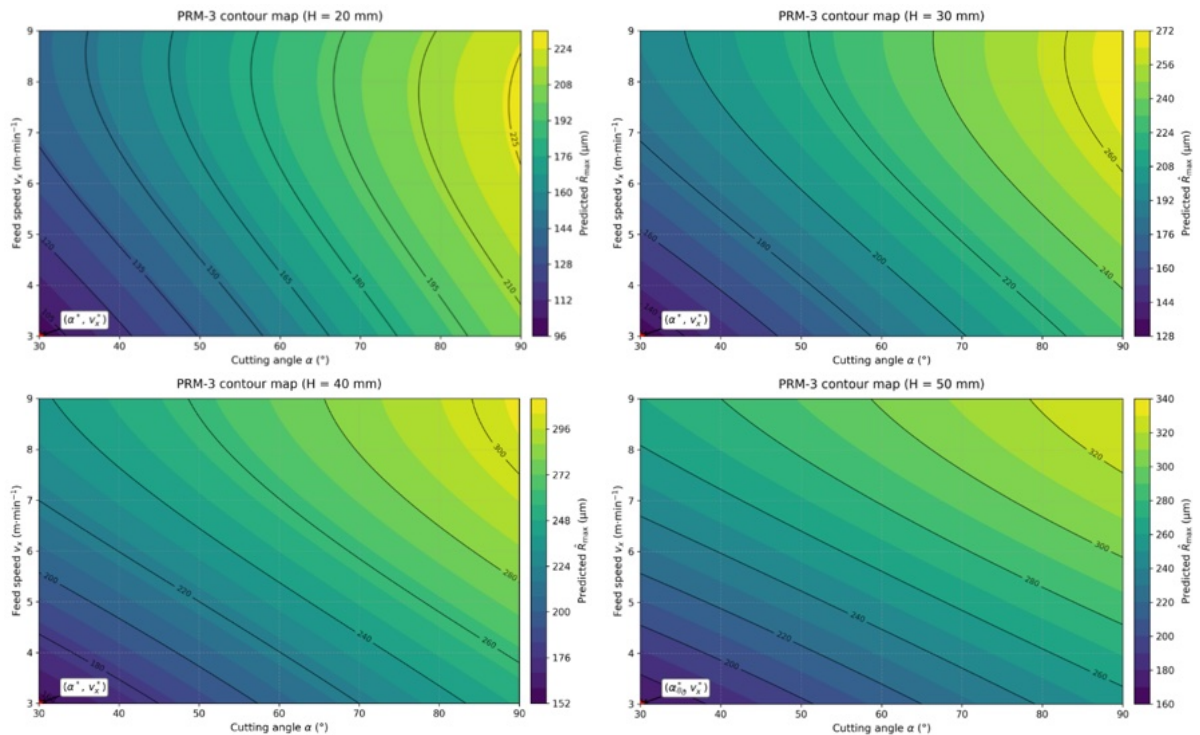
Диференцијалната еволуција беше применета врз конечниот PRM-3 модел одделно за секое фиксно ниво на висината на режење H . DE го врати истиот моделски условен кандидатски пар:

$$\alpha_{\text{DE}} = 30^\circ, \quad v_{x,\text{DE}} = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}.$$

Предвидената минимална вредност на \hat{R}_{max} се зголемува со H , додека кандидатскиот пар $(\alpha_{\text{DE}}, v_{x,\text{DE}})$ останува непроменет. Ова значи дека конечната PRM-3 одзивна површина го достигнува својот минимум на долната граница на тестираниот домен, а не во робустна внатрешна точка.

Табела 8. Кандидатски конфигурации идентификувани со DE врз конечниот PRM-3 модел

$H(\text{mm})$	α^*	$v_x^*(\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	Минимална предвидена $\hat{R}_{\text{max}}(\mu\text{m})$	Интерпретација
20	30°	3.0	98.94	Граничен кандидат
30	30°	3.0	130.68	Граничен кандидат
40	30°	3.0	156.13	Граничен кандидат
50	30°	3.0	167.87	Граничен кандидат



Слика 7. PRM-3 контурни мапи за фиксни нивоа на H со означен DE кандидат

Резултатот мора да се толкува како моделски условен кандидат, а не како експериментално потврден производствен оптимум. DE ја минимизира рапавоста предвидена од PRM-3 во рамките на декларираниот експериментален домен. Оптимизацијата директно не ги вклучува абењето на алатот, директните сили на режење, трошоците за завршна обработка, индустриската продуктивност или долгорочната стабилност на процесот. Затоа, кандидатот $\alpha_{DE} = 30^\circ$ и $v_{x,DE} = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ се третира како технички значаен моделски условен кандидат за понатамошна потврда, а не како конечна индустриска препорака.

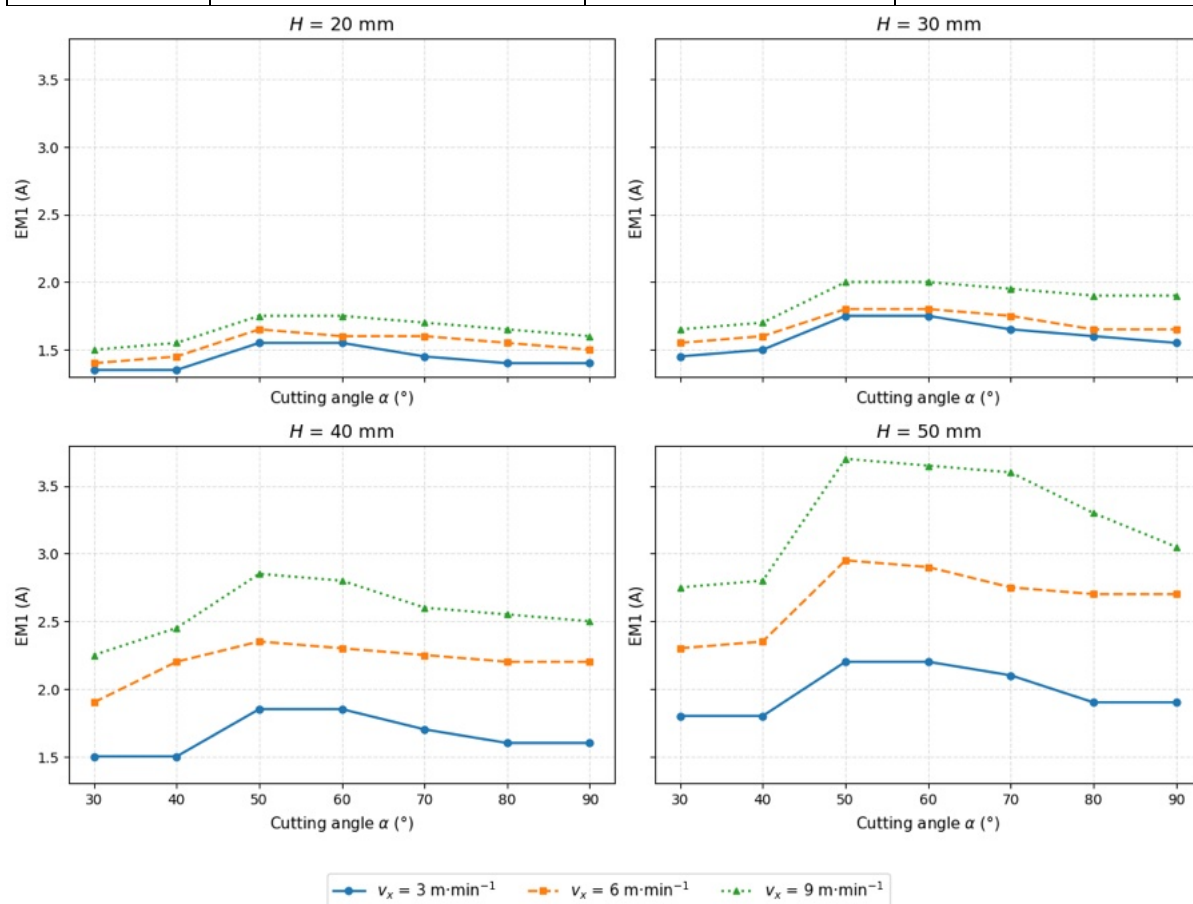
3.7. Операционална моќност на режење и електрични показатели на оптоварување

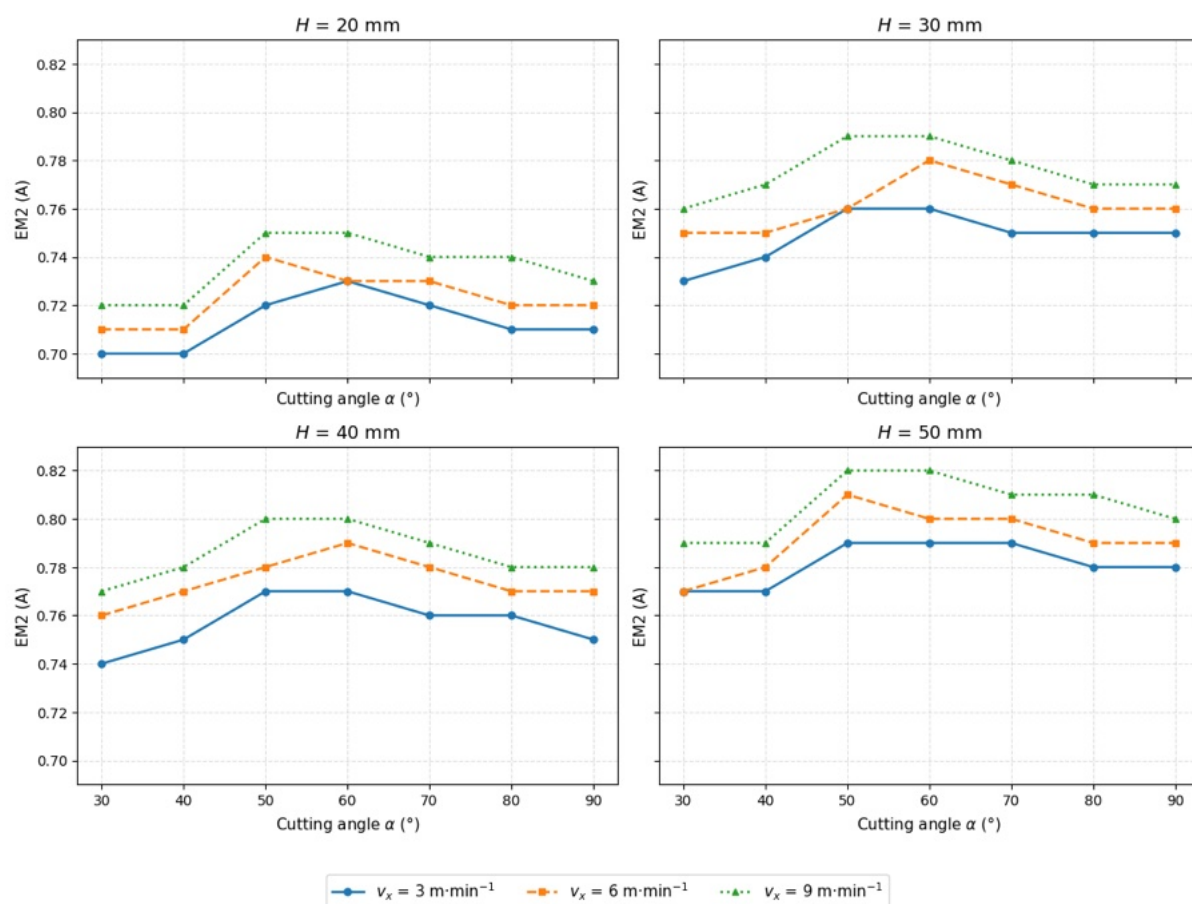
Операционалната моќност на режење беше толкувана на ниво на машински систем преку електричните показатели на оптоварување EM1 и EM2. EM1 се однесува на главниот мотор, додека EM2 се однесува на помошниот мотор за подавање. Резултатите покажуваат дека електричното оптоварување генерално се зголемува со повисока брзина на подавање и поголема висина на режење. Овој образец е појасен кај EM1 отколку кај EM2.

На пример, при $H = 50 \text{ mm}$ и $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, EM1 се движи од 2.75 A кај $\alpha = 30^\circ$ до 3.70 A кај $\alpha = 50^\circ$, додека EM2 во истиот слој се менува во потесен опсег, од приближно 0.79 A до 0.82 A. Ова сугерира дека показателот за главниот мотор е почувствителен на промените во конфигурацијата на режење отколку показателот за помошниот мотор за подавање.

Табела 9. Збиена интерпретација на резултатите за EM1 и EM2

Показател	Набљудувано однесување	Техничко значење	Граница на интерпретација
EM1	Појасно се зголемува со поголема H и повисока v_x	Главен показател на релативното оптоварување на машинскиот систем	Не е директно калибрирана механичка моќност на режење
EM2	Се менува во потесен интервал	Показател на оптоварување на помошниот мотор за подавање	Секундарен показател на системско оптоварување
Ефект на α	Не е целосно линеарен низ сите слоеви	Аголот интерагира со H и v_x	Мора да се чита на конфигурациско ниво
Комбинирано читање	Кандидатите со пониска рапавост имаат тенденција да се појавуваат и при пониска брзина на подавање	Покажува компромис квалитет–ритам–оптоварување	Поддржува релативна споредба, не универзална оптимизација





Слика 8. Распределба на EM1 и EM2 низ α , H и v_x

Вклучувањето на EM1 и EM2 ја проширува интерпретацијата надвор од самата рапавост. Тоа овозможува конфигурациите да се споредуваат не само според квалитетот на површината, туку и според нивното релативно операционално барање кон машинскиот систем. Инференцијата останува внатрешна за истиот експериментален систем.

Конечниот PRM-3 модел беше употребен и за читање на операционалниот компромис меѓу предвидената рапавост и ритамот на подавање. За таа цел, во дисертацијата се разгледуваше предвидената \hat{R}_{\max} при фиксно $\alpha = 30^\circ$, за $v_x \in \{3.0, 6.0, 9.0\} \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ и сите четири нивоа на H .

Резултатите покажуваат дека зголемувањето на брзината на подавање ја зголемува предвидената рапавост. Преминот од $v_x = 3.0$ кон $v_x = 6.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ е поврзан со зголемување на предвидената рапавост од приближно 31% - 36%. Преминот од $v_x = 3.0$ кон $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ е поврзан со зголемување од приближно 43% - 60%, зависно од H .

Табела 10. Моделски условен операционален компромис при $\alpha = 30^\circ$

$H(\text{mm})$	\hat{R}_{\max} при $v_x = 3.0$	Зголемување при $v_x = 6.0$	Зголемување при $v_x = 9.0$	Техничко читање
20	98.94 μm	30.98%	43.12%	Зголемувањето на подавањето ја зголемува предвидената рапавост
30	130.68 μm	30.97%	47.67%	Компромисот станува повидлив

40	156.13 μm	32.21%	52.47%	Поголема H го зголемува нивото на предвидена рапавост
50	167.87 μm	35.80%	60.49%	Најсилно предвидено зголемување при највисока H

Оваа табела не дефинира производствена препорака. Таа обезбедува моделски условено читање на очекуваниот трошок во рапавост при зголемување на брзината на подавање на кандидатскиот агол. Затоа, таа ја поддржува технолошката интерпретација на компромисот квалитет–ритам во рамките на тестираниот домен.

3.8. Секундарна описна CRITIC-анализа

CRITIC-анализата беше применета како секундарна описна постапка врз реално тестираните конфигурации. Таа не беше употребена како главен метод на оптимизација. Нејзината цел беше да обезбеди дополнително релативно читање на компромисот меѓу измерената рапавост на површината, производниот ритам и електричното оптоварување.

Во главната CRITIC-варијанта, критериумите беа \bar{R}_{\max} , EM1 и v_x . Критериумите \bar{R}_{\max} и EM1 беа третирано како критериуми за минимизација, додека v_x беше третирано како критериум за максимизација. Најголема тежина беше доделена на v_x , што укажува дека во нормализираната критериумска матрица производниот ритам придонесува со најголема количина информативен контраст во рангирањето.

Беше извршена и проверка на чувствителност со употреба на EM2 наместо EM1. Добиените тежини и највисоко рангираните конфигурации беа блиски до анализата базирана на EM1. Ова укажува дека описното повеќекритериумско читање останува во голема мера стабилно кога електричниот показател се менува од EM1 во EM2.

Табела 11. Збиени CRITIC-резултати и проверка на чувствителност

CRITIC-варијанта	Критериуми	Главни тежини	Највисоко рангирана конфигурација	Интерпретација
Главна варијанта	\bar{R}_{\max} , EM1, v_x	$w_{\bar{R}_{\max}} = 0.208923$, $w_{EM1} = 0.200335$, $w_{v_x} = 0.590743$	$\alpha = 30^\circ$, $H = 20 \text{ mm}$, $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$	Описното рангирање фаворизира висока брзина на подавање бидејќи v_x добива најголема тежина
Варијанта за чувствителност	\bar{R}_{\max} , EM2, v_x	$w_{\bar{R}_{\max}} = 0.218113$, $w_{EM2} = 0.196897$, $w_{v_x} = 0.584990$	$\alpha = 30^\circ$, $H = 20 \text{ mm}$, $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$	Рангирањето останува во голема мера стабилно кога EM2 го заменува EM1

CRITIC-резултатот се разликува од DE-резултатот затоа што двете постапки одговараат на различни прашања. DE ја минимизира PRM-3-предвидената рапавост и затоа враќа $v_x = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. CRITIC го вклучува v_x како критериум што треба да се максимизира, па фаворизира конфигурации со повисок произведен ритам кога тежината на критериумот е висока. Ова не е противречност. Тоа покажува дека интерпретацијата на оптимум зависи од целната функција и од критериумите вклучени во анализата.

3.9. Општо значење на резултатите

Резултатите покажуваат дека дисертацијата придонесува повеќе од описна споредба на вредности на рапавост. Таа воспоставува поврзана рамка во која емпириското мерење, агрегирањето на конфигурациско ниво, интерпретабилното моделирање, OOS-валидацијата, споредбеното флексибилно моделирање, моделски условената

идентификација на кандидати и операционалното толкување на оптоварувањето се комбинирани во еден доменски ограничен работен тек.

Научното значење лежи во валидациски ориентираната структура на анализата. Дисертацијата не се потпира само на приспособување модел врз целосната база. Таа ја оценува преносливоста преку OOS-валидација според аголот, со што се открива граничната слабост на PRM-3 и се разјаснува улогата на GPR како споредбена референца.

Применетото значење лежи во можноста конфигурациите на режење да се споредуваат според повеќе технолошки димензии: рапавост на површината, произведен ритам и релативно оптоварување на машинскиот систем. Во технологиите на мебел и ентериер, ова е релевантно затоа што резната површина ја формира технолошката почетна состојба за следните операции, како понатамошна машинска обработка, завршна обработка, лепење, составување и употреба на дрвени елементи.

4. ЗАКЛУЧОК

4.1. Општ заклучок

Дисертацијата разви и оцени доменски ограничена рамка за анализа на влијанието на аголот на режење кај лентовидна пила врз операционалната моќност на режење и рапавоста на резната површина при обработка на европска бука. Централниот одзив беше средната рапавост на конфигурациско ниво \bar{R}_{\max} , изведена од операционалниот индекс на рапавост R_{\max} . Операционалната моќност на режење беше толкувана на ниво на машински систем преку електричните показатели на оптоварување EM1 и EM2.

Резултатите покажуваат дека конфигурациите на режење дефинирани со α , H и v_x се поврзани со систематски разлики во \bar{R}_{\max} . Ова ја поддржува употребата на моделирање на конфигурациско ниво и потврдува дека квалитетот на површината во тестираниот домен зависи од комбинираното дејство на параметрите на режење, а не од еден изолиран параметар.

PRM-3 обезбеди транспарентен и технички интерпретабилен модел на одзивна површина за \bar{R}_{\max} . Неговата предиктивна перформанса беше поволна во неграничниот дел од аголниот домен, но ослабе во близина на горната граница, особено кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. GPR покажа помала деградација на оваа граница под истиот протокол на валидација, додека PRM-3 ја задржа својата главна вредност како експлицитен и проверлив модел погоден за техничка интерпретација.

Диференцијалната еволуција применета врз конечниот PRM-3 модел го идентификуваше истиот кандидатски пар за сите фиксни нивоа на H : $\alpha^* = 30^\circ$ и $v_x^* = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. Овој резултат се толкува како моделски условен граничен кандидат, а не како експериментално потврден индустриски оптимум. Предвидената минимална рапавост се зголемува со зголемување на H , додека кандидатскиот пар останува непроменет.

4.2. Одговори на истражувачките прашања

ИП1. Во рамките на испитаниот домен, \bar{R}_{\max} се разликува меѓу конфигурациите дефинирани со α , H и v_x . Најниската измерена вредност на конфигурациско ниво беше добиена кај $\alpha = 30^\circ$, $H = 20 \text{ mm}$ и $v_x = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, со $\bar{R}_{\max} = 111 \mu\text{m}$, додека највисоката измерена вредност беше добиена кај $\alpha = 90^\circ$, $H = 50 \text{ mm}$ и $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, со $\bar{R}_{\max} = 320 \mu\text{m}$. Ова потврдува дека површинскиот одзив се менува според конфигурациската комбинација на процесните параметри.

ИП2. Под OOS-протоколот според аголот, PRM-3 покажува поповолна предиктивна перформанса во неграничниот дел од доменот отколку во близина на горната граница. GPR дава перформанса од споредлив ред во неграничниот регион и обезбедува постабилна флексибилна референца во близина на $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. Ова ја поддржува функционалната разлика меѓу двата модели: PRM-3 се задржува поради транспарентноста и техничката интерпретација, додека GPR се користи за контекстуализација на предиктивната стабилност.

ИП3. Диференцијалната еволуција применета врз конечниот заменски модел PRM-3 го идентификува истиот моделски условен кандидат за сите фиксни нивоа на H : $\alpha^* = 30^\circ$ и $v_x^* = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. Минималната предвидена вредност на \hat{R}_{\max} се зголемува како што се зголемува H , додека кандидатскиот пар останува непроменет. Овој резултат е

моделски условен кандидат за понатамошна проверка, а не експериментално потврден производствен оптимум.

4.3. Заклучоци според хипотезите

X1. Резултатите се описно конзистентни со X1. Во рамките на испитаниот експериментален домен, \bar{R}_{\max} покажува систематски разлики меѓу конфигурациите дефинирани со α , H и v_x . Ова ја поддржува употребата на конфигурацијата како аналитичка единица и го оправдува моделирањето на средниот одзив на конфигурациско ниво.

X2. Резултатите се описно конзистентни со X2. PRM-3 покажува поповолна и постабилна OOS-перформанса во тест-поделбите пред горната гранична зона отколку во поделбите блиску до горната граница. Овој заклучок е валиден во рамките на применетиот OOS-протокол и не се претставува како формален статистички тест меѓу гранични и негранични групи.

X3. Резултатите се описно конзистентни со X3. Под истиот OOS-протокол според аголот, GPR покажува помала деградација од PRM-3 во близина на горната граница, особено кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. Сепак, тоа не значи дека GPR го заменува PRM-3 како главен модел. PRM-3 останува главниот интерпретабилен модел, додека GPR служи како споредбена предиктивна референца.

Табела 12. Резиме на интерпретацијата на хипотезите

Хипотеза	Статус на резултатот	Основа за интерпретација	Опсег на заклучокот
X1	Описно поддржана	Систематски разлики во \bar{R}_{\max} низ конфигурации α, H, v_x	Валидно во рамките на тестираниот домен
X2	Описно поддржана	PRM-3 има подобра перформанса пред горната граница отколку близу $80^\circ - 90^\circ$	Валидно под OOS-протоколот според аголот
X3	Описно поддржана	GPR ослабува помалку од PRM-3 кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$	Споредбена тенденција под истиот протокол на валидација

4.4. Научен придонес

Научниот придонес на дисертацијата се состои во воспоставување јасен и проверлив работен тек за емпириска карактеризација, предиктивна валидација и прелиминарно моделски засновано насочување на конфигурациите на режење со лентовидна пила. Дисертацијата ги поврзува мерењето, агрегирањето, моделирањето, валидацијата, оптимизацијата и операционалното толкување во единствена рамка.

Главните научни придонеси се:

1. воспоставување конфигурациска структура за споредбена анализа на условите на режење со лентовидна пила;
2. развој и оценка на PRM-3 како експлицитен и интерпретабилен заменски модел;
3. примена на OOS-валидација според аголот за оценување на предиктивната преносливост меѓу нивоата на аголот на режење;
4. споредба на предиктивната изведба на PRM-3 со GPR под истиот протокол на валидација;
5. идентификација на моделски условени кандидатски конфигурации преку Диференцијална еволуција;

6. проширување на операционалното толкување на процесот на режење преку EM1 и EM2 како релативни електрични показатели на моќноста на режење на ниво на машински систем;
7. воведување на CRITIC како секундарна описна постапка за читање на компромисот меѓу квалитетот на површината, производниот ритам и системското оптоварување.

Придонесот најсоодветно се чита како доменски ограничена, технички интерпретабилна и репродуцибилна рамка за споредбена анализа во рамките на декларираниот систем машина–алат–материјал–мерење. Неговата вредност е во проверливата споредбена рамка, а не во претензија за универзална теорија на режењето со лентовидна пила.

4.5. Применето значење

Применетото значење на дисертацијата се состои во технолошкото читање на конфигурациите на режење. Во практичната обработка на дрво, квалитетот на резната површина влијае врз подоцнежните операции, како понатамошна машинска обработка, брусење, завршна обработка, лепење, составување и употреба на дрвени елементи во мебел и ентериерски решенија. Затоа, можноста конфигурациите да се споредуваат според рапавост, производен ритам и оптоварување на машинскиот систем има практична релевантност.

Дисертацијата не дава директен производствен рецепт. Наместо тоа, обезбедува структурирана основа за прелиминарна технолошка ориентација. Кандидатот идентификуван со DE може да се користи како почетна точка за потврдни тестови. Матрицата на компромис при $\alpha = 30^\circ$ покажува како зголемувањето на v_x го зголемува производниот ритам, но ја зголемува и предвидената рапавост. Резултатите за EM1 и EM2 додаваат дополнително операционално читање на системското оптоварување.

Во оваа смисла, дисертацијата ја поврзува технологијата на обработка на дрво со областа на мебелот и технологиите за ентериер преку подготовката на дрвени елементи. Врската е технолошка, а не естетска: квалитетот на површината се третира како материјална и процесна состојба што влијае врз подоцнежното производство и употреба.

4.6. Главни ограничувања

Интерпретацијата на дисертацијата е ограничена од експерименталниот дизајн, мерниот протокол и стратегијата на моделирање. Овие ограничувања не се случајни; тие го дефинираат валидниот домен на резултатите.

Табела 13. Главни ограничувања и граници на интерпретација

Ограничување	Ефект врз интерпретацијата	Последица за употреба
Фиксен експериментален систем	Резултатите важат за конкретниот систем машина–алат–материјал–мерење	Да се избегнува универзална генерализација
Само европска бука	Материјално специфичното однесување може да се разликува кај други дрвени видови	Потребни се дополнителни материјални тестови за пренос
Агрегирање на конфигурациско ниво	Сегментната варијабилност не се моделира директно	Заклучоците важат за \bar{R}_{\max} , не за целата локална варијација на рапавоста

Нема класична независна репликација на секоја целосна конфигурација	Класичната факторска инференција за грешка е ограничена	Резултатите се емпириско-предиктивни, а не целосна каузална факторска инференција
Нерандомизиран фиксен редослед на изведување	Ефектите од време, редослед, абење на сечилото или дрифт не можат целосно да се раздвојат	Каузалните тврдења мора да останат внимателни
Компараторски протокол за R_{\max}	Рапавоста е операционално дефинирана	Споредби со други стандарди за рапавост бараат внимателност
Влажноста е третирана како материјална состојба	Влажноста не беше моделирана како независен фактор	Резултатите важат за опсегот на влажност на тестираните примероци
Нема паралелна анализа на R_a , R_z или R_q	Текстурата на површината се толкува само преку R_{\max} и \bar{R}_{\max}	Пошироки тврдења од површинска метрологија бараат дополнителни параметри
Нема независен метролошки калибрациски протокол	Апсолутните вредности на рапавоста бараат внимателност	Најсилната инференција е релативна споредба во рамките на истиот протокол
EM1/EM2 се индиректни показатели	Операционалната моќност на режење се изведува на системско ниво	Нема тврдење за директно мерење на механичка моќност на режење
Гранична чувствителност на PRM-3	Предиктивна деградација се јавува во близина на 90°	Предвидувањата на горната граница бараат внимателност
DE е применета само врз PRM-3	Кандидатот е условен од моделската површина	Потребни се потврдни резови пред производствена употреба
CRITIC рангирањето зависи од критериуми	Рангирањето се менува со критериумите и тежините	CRITIC останува опишен и секундарен
Нема целосна конструкција на Парето-фронт	Повеќецелните компромиси не се целосно оптимизирани	CRITIC не треба да се толкува како Парето-анализа
Рамката не е автономен контролен систем	Моделот поддржува техничко одлучување, но не автоматизира контрола	Индустриска автоматизација би барала онлајн сензорика, калибрација и производствена валидација

И покрај наведените ограничувања, најсилната вредност на резултатите останува во релативната споредба на конфигурациите во рамките на истиот материјал, истата машинска поставеност, истиот алат и истиот мерен протокол. Во тие граници, предложената рамка обезбедува проверлива основа за технолошко читање на рапавоста, системското оптоварување и моделски условеното насочување на кандидатски конфигурации.

4.7. Насоки за понатамошни истражувања

Понатамошните истражувања најпрво треба експериментално да ги потврдат моделски условените кандидатски конфигурации. Кандидатот $\alpha^* = 30^\circ$, $v_x^* = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ треба експериментално да се тестира на секое ниво на H пред да се толкува како практична препорака. Потврдните резови треба да вклучат и мали контролирани отстапувања околу кандидатот, со цел да се оцени дали предвидениот граничен минимум е робустен во практика.

Втор приоритет е погусто примеркување во горниот аголен регион, особено меѓу 80° и 90° . Тоа би помогнало да се раздвојат ефектите на моделската граница од можните промени во физичкиот режим на режење и би разјаснило дали деградацијата забележана кај $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ е главно моделско ограничување, ефект на процесен режим или комбинација од двете.

Идната работа треба да вклучи и независни репликации на избрани конфигурации, рандомизиран или блокиран експериментален редослед, дополнителни дрвни видови, дополнителни нивоа на влажност и директни или калибрирани мерења на механичка сила на режење или моќност на режење. Тоа би овозможило попрецизно раздвојување на електричното оптоварување на машинскиот систем од механичката моќност на режење.

Оптимизациониот слој треба да се прошири и кон повеќецелна анализа. Идна Парето-ориентирана формулација би можела истовремено да ги разгледа \bar{R}_{\max} , ритамот на подавање и оперативната моќност на режење, наместо минимизацијата на рапавоста да се третира како единствена цел. Тоа би го направило компромисот меѓу квалитетот на површината, продуктивноста и системското оптоварување поексплицитен.

Понатамошна насока е споредба на PRM-3 со регуларизирани полиномски модели или други заменски модели, со цел да се намали граничната чувствителност. Дополнителни протоколи на валидација би можеле да ја тестираат генерализацијата преку H , преку v_x или преку материјални серии, а не само преку α . Тоа би ја зајакнало преносливоста на моделската рамка.

Мерната основа исто така треба да се зајакне преку зачувување на податоците на ниво на сегмент, документирање на бројот на сегменти по конфигурација и споредба на оперативниот компараторски индекс R_{\max} со стандардизирани профилометрички параметри како R_a , R_z и R_q . Идните студии треба да испитаат и како разликите во рапавоста на резната површина се пренесуваат во подоцнежните операции на завршна обработка, вклучително брусеење, лепење, премачкување, потрошувачка на материјал за завршна обработка и време за подготовка на површината.

4.8. Завршна изјава

Дисертацијата покажува дека врската меѓу параметрите на режење со лентовидна пила и рапавоста на резната површина може емпириски да се карактеризира, предиктивно да се валидира и да се употреби за прелиминарно моделски засновано насочување во рамките на јасно деклариран домен. Најсилниот одбранлив придонес не е тврдењето за универзален оптимум, туку изградбата на транспарентен и репродукцибилен работен тек што ги поврзува измерената рапавост, предиктивната валидација, оперативното системско оптоварување и моделски условената идентификација на кандидати.

Затоа, резултатите најдобро се читаат како доменски ограничен технолошки придонес кон науката за обработка на дрво и кон технолошката подготовка на дрвени елементи за примена во мебел и ентериер.



**SS. CYRIL AND METHODIUS
UNIVERSITY IN SKOPJE
FACULTY OF DESIGN AND TECHNOLOGIES
OF FURNITURE AND INTERIOR**



Mr. Bujar Abdurahim Selimi

**INFLUENCE OF THE CUTTING ANGLE OF A BAND SAW ON THE
OPERATIONAL CUTTING POWER AND ROUGHNESS OF THE CUT
SURFACE**

Author's Summary of Doctoral Dissertation

Skopje, 2026

1. INTRODUCTION

1.1. Research context and disciplinary positioning

This dissertation examines the relationship between the controlled parameters of bandsaw cutting, operational cutting power, and cut-surface roughness during the processing of European beech. Operational cutting power is treated as the response of the machine system during cutting and is evaluated through the electrical load indicators of the main and auxiliary motors, EM1 and EM2. In this way, configurations are not compared only according to the quality of the cut surface, but also according to their operational response within the same experimental domain.

Wood is an important natural material in the wood industry, with broad application in joinery, furniture, interior elements, structural wooden elements, and other wood-based products. Its technical value does not arise only from its mechanical and physical properties, but also from its capacity to be machined, dimensioned, finished, assembled, and used in different production and applied contexts. Therefore, mechanical processing is part of the technological chain through which wood is transformed into elements suitable for further processing and use.

Sawing is one of the basic operations in wood machining. The quality of the surface generated during sawing determines the initial technological condition of the element for subsequent stages, such as planing, sanding, bonding, surface finishing, assembly, and installation. A rougher cut surface may increase the need for additional processing, affect the quality of bonding or coating, and reduce the efficiency of the production process.

The dissertation is positioned primarily within the scientific field of wood industry, with an applied connection to furniture and interior technologies. It does not address furniture aesthetics, creative design methods, or visual composition. Its contribution is technological: it examines how cutting parameters affect cut-surface roughness and system loading. Therefore, the connection with furniture and interior is understood as production-technological, namely through the preparation of wooden elements that may later enter furniture, joinery, or interior use.

The research focuses on longitudinal cutting of European beech (*Fagus sylvatica* L.) with a band saw. Beech is widely used because of its mechanical properties, workability, and application potential, but as a natural material it is heterogeneous. Its machining response depends on the interaction between the material, cutting tool, machine, and operating conditions, which makes the prediction and comparison of cut-surface quality a technically relevant and methodologically complex problem.

1.2. Problem background

In bandsaw cutting, the quality of the generated surface is influenced by several process variables. Among the controllable parameters, the cutting angle α , the cutting height H , and the feed speed v_x are especially important. These parameters affect the interaction between the cutting edge and the wood material, the formation of the cut surface, and the load imposed on the machine system. However, their influence cannot be adequately interpreted by considering each parameter separately. The cutting configuration as a whole must be considered.

The practical problem is that a cutting configuration should not be evaluated only by whether it produces a low roughness value. In production conditions, surface quality must be considered together with the production rhythm and the operational loading of the machine

system. A configuration that gives a smoother surface may be slower, while a configuration that increases feed speed may improve throughput but may also increase roughness or system load. Therefore, the evaluation of cutting configurations requires a comparative technological framework.

The scientific problem addressed in this dissertation is the development of a transparent and verifiable way to characterize, model, validate, and interpret the relationship between the controllable cutting parameters and the roughness response. The dissertation treats the configuration-level mean roughness, denoted as \bar{R}_{\max} , as the central response variable. In addition, it includes electrical load indicators EM1 and EM2 as operational indicators of machine-system loading. These indicators are used for relative comparison of operational cutting power within the same experimental system.

A further methodological problem is related to model validity. A model that fits the observed data well is not necessarily reliable when it is used to predict conditions that were not included in the training subset. For that reason, the dissertation does not rely only on in-sample fitting. It applies an angle-wise out-of-sample validation protocol in which one cutting-angle level α_{test} is left out from training and used for testing. This validation approach allows the predictive transferability of the model to be examined across the cutting-angle domain.

1.3. Subject of the research

The subject of the research is the influence of the cutting angle of a band saw on operational cutting power and cut-surface roughness during the processing of European beech. More precisely, the research examines the relationship between the controllable parameters of the cutting process and the observed configuration-level response of the cut surface.

The controllable parameters are:

- cutting angle, α ;
- cutting height, H ;
- feed speed, v_x .

The primary response is surface roughness, measured through the operational roughness index R_{\max} and analyzed at the level of the cutting configuration through the mean value \bar{R}_{\max} . In this dissertation, the configuration is the analytical unit, because each combination of α , H , and v_x represents a separate process condition within the investigated domain.

The dissertation also considers operational cutting power at the level of the machine system. This is followed through two electrical indicators of system loading: EM1 for the main motor and EM2 for the auxiliary feed motor. These indicators are used as relative electrical indicators of system load. They are not interpreted as direct calibrated measurements of mechanical cutting power at the tool–material interface. This distinction is important because it defines the scope of inference of the dissertation.

1.4. Research aim

The general aim of the dissertation is to develop and evaluate a domain-bounded framework for empirical characterization, predictive validation, and preliminary model-based orientation of bandsaw-cutting configurations in the processing of European beech.

The dissertation seeks to connect experimental measurement, interpretable modeling, out-of-sample validation, comparative prediction, model-based candidate identification, and relative technological interpretation. The purpose is not to establish a universal law of cutting

behavior, nor to define a final industrial optimum. The purpose is to provide a transparent and technically readable framework within the declared experimental domain.

The specific aims are:

1. to empirically characterize the change of \bar{R}_{\max} among cutting configurations defined by α , H , and v_x ;
2. to develop and present PRM-3 as an explicit third-degree polynomial model for predicting \bar{R}_{\max} at configuration level;
3. to evaluate the out-of-sample performance of PRM-3 using an angle-wise holdout validation protocol;
4. to compare PRM-3 with Gaussian Process Regression as a more flexible predictive reference under the same validation protocol;
5. to apply Differential Evolution to the final PRM-3 model in order to identify model-conditioned candidate configurations with low predicted \bar{R}_{\max} ;
6. to include operational cutting power, followed through the electrical load indicators EM1 and EM2, as an additional technical dimension for relative comparison of configurations;
7. to interpret the obtained results in relation to the technological preparation of wooden elements used in furniture, interior, and related applications.

1.5. Research questions

The dissertation is organized around three connected analytical layers: empirical-technological characterization of the roughness response, evaluation of predictive transferability, and preliminary technological orientation of candidate configurations.

The research questions are:

RQ1. How does \bar{R}_{\max} vary among configurations defined by α , H , and v_x within the investigated experimental domain?

RQ2. What predictive transferability does PRM-3 show under angle-wise out-of-sample validation, and how does its performance compare with GPR under the same protocol?

RQ3. Which model-conditioned candidate configurations are identified through optimization of the final PRM-3 model, and how should they be interpreted within the investigated domain?

These questions determine the structure of the dissertation. The first question concerns the empirical behavior of the roughness response. The second question concerns the predictive reliability and limitations of the models. The third question concerns the use of the final interpretable model for preliminary identification of candidate configurations.

1.6 Research hypotheses

The hypotheses are formulated within the limits of the experimental design, the measurement protocol, and the validation strategy. They are not formulated as universal claims about all wood species, all band saws, or all production conditions. They apply to the investigated material, machine setup, tool configuration, measurement approach, and parameter domain.

H1. Within the investigated experimental domain, \bar{R}_{\max} is expected to show systematic differences among configurations defined by α , H , and v_x . This supports the use of the configuration as the analytical unit and justifies the modeling of the mean configuration-level roughness response.

H2. Under the out-of-sample validation protocol, PRM-3 is expected to show more favorable predictive performance in non-boundary test splits than in test splits close to the upper boundary of the cutting-angle domain.

H3. Under the same validation protocol, GPR is expected to serve as a more stable comparative predictive reference near the upper boundary of the investigated domain, while PRM-3 retains its main role as a transparent, verifiable, and technically interpretable model.

The distinction between non-boundary and boundary test splits is important because the upper part of the cutting-angle domain may involve reduced predictive transferability. In particular, when $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ is held out from training, the model is required to predict beyond the angular support available in the training subset. This makes the boundary region especially relevant for evaluating model stability and for interpreting the limits of predictive use.

1.7 Experimental and analytical scope

The experimental domain consists of 84 cutting configurations generated by the combination of seven cutting-angle levels, four cutting-height levels, and three feed-speed levels. The material is European beech, and the cutting operation is longitudinal bandsaw cutting. The analysis is performed at configuration level, using \bar{R}_{max} as the main response variable.

The dissertation uses PRM-3 as the primary predictive model because it is explicit, interpretable, and suitable for technical reading. GPR is used as a comparative model because it provides a more flexible predictive reference. Differential Evolution is used only on the final PRM-3 response surface and only for model-conditioned candidate identification. CRITIC is used as a secondary descriptive procedure for relative ranking of tested configurations according to selected criteria.

The scope of the dissertation is deliberately bounded. The results should be interpreted within the tested material, cutting domain, machine setup, measurement system, and modeling protocol. The identified candidate configurations are not confirmed industrial optima. They are candidate configurations generated by the fitted model surface and require further experimental confirmation before being transferred to production decision-making.

1.8 Scientific and applied significance

The scientific significance of the dissertation lies in the integration of experimental measurement, interpretable predictive modeling, out-of-sample validation, comparative flexible modeling, and constrained model-based candidate identification. The dissertation does not rely only on descriptive statistics or in-sample regression. It evaluates predictive transferability through a validation protocol structured around the cutting angle, which is the central parameter of the doctoral topic.

The applied significance lies in the possibility of comparing cutting configurations according to surface quality, feed rhythm, and relative machine-system loading. This allows the results to be read not only as roughness measurements, but also as technological information useful for the preparation of wooden elements. In furniture and interior technologies, the quality of the cut surface is relevant because it affects the condition of the material before later processing, finishing, assembly, and use.

In this sense, the dissertation contributes a framework limited to the investigated domain for empirical characterization, predictive validation, and preliminary model-based orientation of bandsaw-cutting configurations. The interpretation remains comparative and limited to the specific machine–tool–material–measurement system. In an applied sense, the results are

linked to the field of furniture and interior design and technologies, because cut-surface quality represents an important technological precondition for subsequent processing, finishing, assembly, and use of wooden elements in furniture and interior solutions.

2. APPLIED SCIENTIFIC METHODS AND WORK PROCEDURE

2.1. General methodological orientation

The dissertation uses an experimental and modeling-oriented methodological framework. The empirical part of the research consists of controlled cutting tests on European beech, while the analytical part consists of configuration-level aggregation, predictive modeling, out-of-sample validation, comparative model assessment, model-conditioned candidate identification, and secondary descriptive multi-criteria ranking.

The central modeled and validated response is the configuration-level mean roughness \bar{R}_{\max} . This value is derived from the operational roughness index R_{\max} , measured on local segments of the cut surface and then aggregated at the level of each cutting configuration. The configuration is therefore the analytical unit of the dissertation. Each configuration is defined by a unique combination of the cutting angle α , the cutting height H , and the feed speed v_x .

Operational cutting power is included as an additional technical dimension through the electrical load indicators EM1 and EM2. These indicators support a relative reading of machine-system loading across configurations, but they are not treated as direct calibrated measurements of mechanical cutting power at the tool–material interface. This distinction is methodologically important because it limits the scope of inference: the dissertation compares configurations within the same experimental system, rather than claiming direct mechanical-power quantification.

The methodological logic follows four main steps. First, the experimental domain is defined through a full factorial arrangement of α , H , and v_x . Second, roughness and electrical indicators are measured and aggregated at configuration level. Third, PRM-3 is developed as the primary interpretable predictive model for \bar{R}_{\max} and evaluated through angle-wise out-of-sample validation. Fourth, the final PRM-3 response surface is used for model-conditioned candidate identification through Differential Evolution, while GPR and CRITIC provide comparative and descriptive analytical layers.

2.2. Research workflow

The workflow of the dissertation connects material preparation, experimental cutting, measurement, aggregation, predictive modeling, validation, optimization, and interpretation. It is designed to keep the empirical basis, the modeling procedure, and the interpretation boundaries clearly separated.

The first stage consists of selecting and preparing European beech samples, defining the experimental domain, and setting the machine–tool–material–measurement system. The second stage consists of performing the cutting tests according to the planned combinations of α , H , and v_x . The third stage consists of measuring R_{\max} , EM1, and EM2, and aggregating the local roughness measurements into \bar{R}_{\max} at configuration level.

The fourth stage consists of developing the PRM-3 surrogate model and evaluating its predictive transferability by angle-wise out-of-sample validation. In this protocol, one cutting-angle level α_{test} is held out from model training and used only for testing. The fifth stage consists of fitting GPR under the same validation protocol in order to provide a more flexible predictive reference. The sixth stage consists of applying Differential Evolution to the final PRM-3 response surface in order to identify model-conditioned candidate configurations. Finally, CRITIC is used as a secondary descriptive procedure to rank the actually tested configurations according to a selected multi-criteria scheme.

The workflow is summarized in Figure 1.

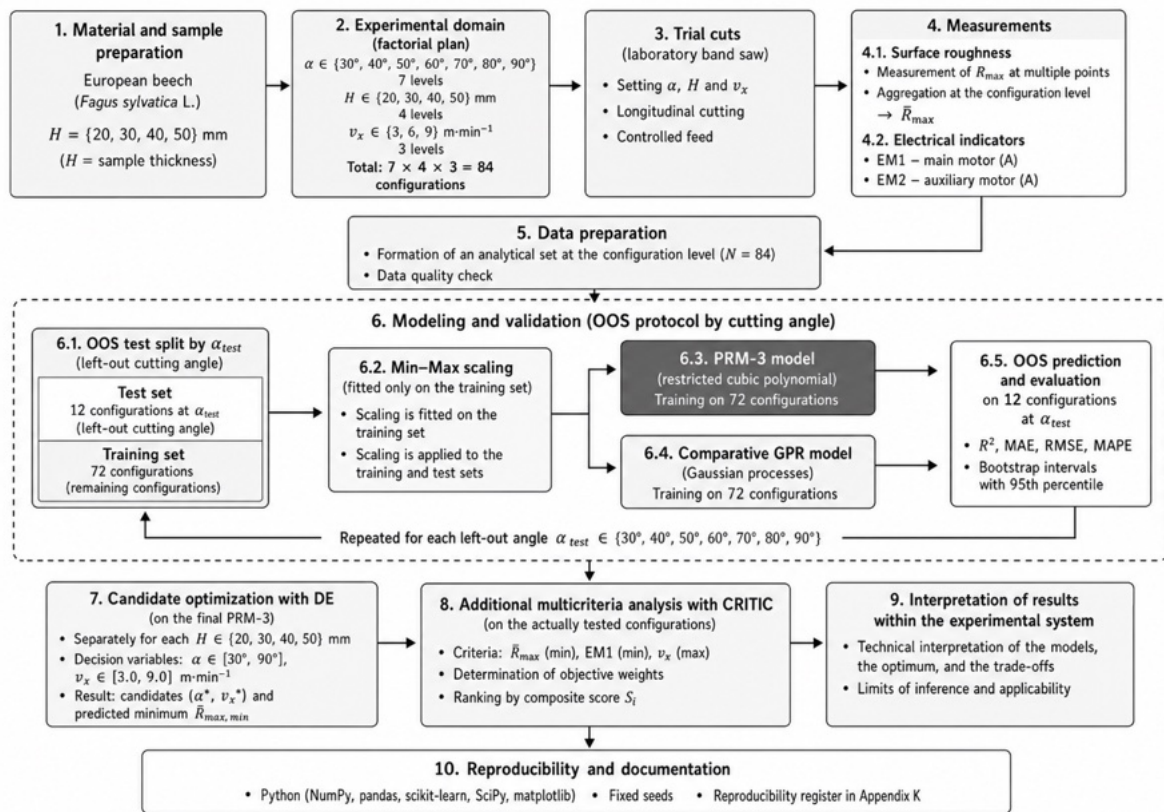


Figure 1. Research workflow for measurement, aggregation, modeling, validation, model-conditioned candidate identification, and secondary descriptive ranking

2.3. Material, experimental system, and experimental domain

The experimental material used in the dissertation is European beech (*Fagus sylvatica* L.). The samples were prepared for longitudinal cutting, with the feed direction parallel to the wood grain. In the experimental setup, the cutting height H corresponds to the sample thickness T . Therefore, H is interpreted as a tested material–process condition, not as a freely adjustable operational parameter in exactly the same sense as α and v_x .

The cutting tests were carried out on a laboratory band-saw system equipped with an adjustable inclined frame for setting the cutting angle and a motor-driven moving carriage for controlled feed. The cutting angle α was set according to the machine frame and verified before the relevant cutting series and after mechanical adjustment. The feed speed v_x was controlled through the motor-driven carriage and verified over a fixed distance. This setup allowed the experimental parameters to be controlled within the declared domain.

The experimental system is treated as a defined machine–tool–material–measurement system. This means that the results, models, and candidate configurations are interpreted within the specific laboratory arrangement used in the dissertation. They are not presented as directly transferable to all band-saw machines, all tools, all wood species, or all production conditions.

The experimental design is a full factorial configuration-level design with three controllable factors. The levels of the factors are summarized in Table 1.

Table 1. *Experimental domain and configuration-level analytical design*

Element	Definition in the dissertation	Levels / values	Analytical status
Cutting angle	α	30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°, 90°	Controllable configuration factor
Cutting height	H	20 mm, 30 mm, 40 mm, 50 mm	Configuration factor; in this setup $H = T$
Feed speed	v_x	3.0 m · min ⁻¹ , 6.0 m · min ⁻¹ , 9.0 m · min ⁻¹	Controllable configuration factor and production-rhythm indicator
Experimental design	Full factorial design	7 × 4 × 3 = 84 configurations	Basis for configuration-level modeling
Primary response	\bar{R}_{\max}	One aggregated value per configuration	Main response for PRM-3, GPR, OOS validation, and DE
Additional indicators	EM1 and EM2	Electrical load indicators in A	Relative indicators of machine-system loading

The complete experimental dataset used for modeling therefore contains $N = 84$ configuration-level records. Each record corresponds to one unique combination of α , H , and v_x , and each record contains the corresponding aggregated roughness response \bar{R}_{\max} . This structure is essential for understanding the dissertation: the analysis is not based on independent replications of each full configuration, but on configuration-level mean responses derived from local roughness measurements.

2.4. Measurement, aggregation, and analytical unit

Cut-surface roughness was operationalized through the index R_{\max} , measured with a digital comparator according to the applied comparator-based protocol. The measurement procedure provides an internally consistent roughness indicator for comparing surfaces produced under the same machine–tool–material–measurement system. The dissertation does not treat R_{\max} as a complete standardized characterization of surface texture in the broader metrological sense. Instead, R_{\max} is used as an operational roughness index suitable for internal comparison, modeling, and validation within the declared experimental domain.

Local measurements of R_{\max} were taken on segments of the cut surface. These local observations were then aggregated to obtain the configuration-level mean roughness \bar{R}_{\max} . This aggregation is necessary because the objective of the dissertation is to compare and model cutting configurations, not to model each individual local segment as a separate independent experimental condition.

The distinction between measurement unit, aggregation unit, and analytical unit is summarized in Table 2.

Table 2. *Measurement, aggregation, and analytical units*

Level	Definition	Role in the dissertation
Local measurement segment	A local segment of the cut surface where R_{\max} is recorded	Basic measurement unit for roughness
Cut surface / sample surface	Surface generated under a given cutting condition	Carrier of local roughness measurements
Cutting configuration	Unique combination (α, H, v_x)	Main analytical unit
Configuration-level mean roughness	\bar{R}_{\max}	Main response used for modeling, validation, and DE

OOS test split	All configurations belonging to one held-out cutting angle α_{test}	Unit for evaluating predictive transferability across cutting angles
----------------	---	--

This structure determines the interpretation of the results. The final dataset contains one aggregated response value per configuration. Therefore, the dissertation does not claim a classical factorial error structure based on repeated independent executions of the same full configuration. The analysis is instead positioned as an empirical-predictive configuration-level study.

The electrical indicators EM1 and EM2 were also recorded at configuration level. EM1 represents the electrical load indicator associated with the main motor, while EM2 represents the electrical load indicator associated with the auxiliary feed motor. Both are used for relative comparison of system loading across the same experimental domain.

2.5. Data preparation and scaling

For predictive modeling, the input variables were the cutting angle α , the cutting height H , and the feed speed v_x . The response variable was \bar{R}_{max} . In the validation procedure, scaling was performed separately inside each training split in order to avoid information leakage from the test data into the training process.

Min–Max scaling was fitted only on the training subset of each split and was then applied unchanged to the corresponding test subset. For a predictor $x \in \{\alpha, H, v_x\}$, the scaled value was defined as:

$$x^* = \frac{x - \min(x_{\text{train}})}{\max(x_{\text{train}}) - \min(x_{\text{train}})}.$$

This procedure is important because the boundary test splits may involve prediction outside the range represented in the training subset. For example, when $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, the largest cutting angle available in the training subset is 80° . In that split, the model is required to predict at the upper boundary beyond the angular range used for fitting. The same logic applies to the lower boundary when $\alpha_{\text{test}} = 30^\circ$. This is why the boundary behavior of the models is interpreted cautiously.

2.6. PRM-3 model specification

PRM-3 is the primary model of the dissertation. It is an interpretable third-degree polynomial regression model with a restricted term structure. The model predicts \bar{R}_{max} as a function of the scaled predictors α^* , H^* , and v_x^* . The model includes the linear, quadratic, and cubic terms of the three predictors, as well as first-order two-factor interaction terms.

The model can be expressed as:

$$\hat{R}_{\text{max}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \alpha^* + \hat{\beta}_2 H^* + \hat{\beta}_3 v_x^* + \hat{\beta}_4 (\alpha^*)^2 + \hat{\beta}_5 (H^*)^2 + \hat{\beta}_6 (v_x^*)^2 + \hat{\beta}_7 (\alpha^*)^3 + \hat{\beta}_8 (H^*)^3 + \hat{\beta}_9 (v_x^*)^3 + \hat{\beta}_{10} (\alpha^* H^*) + \hat{\beta}_{11} (\alpha^* v_x^*) + \hat{\beta}_{12} (H^* v_x^*).$$

PRM-3 is not used as a mechanistic model of the cutting process. It is used as an empirical surrogate model with an explicit and technically readable structure. Its value lies in its transparency, its ability to represent a response surface within the investigated domain, and its suitability for subsequent model-conditioned candidate identification.

Because the model includes multiple polynomial terms relative to a dataset of $N = 84$ configuration-level records, its usefulness cannot be judged only by fitting performance on

the full dataset. For this reason, the dissertation evaluates PRM-3 through the angle-wise out-of-sample validation protocol described below.

2.7. Angle-wise out-of-sample validation protocol

The out-of-sample validation protocol is based on holding out one cutting-angle level α_{test} at a time. In each split, all configurations belonging to one angle are used as the test set, while the remaining configurations are used for training. Since each angle includes four levels of H and three levels of v_x , each test set contains:

$$n_{\text{test}} = 4 \times 3 = 12.$$

The training set therefore contains 72 configurations in each split.

The validation protocol is summarized as follows:

$$\alpha_{\text{test}} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ\}.$$

For each α_{test} , PRM-3 is trained on the remaining six angle levels and tested on the held-out angle. The same protocol is also applied to GPR, which allows the two models to be compared under identical validation conditions.

The purpose of this protocol is to evaluate predictive transferability across cutting-angle levels. It does not test generalization to other wood species, other machines, other tools, other moisture conditions, or other measurement systems. It also does not test generalization across unseen levels of H or v_x separately. Its scope is specifically the transfer of prediction across held-out cutting-angle levels within the declared experimental domain.

The OOS performance is evaluated using R^2 , MAE, RMSE, and MAPE. Bootstrap percentile intervals are calculated by resampling the observed–predicted pairs (y_i, \hat{y}_i) within each test split. Since each test set contains only $n_{\text{test}} = 12$ configurations, these intervals are interpreted descriptively as indicators of metric sensitivity within the split. They are not treated as population-level confidence intervals for model parameters.

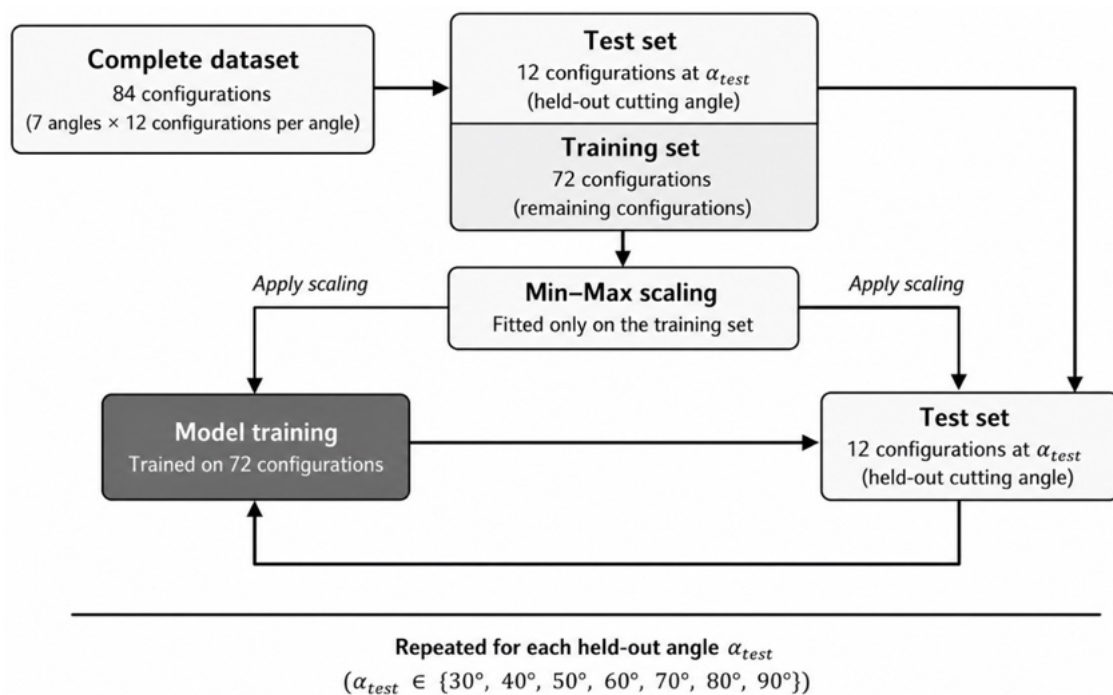


Figure 2. Angle-wise out-of-sample validation protocol

2.8. GPR as a comparative predictive reference

Gaussian Process Regression (GPR) is used as a more flexible comparative model. Its role is to provide a predictive reference under the same OOS validation protocol used for PRM-3. GPR is not used to replace PRM-3 as the main model of the dissertation. Instead, it helps assess whether a more flexible model shows greater stability in parts of the domain where the polynomial model may be more sensitive.

The comparison between PRM-3 and GPR is especially relevant near the upper boundary of the cutting-angle domain. When $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, PRM-3 must predict beyond the angular support represented in the training subset. This creates a boundary condition under which the stability of an interpretable polynomial model can be compared with the behavior of a flexible nonparametric model.

The dissertation therefore assigns different roles to the two models. PRM-3 is the main transparent and technically interpretable surrogate model. GPR is a comparative predictive reference used to contextualize predictive performance and boundary sensitivity.

2.9. Differential Evolution on the final PRM-3 response surface

Differential Evolution is applied to the final PRM-3 model fitted on the complete configuration-level dataset. The purpose is to identify model-conditioned candidate configurations that minimize the predicted value of \hat{R}_{max} within the declared experimental domain.

The optimization is performed separately for each fixed level of H . For each fixed H , the decision variables are α and v_x , constrained within the tested domain:

$$\alpha \in [30^\circ, 90^\circ], v_x \in [3.0, 9.0] \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}.$$

The objective function is the PRM-3 predicted roughness:

$$\min_{\alpha, v_x} \hat{R}_{\text{max}}(\alpha, H, v_x).$$

The result is interpreted as a candidate configuration conditioned by the fitted model surface. It is not interpreted as an experimentally confirmed global optimum. This distinction is essential because the optimization uses predicted roughness as its objective and does not include all possible practical production criteria, such as tool wear, direct cutting forces, finishing cost, production scheduling, or long-term process stability.

2.10. Secondary descriptive CRITIC analysis

After the main modeling, validation, and DE-based candidate identification, the dissertation applies CRITIC as a secondary descriptive multi-criteria procedure. The alternatives are the 84 actually tested configurations. The criteria include the measured configuration-level roughness \hat{R}_{max} , the feed speed v_x , and an electrical load indicator representing system loading.

The purpose of the CRITIC analysis is not to define the main optimum of the dissertation. Its purpose is to provide an additional relative reading of the trade-off between surface quality, production rhythm, and operational system loading. It therefore complements the main PRM-3 and DE analysis, but does not replace it.

CRITIC is interpreted as a descriptive ranking tool. Its results depend on the selected criteria and on the normalization and weighting procedure. For this reason, CRITIC is not presented as a universal decision-making model or as a substitute for experimental confirmation.

2.11. Analytical roles of the main methods and indicators

The dissertation uses several methods and indicators, each with a distinct analytical role. Their functions are summarized in Table 3.

Table 3. *Analytical roles of models, procedures, and indicators*

Element	Main role in the dissertation	Interpretation boundary
R_{\max}	Operational roughness index measured on local surface segments	Internal comparison within the applied measurement protocol
\bar{R}_{\max}	Main configuration-level response for modeling and validation	Mean roughness response at configuration level; not segment-level variability
EM1	Electrical indicator of main-motor loading	Relative machine-system load indicator; not direct calibrated cutting power
EM2	Electrical indicator of auxiliary feed-motor loading	Additional relative system-load indicator
PRM-3	Main interpretable surrogate model for \bar{R}_{\max}	Transparent empirical model within the investigated domain
OOS validation	Evaluation of predictive transferability across held-out cutting-angle levels	Valid only for the declared angle-wise validation protocol
GPR	Flexible comparative predictive reference	Used for comparison, especially near domain boundaries
DE	Candidate identification on the final PRM-3 response surface	Produces model-conditioned candidates, not experimentally confirmed optima
CRITIC	Secondary descriptive ranking of tested configurations	Descriptive multi-criteria comparison; not the main optimization method

This separation of roles is central to the methodological discipline of the dissertation. The roughness response is modeled and validated; the electrical indicators provide additional operational interpretation; GPR provides a comparative benchmark; DE identifies candidates conditioned by the final PRM-3 surface; and CRITIC offers a secondary descriptive reading of trade-offs among selected criteria.

2.12. Reproducibility and software environment

The analytical results are generated from the curated configuration-level dataset containing $N = 84$ records. The workflow relies on predefined angle-wise OOS splits, training-only Min–Max scaling, fixed random seeds for stochastic procedures, and documented software versions. These elements support the reproducibility of the reported results under the same data and computational environment.

The main computational tools include Python-based libraries for numerical processing, data handling, regression modeling, Gaussian Process Regression, Differential Evolution, bootstrap resampling, and visualization. The reproducibility package associated with the dissertation documents the dataset, model specifications, validation protocol, optimization parameters, and relevant computational outputs.

Reproducibility in this dissertation should be understood computationally and procedurally. The reported calculations can be regenerated from the same curated data and scripts.

3. OBTAINED RESULTS AND THEIR SIGNIFICANCE

3.1. Structure of the results section

The results of the dissertation are organized from the observed response of the cut surface, toward predictive validation, model comparison, model-conditioned candidate identification, and the operational interpretation of machine-system loading. This sequence reflects the analytical logic of the work: the measured response is first characterized, the predictive capacity of PRM-3 is then evaluated, GPR is used as a comparative reference, Differential Evolution is applied to the final PRM-3 response surface, and EM1/EM2 are used to support the technical reading of operational cutting power at the machine-system level.

The main modeled and validated response remains the configuration-level mean roughness \bar{R}_{\max} . The electrical indicators EM1 and EM2 are interpreted as relative indicators of system loading, not as direct calibrated mechanical cutting power at the tool--material interface. This distinction is retained throughout the interpretation of the results.

The essential results are presented below in condensed form. The large empirical tables, diagnostic outputs, and detailed appendices remain in the dissertation body and appendices. In the author summary, the purpose is to present the main results, the technical meaning of those results, and the boundaries within which they may be interpreted.

3.2. Empirical response surface of measured roughness

The measured response surface was first examined through the configuration-level mean roughness \bar{R}_{\max} . The experimental dataset contains $N = 84$ configurations, each defined by the combination of cutting angle α , cutting height H , and feed speed v_x . The observed values show that \bar{R}_{\max} changes systematically across the investigated domain.

In general, higher roughness values appear in the region of higher cutting angles and higher feed speeds, especially at $\alpha = 80^\circ - 90^\circ$ and $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. For example, at $H = 50 \text{ mm}$ and $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, the measured \bar{R}_{\max} increases from $247 \text{ } \mu\text{m}$ at $\alpha = 30^\circ$ to $320 \text{ } \mu\text{m}$ at $\alpha = 90^\circ$. This illustrates that the cutting angle has a technically relevant role when interpreted together with H and v_x .

At the same time, the relationship between α and \bar{R}_{\max} is not strictly monotonic across every layer of H and v_x . This means that the surface response cannot be reduced to a one-factor explanation. The configuration as a whole is the correct level of interpretation.

Table 4. *Condensed empirical reading of the measured roughness response*

Analytical layer	Main observation	Significance
Feed speed v_x	Higher v_x is generally associated with higher \bar{R}_{\max}	Indicates a trade-off between production rhythm and surface quality
Cutting height H	Larger H generally shifts the response toward higher roughness	Confirms the need to retain H in the model
Cutting angle α	The effect of α depends on the H, v_x layer	Supports response-surface modeling rather than isolated factor reading
Configuration (α, H, v_x)	Roughness differs systematically among configurations	Supports the use of configuration-level analysis
Response \bar{R}_{\max}	The final modeling dataset contains one aggregated response per configuration	Defines the scope of PRM-3, GPR, OOS validation, and DE

These findings are descriptively consistent with H1. Within the investigated experimental domain, \bar{R}_{\max} shows systematic differences among configurations defined by α , H , and v_x . This supports the use of the configuration as the analytical unit and justifies the modeling of the mean configuration-level roughness response.

3.3. Out-of-sample validation of PRM-3

The out-of-sample performance of PRM-3 was evaluated according to the predefined angle-wise holdout protocol. For each split, one cutting-angle level α_{test} was excluded from training and used only for testing. The test set contained $n_{\text{test}} = 12$ configurations, corresponding to four levels of H and three levels of v_x at the held-out angle.

PRM-3 showed favorable performance in the non-boundary part of the domain. For $\alpha_{\text{test}} \in \{30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ\}$, the reported R^2 values range approximately from 0.90 to 0.97, with MAE values from 5.25 μm to 11.50 μm and MAPE values from 2.52% to 5.10%. This indicates that PRM-3 has useful predictive capacity in the main part of the tested angular domain.

The performance weakens near the upper boundary. At $\alpha_{\text{test}} = 80^\circ$, PRM-3 shows a reduction in predictive performance. At $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, the degradation becomes pronounced, with MAE = 26.46 μm , RMSE = 32.50 μm , $R^2 = 0.17$, and MAPE = 10.96%.

Table 5. Condensed OOS performance of PRM-3 by held-out cutting angle

α_{test}	MAE (μm)	RMSE (μm)	R^2	MAPE (%)	Interpretation
30°	8.32	9.43	0.95	5.07	Favorable OOS performance
40°	5.25	7.58	0.97	2.82	Favorable OOS performance
50°	9.66	16.51	0.90	4.44	Acceptable, with larger RMSE
60°	11.50	13.97	0.92	5.10	Acceptable
70°	5.65	7.68	0.97	2.52	Favorable OOS performance
80°	12.99	16.18	0.82	5.03	Weaker near-boundary performance
90°	26.46	32.50	0.17	10.96	Strong degradation at the upper boundary

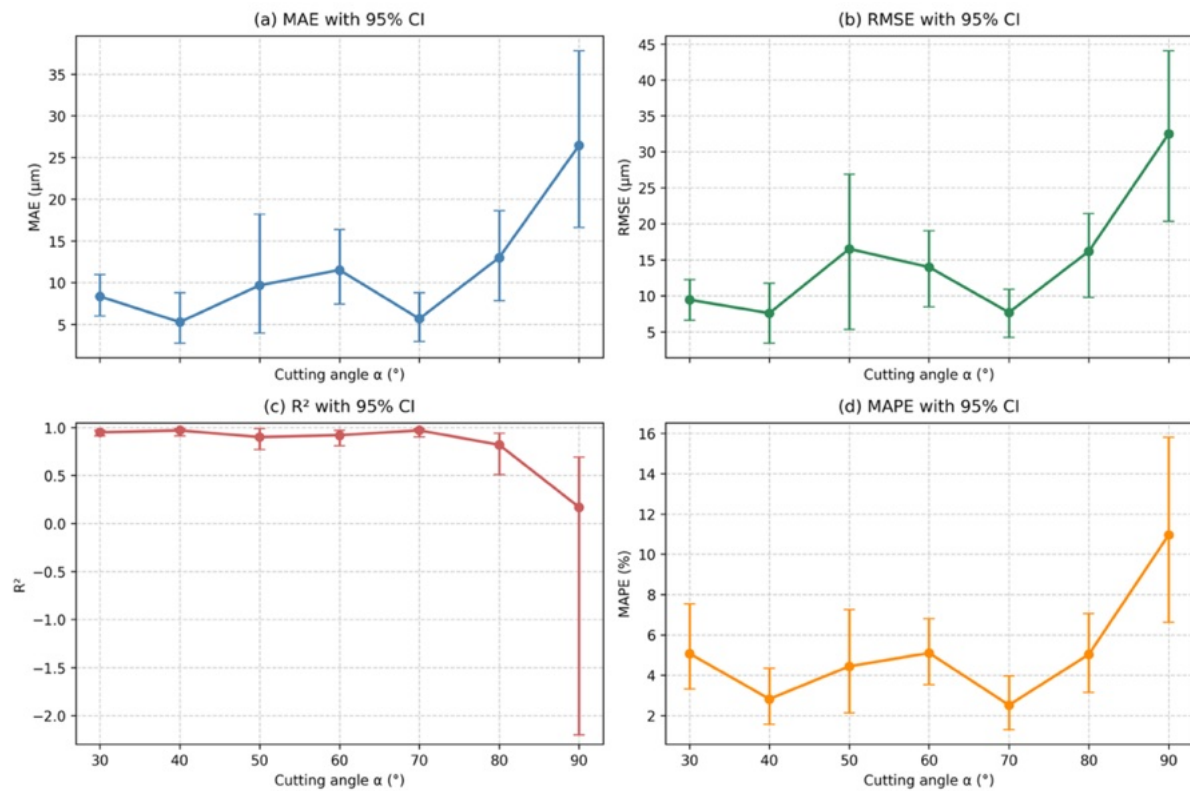


Figure 3. OOS performance of PRM-3 by held-out cutting angle, with bootstrap percentile intervals

The 90° split is especially important. When $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, the highest angle available in the training subset is 80°. Since Min--Max scaling is fitted only on the training subset, prediction at 90° is performed beyond the angular support represented during training. Therefore, the weakened performance at this boundary should be interpreted as a combined effect of predictive transfer across angles, boundary extrapolation, and possible physical regime sensitivity near the upper angular limit.

The results are descriptively consistent with H2. PRM-3 shows more favorable and more stable performance in the test splits before the upper boundary zone than in the splits near the upper boundary. This conclusion applies to the implemented OOS protocol and does not represent a formal statistical test between two groups of splits.

The diagnostic comparison between measured and predicted values for the $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ split shows that the loss of performance is not uniform across all configurations. Some configurations are predicted relatively closely, while others show larger deviations.

The largest absolute error in the PRM-3 90° split occurs at $H = 40$ mm and $v_x = 9.0$ $\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$. In this configuration, the observed \bar{R}_{max} is 251 μm , the predicted value is 322.08 μm , and the absolute error is 71.08 μm . This diagnostic result shows that the upper-boundary degradation is configuration-dependent and should not be attributed to a single general cause without qualification.

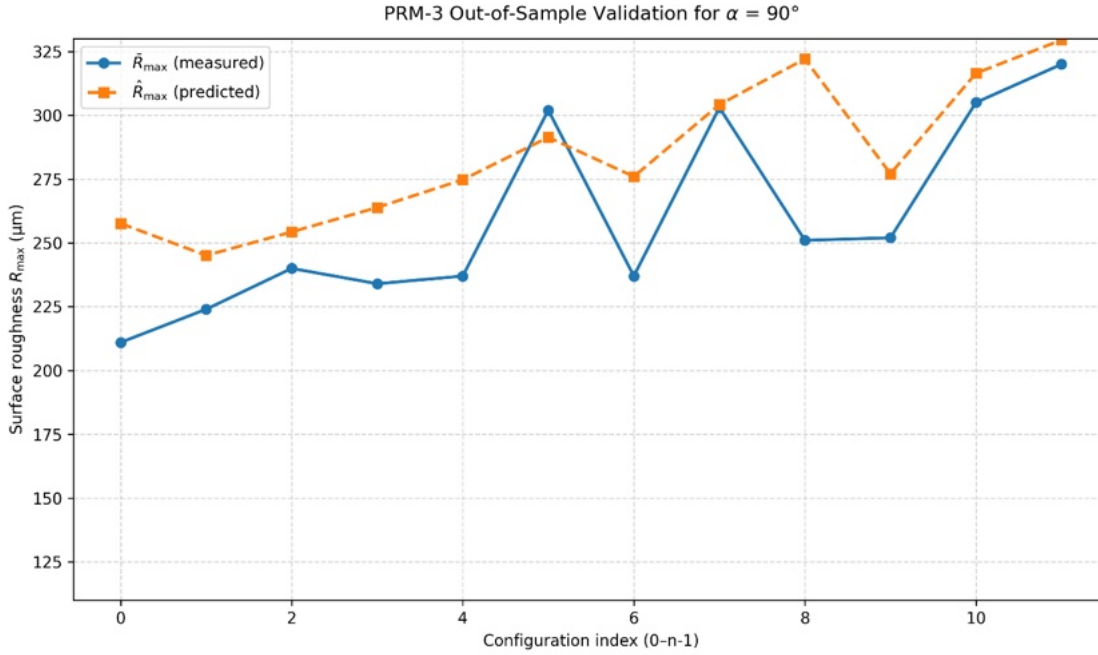


Figure 4. Measured and PRM-3-predicted \bar{R}_{\max} values for the OOS split at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$

This diagnostic layer supports the cautious interpretation of PRM-3 near the upper boundary. The model remains useful as a transparent response-surface model, but its predictions near 90° require additional caution and should not be treated as equally reliable as the non-boundary predictions.

3.4. GPR as a comparative predictive reference

GPR was evaluated under the same angle-wise OOS protocol as PRM-3. This allows the two models to be compared under identical validation conditions. GPR serves as a more flexible predictive reference, while PRM-3 retains its main role as the explicit and technically interpretable model.

GPR maintains favorable performance up to $\alpha_{\text{test}} = 80^\circ$, with $R^2 \geq 0.85$ in the splits from 30° to 80° . At $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$, GPR also weakens, but less severely than PRM-3. In this split, GPR gives MAE = 14.28 μm , RMSE = 20.24 μm , $R^2 = 0.68$, and MAPE = 5.51%.

Table 6. Condensed OOS performance of GPR by held-out cutting angle

α_{test}	MAE (μm)	RMSE (μm)	R^2	MAPE (%)	Interpretation
30°	11.30	13.07	0.91	6.93	Favorable but weaker than PRM-3 in this split
40°	8.76	14.86	0.89	4.41	Acceptable
50°	9.01	15.60	0.91	3.96	Acceptable
60°	10.74	13.17	0.93	4.94	Favorable
70°	5.61	7.33	0.97	2.60	Favorable
80°	11.47	14.81	0.85	4.40	Weaker but still usable near the boundary
90°	14.28	20.24	0.68	5.51	Weaker, but more stable than PRM-3 at 90°

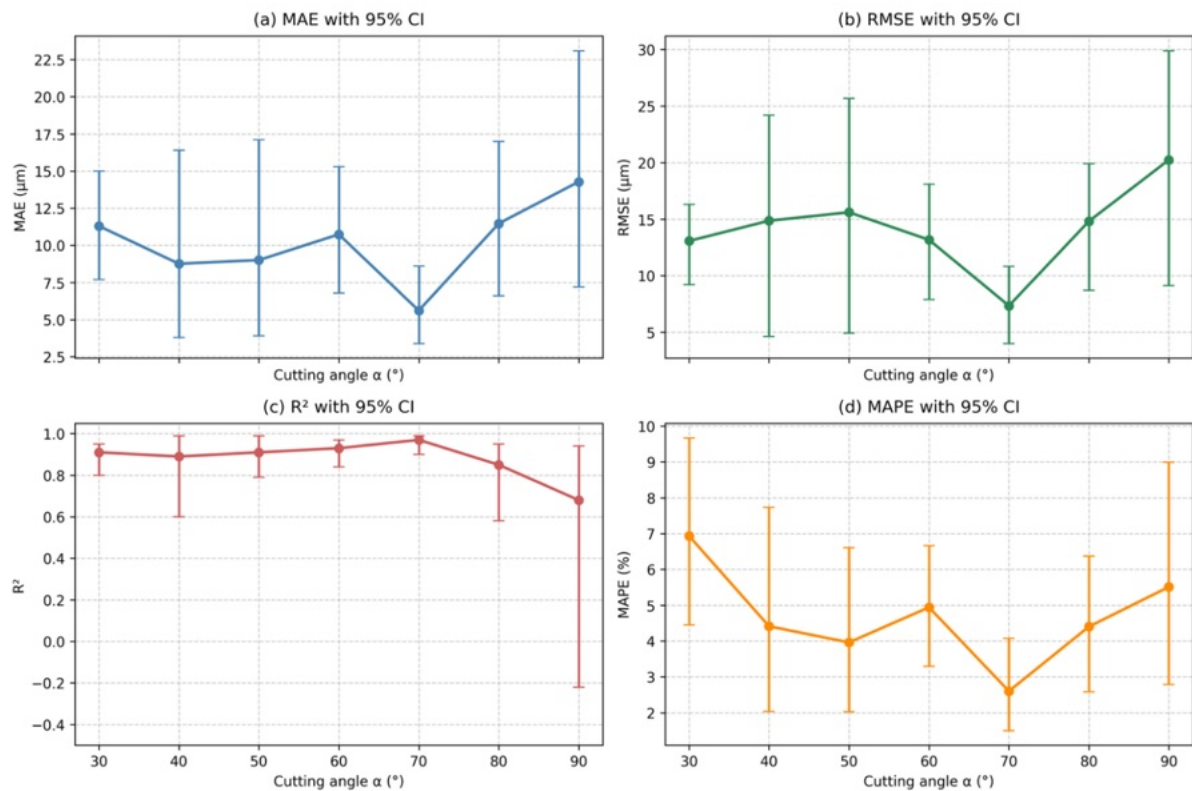


Figure 5. OOS performance of GPR by held-out cutting angle, with bootstrap percentile intervals

The GPR results confirm that the upper boundary is difficult for prediction. However, the degradation is smaller than that observed for PRM-3. This supports the use of GPR as a comparative reference for evaluating boundary sensitivity.

3.5. Comparative OOS performance of PRM-3 and GPR

The comparison between PRM-3 and GPR shows two different patterns. In the non-boundary part of the domain, the models show performance of the same order of magnitude. Differences are mixed and generally limited in practical size. Near the upper boundary, the difference becomes more pronounced, especially at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$.

At 90° , GPR gives lower errors and higher R^2 than PRM-3. The pairwise difference for this split is $\Delta\text{MAE} = -12.18 \mu\text{m}$, $\Delta\text{RMSE} = -12.26 \mu\text{m}$, $\Delta R^2 = +0.51$, and $\Delta\text{MAPE} = -5.45\%$, where the difference is calculated as GPR minus PRM-3. For error metrics, negative values therefore indicate lower error for GPR.

Table 7. Condensed comparison of PRM-3 and GPR in the same OOS splits

Domain region	Main finding	Technical interpretation
30°--70°	PRM-3 and GPR have performance of the same order of magnitude	PRM-3 remains justified because of transparency and technical readability
80°	Both models show some weakening	Boundary-near prediction becomes more sensitive
90°	GPR degrades less than PRM-3	Flexible modeling is more stable at the upper boundary under this protocol
Overall	GPR is not uniformly superior in all splits	The comparison supports a differentiated interpretation, not a general replacement of PRM-3

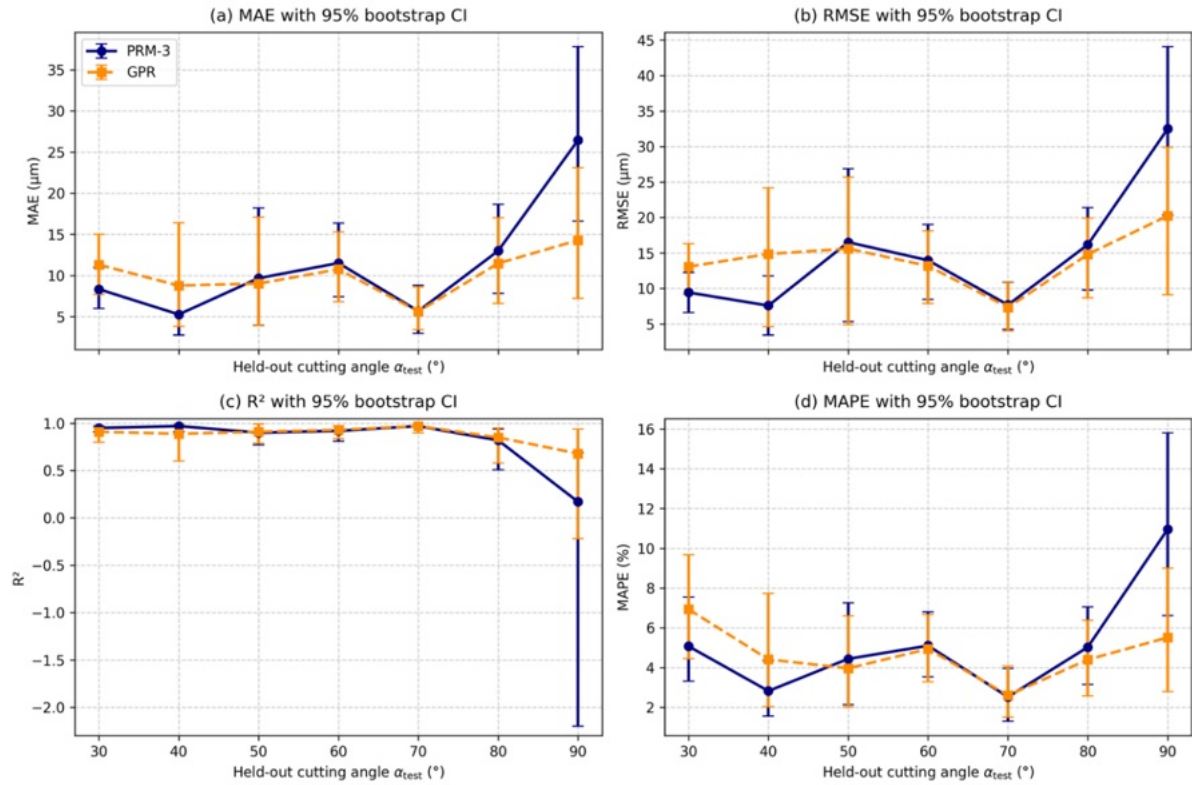


Figure 6. Comparative OOS performance of PRM-3 and GPR by held-out cutting angle

The results are descriptively consistent with H3. Under the same OOS protocol, GPR shows less performance degradation than PRM-3 near the upper boundary of the investigated domain, especially at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. In the non-boundary splits, the differences between the two models are smaller and mixed. This finding is interpreted as a comparative tendency within the applied validation protocol, not as a formally established universal superiority of GPR.

3.6. Differential Evolution on the final PRM-3 response surface

Differential Evolution was applied to the final PRM-3 model separately for each fixed level of cutting height H . In all four cases, DE returned the same candidate pair:

$$\alpha_{\text{DE}} = 30^\circ, \quad v_{x,\text{DE}} = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}.$$

The predicted minimum value of \hat{R}_{max} increases with H , while the candidate pair ($\alpha_{\text{DE}}, v_{x,\text{DE}}$) remains unchanged. This means that the final PRM-3 response surface reaches its minimum at the lower boundary of the tested domain, not at a robust interior point.

Table 8. Candidate configurations identified by DE on the final PRM-3 model

$H(\text{mm})$	α^*	$v_x^*(\text{m} \cdot \text{min}^{-1})$	Minimum predicted $\hat{R}_{\text{max}}(\mu\text{m})$	Interpretation
20	30°	3.0	98.94	Boundary candidate
30	30°	3.0	130.68	Boundary candidate
40	30°	3.0	156.13	Boundary candidate
50	30°	3.0	167.87	Boundary candidate

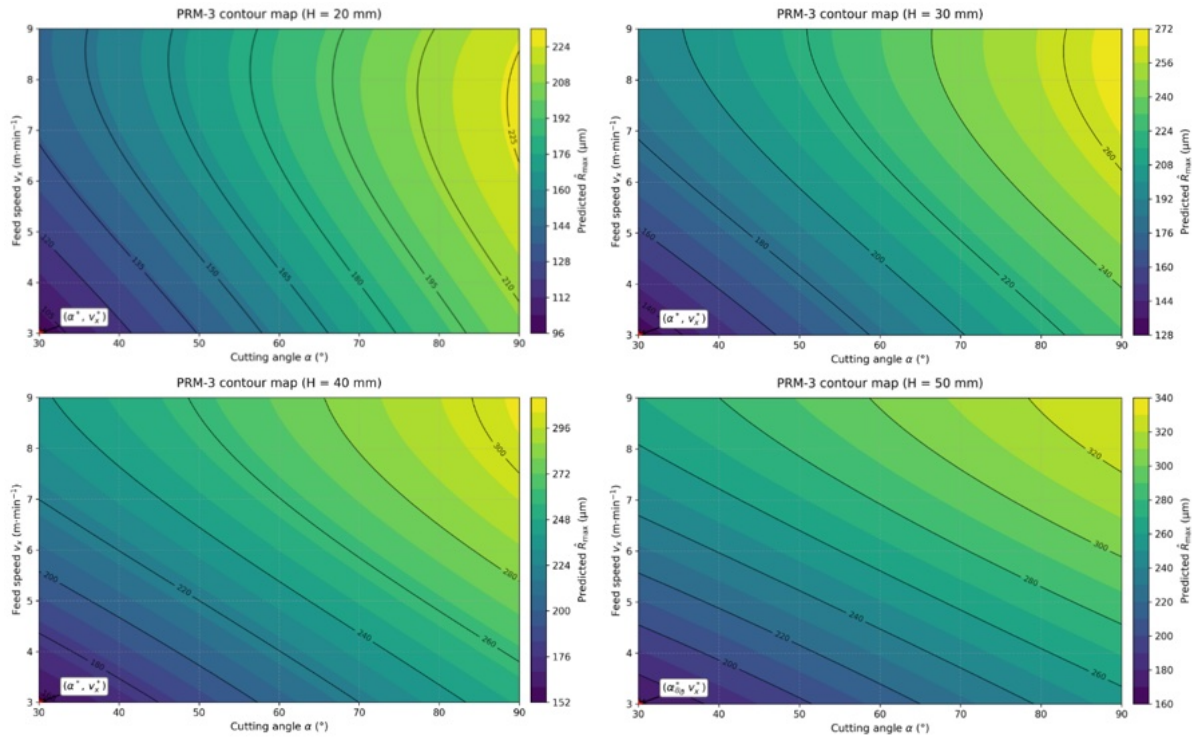


Figure 7. PRM-3 contour maps for fixed H levels with the DE candidate minimum marked

The result should be interpreted as a model-conditioned candidate, rather than as an experimentally confirmed production optimum. DE minimizes the PRM-3-predicted roughness within the declared experimental domain. The optimization does not directly account for tool wear, direct cutting forces, finishing cost, industrial productivity, or long-term process stability. Therefore, the candidate $\alpha_{DE} = 30^\circ$ and $v_{x,DE} = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ should be regarded as a technically meaningful candidate requiring further experimental confirmation, not as a final industrial recommendation.

3.7. Operational cutting power and electrical load indicators

Operational cutting power was interpreted at the machine-system level through the electrical load indicators EM1 and EM2. EM1 refers to the main motor, while EM2 refers to the auxiliary feed motor. The results show that electrical loading generally increases with higher feed speed and larger cutting height. This pattern is clearer for EM1 than for EM2.

For example, at $H = 50 \text{ mm}$ and $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, EM1 ranges from 2.75 A at $\alpha = 30^\circ$ to 3.70 A at $\alpha = 50^\circ$, while EM2 in the same layer changes within a narrower range, from approximately 0.79 A to 0.82 A. This suggests that the main motor indicator is more sensitive to changes in the cutting configuration than the auxiliary feed-motor indicator.

Table 9. Condensed interpretation of EM1 and EM2 results

Indicator	Observed behavior	Technical meaning	Interpretation boundary
EM1	More clearly increases with larger H and higher v_x	Main indicator of relative machine-system loading	Not direct calibrated mechanical cutting power
EM2	Changes within a narrower interval	Auxiliary feed-motor loading indicator	Secondary system-load indicator
α_{effect}	Not fully linear across all layers	Angle interacts with H and v_x	Must be read at configuration level

Combined reading	Lower roughness candidates also tend to appear at lower feed speed	Shows quality--rhythm--load trade-off	Supports relative comparison, not universal optimization
------------------	--	---------------------------------------	--

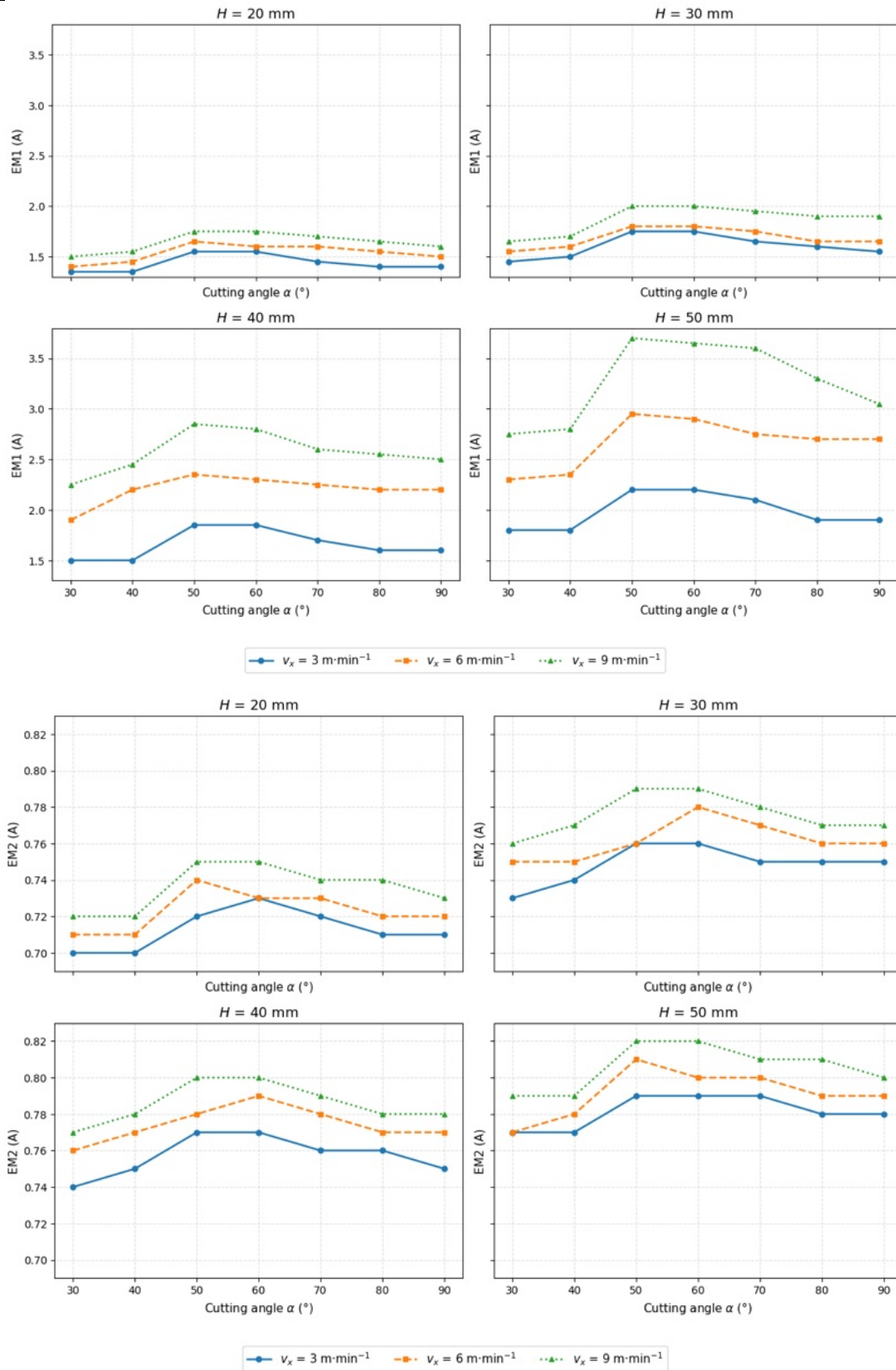


Figure 8. Distribution of EM1 and EM2 across α , H , and v_x

The inclusion of EM1 and EM2 extends the interpretation beyond roughness alone. It allows configurations to be compared not only by surface quality but also by their relative operational demand on the machine system. The inference remains internal to the same experimental setup.

The final PRM-3 model was also used to read the operational trade-off between predicted roughness and feed rhythm. For this purpose, the dissertation examined predicted \hat{R}_{\max} at fixed $\alpha = 30^\circ$, for $v_x \in \{3.0, 6.0, 9.0\} \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ and all four levels of H .

The results show that increasing feed speed increases the predicted roughness. Moving from $v_x = 3.0$ to $v_x = 6.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ is associated with an increase in predicted roughness of approximately 31% - 36%. Moving from $v_x = 3.0$ to $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ is associated with an increase of approximately 43% - 60%, depending on H .

Table 10. Model-conditioned operational trade-off at $\alpha = 30^\circ$

$H(\text{mm})$	\hat{R}_{\max} at $v_x = 3.0$	Increase at $v_x = 6.0$	Increase at $v_x = 9.0$	Technical reading
20	98.94 μm	30.98%	43.12%	Feed increase raises predicted roughness
30	130.68 μm	30.97%	47.67%	Trade-off becomes more visible
40	156.13 μm	32.21%	52.47%	Higher H increases predicted roughness level
50	167.87 μm	35.80%	60.49%	Strongest predicted increase at highest H

This table does not provide a production recommendation; it gives a model-conditioned estimate of the roughness cost of increasing feed speed at the candidate angle, supporting interpretation of the quality–rhythm trade-off within the tested domain.

3.8. Secondary descriptive CRITIC analysis

The CRITIC analysis was applied as a secondary descriptive procedure to the actually tested configurations. It was not used as the main optimization method. Its purpose was to provide an additional relative reading of the trade-off between measured surface roughness, production rhythm, and electrical load.

In the main CRITIC variant, the criteria were \bar{R}_{\max} , EM1, and v_x . The criteria \bar{R}_{\max} and EM1 were treated as minimization criteria, while v_x was treated as a maximization criterion. The highest weight was assigned to v_x , indicating that, in the normalized criterion matrix, production rhythm contributed the largest amount of informational contrast to the ranking.

A sensitivity check was also performed using EM2 instead of EM1. The resulting weights and top-ranked configurations were close to the EM1-based analysis. This indicates that the descriptive multi-criteria reading remains broadly stable when the electrical indicator is changed from EM1 to EM2.

Table 11. Condensed CRITIC results and sensitivity check

CRITIC variant	Criteria	Main weights	Highest-ranked configuration	Interpretation
Main variant	\bar{R}_{\max} , EM1, v_x	$w_{\bar{R}_{\max}} = 0.208923$, $w_{EM1} = 0.200335$, $w_{v_x} = 0.590743$	$\alpha = 30^\circ$, $H = 20\text{mm}$, $v_x = 9.0\text{m} \cdot \text{min}^{-1}$	Descriptive ranking favors high feed speed because v_x receives the largest weight

Sensitivity variant	\bar{R}_{\max} , EM2, v_x	$w_{\bar{R}_{\max}} = 0.218113$, $w_{EM2} = 0.196897$, $w_{v_x} = 0.584990$	$\alpha = 30^\circ$, $H = 20\text{mm}$, $v_x = 9.0\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$	Ranking remains broadly stable when EM2 replaces EM1
---------------------	-------------------------------	---	---	--

The CRITIC and DE results differ because they address different objectives. DE minimizes PRM-3-predicted roughness and therefore selects $v_x = 3.0 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$, while CRITIC also maximizes v_x , favoring higher production rhythm when its weight is high. Thus, the difference is not contradictory; it reflects the objective function and criteria used in each analysis.

3.9. Overall significance of the results

The results show that the dissertation contributes more than a descriptive comparison of roughness values. It establishes a linked framework in which empirical measurement, configuration-level aggregation, interpretable modeling, out-of-sample validation, comparative flexible modeling, model-conditioned candidate identification, and operational load interpretation are combined in a single domain-bounded workflow.

The scientific significance lies in the validation-oriented structure of the analysis. The dissertation does not rely only on fitting a model to the full dataset. It evaluates transferability through angle-wise OOS validation, which exposes the boundary weakness of PRM-3 and clarifies the role of GPR as a comparative reference.

The applied significance lies in the possibility of comparing cutting configurations according to several technological dimensions: surface roughness, production rhythm, and relative machine-system loading. In furniture and interior technologies, this is relevant because the cut surface forms the technological starting condition for subsequent operations such as further machining, finishing, bonding, assembly, and use of wooden elements.

4. CONCLUSION

4.1. General conclusion

The dissertation developed and evaluated a domain-bounded framework for analyzing the influence of the cutting angle of a band saw on operational cutting power and cut-surface roughness during the processing of European beech. The central response was the configuration-level mean roughness \bar{R}_{\max} , derived from the operational roughness index R_{\max} . Operational cutting power was interpreted at the machine-system level through the electrical load indicators EM1 and EM2.

The results show that the cutting configurations defined by α , H , and v_x are associated with systematic differences in \bar{R}_{\max} . This supports the use of configuration-level modeling and confirms that surface quality in the tested domain depends on the combined action of the cutting parameters, not on a single isolated parameter.

PRM-3 provided a transparent and technically interpretable response-surface model for \bar{R}_{\max} . Its predictive performance was favorable in the non-boundary part of the angle domain, but it weakened near the upper boundary, especially at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. GPR showed less degradation at this boundary under the same validation protocol, while PRM-3 retained its main value as an explicit and auditable model suitable for technical interpretation.

Differential Evolution applied to the final PRM-3 model identified the same candidate pair for all fixed levels of H : $\alpha^* = 30^\circ$ and $v_x^* = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. This result is interpreted as a model-conditioned boundary candidate, not as an experimentally confirmed industrial optimum. The predicted minimum roughness increases with increasing H , while the candidate pair remains unchanged.

4.2. Answers to the research questions

RQ1. Within the investigated domain, \bar{R}_{\max} differs among configurations defined by α , H , and v_x . The lowest measured configuration-level value was obtained at $\alpha = 30^\circ$, $H = 20$ mm, and $v_x = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, with $\bar{R}_{\max} = 111 \text{ } \mu\text{m}$, while the highest measured value was obtained at $\alpha = 90^\circ$, $H = 50$ mm, and $v_x = 9.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$, with $\bar{R}_{\max} = 320 \text{ } \mu\text{m}$. This confirms that the surface response changes according to the configuration-level combination of the process parameters.

RQ2. Under the angle-wise out-of-sample protocol, PRM-3 shows more favorable predictive performance in the non-boundary part of the domain than near the upper boundary. GPR gives performance of a comparable order in the non-boundary region and provides a more stable flexible reference near $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. This supports the functional distinction between the two models: PRM-3 is retained for transparency and technical interpretation, while GPR is used to contextualize predictive stability.

RQ3. Differential Evolution applied to the final PRM-3 surrogate model identifies the same model-conditioned candidate for all fixed levels of H : $\alpha^* = 30^\circ$ and $v_x^* = 3.0 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$. The minimum predicted value of \hat{R}_{\max} increases as H increases, while the candidate pair remains unchanged. This result is a model-conditioned candidate for further verification, not an experimentally confirmed production optimum.

4.3. Conclusions according to hypotheses

H1. The results are descriptively consistent with H1. Within the investigated experimental domain, \bar{R}_{\max} shows systematic differences among configurations defined by α , H , and v_x .

This supports the use of the configuration as the analytical unit and justifies the modeling of the mean configuration-level response.

H2. The results are descriptively consistent with H2. PRM-3 shows more favorable and more stable OOS performance in the test splits before the upper boundary zone than in the splits near the upper boundary. This conclusion is valid within the implemented OOS protocol and is not presented as a formal statistical test between boundary and non-boundary groups.

H3. The results are descriptively consistent with H3. Under the same angle-wise OOS protocol, GPR shows less degradation than PRM-3 near the upper boundary, especially at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$. However, this does not mean that GPR replaces PRM-3 as the main model. PRM-3 remains the principal interpretable model, while GPR serves as a comparative predictive reference.

Table 12. *Summary of hypothesis interpretation*

Hypothesis	Result status	Basis for interpretation	Scope of conclusion
H1	Descriptively supported	Systematic differences in \bar{R}_{max} across α, H, v_x configurations	Valid within the tested domain
H2	Descriptively supported	PRM-3 performs better before the upper boundary than near $80^\circ - 90^\circ$	Valid under the angle-wise OOS protocol
H3	Descriptively supported	GPR weakens less than PRM-3 at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$	Comparative tendency under the same validation protocol

4.4. Scientific contribution

The scientific contribution of the dissertation lies in establishing a clear and auditable workflow for empirical characterization, predictive validation, and preliminary model-based orientation of bandsaw cutting configurations. The dissertation connects measurement, aggregation, modeling, validation, optimization, and operational interpretation in a single framework.

The main scientific contributions are:

1. establishing a configuration-level response structure for the comparative analysis of bandsaw cutting conditions;
2. developing and evaluating PRM-3 as an explicit and interpretable surrogate model;
3. applying angle-wise out-of-sample validation to assess predictive transferability across cutting-angle levels;
4. comparing the predictive performance of PRM-3 with GPR under the same validation protocol;
5. identifying model-conditioned candidate configurations through Differential Evolution;
6. extending the operational interpretation of the cutting process through EM1 and EM2 as relative electrical indicators of cutting power at the machine-system level;
7. introducing CRITIC as a secondary descriptive procedure for reading the trade-off among surface quality, production rhythm, and machine-system loading.

The strongest contribution is the construction of a transparent and reproducible workflow that links measured roughness, predictive validation, operational system loading, and model-conditioned candidate identification.

4.5. Applied significance

The applied significance of the dissertation lies in the technological reading of cutting configurations. In practical wood processing, the quality of the cut surface affects later

operations such as further machining, sanding, finishing, bonding, assembly, and use of wooden elements in furniture and interior solutions. Therefore, the ability to compare configurations according to roughness, production rhythm, and machine-system loading has practical relevance.

The dissertation does not provide a direct production prescription. Instead, it provides a structured basis for preliminary technological orientation. The candidate identified by DE may be used as a starting point for confirmatory tests. The trade-off matrix at $\alpha = 30^\circ$ shows how increasing v_x increases production rhythm but also increases predicted roughness. The EM1 and EM2 results add an additional operational reading of system load.

In this sense, the dissertation links wood-processing technology with the field of furniture and interior design and technologies through the preparation of wooden elements. The connection is technological, not aesthetic: surface quality is treated as a material and process condition that affects later production and use.

4.6. Main limitations

The interpretation of the dissertation is limited by the experimental design, the measurement protocol, and the modeling strategy. These limitations are not incidental; they define the valid domain of the results.

Table 13. *Main limitations and interpretation boundaries*

Limitation	Effect on interpretation	Consequence for use
Fixed experimental system	Results apply to the specific machine--tool--material--measurement system	Avoid universal generalization
European beech only	Material-specific behavior may differ in other wood species	Additional material tests are needed for transfer
Configuration-level aggregation	Segment-level variability is not modeled directly	Conclusions apply to \bar{R}_{\max} , not to all local roughness variation
No classical independent replication of each full configuration	Classical factorial error inference is limited	Results are empirical-predictive, not full causal factorial inference
Non-randomized fixed run order	Time, sequence, blade-wear, or drift effects cannot be fully separated	Causal claims must remain cautious
Comparator-based R_{\max} protocol	Roughness is operationally defined	Comparisons with other roughness standards require caution
Moisture content treated as material condition	Moisture was not modeled as an independent factor	Results apply to the moisture range of the tested samples
No parallel analysis of R_a , R_z , or R_q	Surface texture is interpreted only through R_{\max} and \bar{R}_{\max}	Broader surface-metrology claims require additional parameters
No independent metrological calibration protocol	Absolute roughness values require caution	The strongest inference is relative comparison within the same protocol
EM1/EM2 indirect indicators	Operational cutting power is inferred at system level	No claim of direct mechanical cutting power measurement
PRM-3 boundary sensitivity	Predictive degradation occurs near 90°	Upper-boundary predictions require caution
DE applied to PRM-3 only	Candidate is conditioned by model surface	Confirmatory cuts are required before production use

CRITIC criteria-dependent ranking	Ranking changes with criteria and weights	CRITIC remains descriptive and secondary
No full Pareto-front construction	Multi-objective trade-offs are not fully optimized	CRITIC should not be interpreted as Pareto analysis
Framework is not an autonomous control system	The model supports technical decision-making but does not automate control	Industrial automation would require online sensing, calibration, and production validation

Despite the stated limitations, the strongest value of the results remains in the relative comparison of configurations within the same material, machine setup, tool, and measurement protocol. Within these boundaries, the proposed framework provides an auditable basis for the technological interpretation of roughness, system loading, and model-conditioned orientation of candidate configurations.

4.7. Directions for further research

Further research should first confirm the model-conditioned candidate configurations through additional experimental cuts. The candidate $\alpha^* = 30^\circ$, $v_x^* = 3.0 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$ should be tested experimentally at each level of H before being interpreted as a practical recommendation. Confirmatory cuts should also include small controlled deviations around the candidate in order to evaluate whether the predicted boundary minimum is robust in practice.

A second priority is denser sampling in the upper angular region, especially between 80° and 90° . This would help separate model-boundary effects from possible changes in the physical cutting regime and would clarify whether the degradation observed at $\alpha_{\text{test}} = 90^\circ$ is mainly a modeling limitation, a process-regime effect, or a combination of both.

Future work should also include independent replications of selected configurations, randomized or blocked experimental order, additional wood species, additional moisture levels, and direct or calibrated measurements of mechanical cutting force or cutting power. This would make it possible to separate machine-system electrical loading from mechanical cutting power more precisely.

The optimization layer should also be expanded toward multi-objective analysis. A future Pareto-oriented formulation could consider \bar{R}_{max} , feed rhythm, and operational cutting power simultaneously, rather than treating roughness minimization as the only objective. This would make the trade-off between surface quality, productivity, and system loading more explicit.

A further direction is the comparison of PRM-3 with regularized polynomial models or other surrogate models in order to reduce boundary sensitivity. Additional validation protocols could test generalization across H , across v_x , or across material batches, not only across α . This would strengthen the transferability of the modeling framework.

The measurement basis should also be strengthened by preserving segment-level data, documenting the number of segments per configuration, and comparing the operational comparator-based R_{max} index with standardized profilometric parameters such as R_a , R_z , and R_q . Future studies should also examine how differences in cut-surface roughness translate into later finishing operations, including sanding, bonding, coating, finishing-material consumption, and surface-preparation time.

4.8. Final statement

The dissertation shows that the relationship between bandsaw cutting parameters and cut-surface roughness can be empirically characterized, predictively validated, and used for

preliminary model-based orientation within a clearly declared domain. The strongest defensible contribution is not the claim of a universal optimum, but the construction of a transparent and reproducible workflow that links measured roughness, predictive validation, operational system loading, and model-conditioned candidate identification.

The results are therefore best read as a domain-bounded technological contribution to wood-processing science and to the technological preparation of wooden elements for furniture and interior applications.